Relación Problemas Tema 6: Campo Eléctrico

1- Calcular la fuerza de atracción entre un ión cloruro y un ión sodio a una distancia de $2\cdot 10^{-8}$ cm el uno del otro, si se encuentran:

a) En el vacío
b) En agua (ε_r = 81)

El ión Cl^- y el ión Na^+, son iones que han ganado o perdido un electrón, por tanto sus cargas son como las del electrón, pero una será negativa, y la otra positiva.

Por tanto, para calcular la fuerza atractiva entre ambas, utilizamos la Ley de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} = K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

Donde K depende de la permitividad del medio que hay entre las cargas.

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\cdot\varepsilon_r}$$

Con ε_o como la permitividad del medio en el vacío, y ε_r, la permitividad relativa entre el medio y el vacío.

a) En este caso, nos encontramos en el vacío, y por tanto: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\cdot 1} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}$, así que tenemos:

$$F = K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{-1,6\cdot 10^{-19}\, C\cdot 1,6\cdot 10^{-9}\, C}{\left(2\cdot 10^{-8}\right)^2 m^2} = 5,76\cdot 10^{-9}\, N$$

b) En este caso el medio es el agua para la cual nos dicen que $\varepsilon_r = 81$, por tanto:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\cdot 81} = 1,11\cdot 10^8\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}$$

Y la fuerza atractiva será:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\cdot 81}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2} = 1,1\cdot 10^8\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{-1,6\cdot 10^{-19}\, C\cdot 1,6\cdot 10^{-9}\, C}{\left(2\cdot 10^{-8}\right)^2 m^2} = 7,11\cdot 10^{-11}\, N$$

2.- Dos partículas α (He^{++}), están separadas 10^{-14} m. Calcular la fuerza electrostática con la que se repelen ambas partículas, la fuerza gravitatoria con la que se atraen y comparar ambas entre sí. (datos m_α= $6,68\cdot 10^{-27}$ kg ; q_e = $-1,6\cdot 10^{-19}$C).

La fuerza electrostática con que se repelen viene dada por: $\vec{F} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} = K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$, sustituyendo datos, tenemos:

$$F_e = K\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_{12}^2} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{3,12\cdot 10^{-19}\, C\cdot 3,12\cdot 10^{-19}\, C}{\left(10^{-14}\right)^2 m^2} = 9,216\, N$$

Mientras que la fuerza gravitatoria con la que se atraen viene dada por:

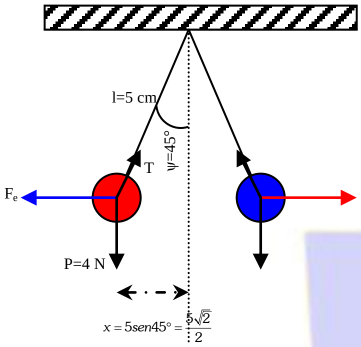
$$F_g = G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{r_{12}^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}N\cdot m^2\cdot Kg^{-2}\cdot\frac{6{,}68\cdot10^{-27}Kg\cdot6{,}68\cdot10^{-27}Kg}{\left(10^{-14}\right)^2 m^2} = 2{,}98\cdot10^{-35}\ N$$

Si comparamos ambas fuerzas:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{9{,}216}{2{,}98\cdot10^{-35}} = 3\cdot10^{35}$$

Vemos que la Fuerza electrostática es $3\cdot10^{35}$ veces más grande.

3.- Dos esferas muy pequeñas (de radio despreciable) pesan 4 N cada una y están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de 5 cm de longitud. Al cargar cada una de las esferas con la misma carga negativa, los hilos se separan y, en la situación de equilibrio, forman un ángulo de 45º con la vertical. Calcular el valor de la carga.



En el esquema de la izquierda, hemos representado la situación dada por el enunciado del problema, en él, vemos que las fuerzas que actúan sobre cada una de las esferas son el peso, la fuerza electrostática y la Tensión del hilo. Como dice que el sistema está en equilibrio, utilizando la segunda Ley de Newton llegamos a:

$$\sum_i F_i = 0$$

En el eje x: $F_e = T_x = T\cdot sen45°$

En el eje y: $P = T_y = T\cos45°$, despejando T, tenemos: $T = \dfrac{P}{\cos45°}$

Sustituyendo en la primera ecuación, tenemos:

$$F_e = T_x = \frac{P}{\cos45°}\cdot sen45° = P$$

Por tanto; $F_e = 4\ N$

Como sabemos que $F_e = K\cdot\dfrac{q_1\cdot q_2}{d^2}$, y que las cargas son iguales, tenemos: $F_e = K\cdot\dfrac{q^2}{d^2}$, si despejamos el valor de la carga y sustituimos, llegamos a:

$$q = \sqrt{\frac{F_e\cdot d^2}{k}} = \sqrt{\frac{4N\cdot50\cdot10^{-2}m^2}{9\cdot10^9N\cdot m^2\cdot C^{-2}}} = \pm1{,}46\cdot10^{-6}C$$

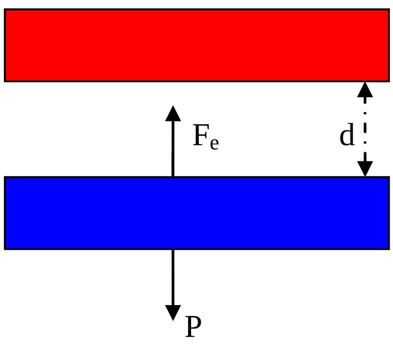
Donde la distancia d entre las cargas la hemos calculado, haciendo $x = 5sen45° = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$, y por tanto:

$$d = 2x = 5\sqrt{2}$$

Como en el enunciado dicen que ambas cargas son negativas, entonces:

$$\boxed{q = -1{,}46\cdot10^{-6}C}$$

4.- Un cuerpo cuyo peso es 1 N está cargado con 2 μC. ¿A qué distancia sobre él debe colocarse otro cuerpo cargado con 3 μC, de signo contrario, para que el primero no caiga por la acción de su peso?.



Para que el cuerpo Azul, no caiga por su propio peso, tiene que ocurrir que la fuerza peso y la fuerza electrostática se compensen. Por tanto igualando ambas fuerzas, tenemos:

$$\vec{P} = \vec{F}_e$$

Como la fuerza eléctrica viene dada por:

$$F_e = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

Tenemos que:

$$F_e = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = P = 1N$$

Si despejamos d, obtenemos:

$$d = \sqrt{K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{F_e}}$$

Y sustituyendo, obtenemos:

$$d = \sqrt{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} C \cdot 3 \cdot 10^{-6} C}{1N}} = 0,23\ m$$

5.- Una carga positiva de 2 μ C está en el origen de un sistema de coordenadas. Calcular:

- ***a) Campo eléctrico en el punto (2,3) m y fuerza electrostática ejercida sobre una partícula cargada con -2 μ C situada en dicho punto.***
- ***b) Potencial eléctrico V en un punto P situado a 4 m del origen (considerando V_∞=0)***
- ***c) ¿Cuánto trabajo debe ser realizado por un agente exterior para llevar una carga de 3 μC desde el infinito hasta P?.***

a) El campo eléctrico viene dado por la expresión: $\vec{E} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{q}{r^2} \hat{r} = K \cdot \frac{q_2}{r^2} \hat{r}$, donde $\hat{r}$ es el vector unitario cuya dirección es la línea que une la carga con el punto en el que queremos calcular el campo. En este caso, tenemos que $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{13}}\left(2\hat{i} + 3\hat{j}\right)$ m, y por tanto:

$$\vec{E} = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} C}{13\ m^2} \frac{1}{\sqrt{13}}\left(2\hat{i} + 3\hat{j}\right) = \left(768\hat{i} + 1152\hat{j}\right) N / C$$

Para calcular la fuerza electrostática, utilizamos: $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, por tanto:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -2 \cdot 10^{-6} C\left(768\hat{i} + 1152\hat{j}\right) N \cdot C^{-1} = \left(-1,54\hat{i} - 2,3\hat{j}\right) \cdot 10^{-3} N$$

b) Para calcular el Potencial a 4 metros del origen, como $V = K\frac{q}{r}$, sustituyendo, tenemos:

$$V = K\frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} C}{4\ m} = 4500\ V$$

c) El trabajo viene dado por: $W = -\Delta E_p$

Como el trabajo lo realiza un agente exterior, este trabajo ha de ser positivo; así que en este caso, tenemos que:

$$W = E_{p_p} - E_{p_\infty} = q \cdot (V_p - V_\infty)$$

Como el potencial en el infinito es nulo, entonces queda:

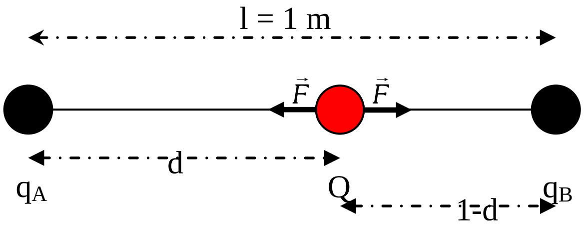
$$W = q \cdot V_p = 3 \cdot 10^{-6} C \cdot 4500 N \cdot C^{-1} = 0,0135\ J$$

6.- Dos cargas eléctricas puntuales, la una A triple que la otra B, están separadas un metro. Determinar el punto en que la unidad de carga positiva está en equilibrio cuando:

- ***a) A y B tienen el mismo signo.***
- ***b) A y B tienen signos opuestos.***
- ***c) ¿Se anulará el potencial electrostático en dichos puntos? Razonar.***

Tenemos que $q_A = 3q_B$, separadas un metro. El punto en el que la unidad de carga, Q, está en equilibrio será:

a) Para el caso en el que A y B son de igual signo, da igual positivo que negativo, este punto estará entre ellas ya que si ambas son positivas la repelerán, y si ambas son negativas la atraerán.



Así que las fuerzas ejercidas por la carga A y la B se compensarán:

$$\left.\begin{array}{l} F_A = K\cdot\dfrac{q_A\cdot Q}{d^2} \\ F_B = K\cdot\dfrac{q_B\cdot Q}{(1-d)^2} \end{array}\right\} K\cdot\frac{q_A\cdot Q}{d^2} = K\cdot\frac{q_B\cdot Q}{(1-d)^2}$$; Como $q_A = 3q_B$, sustituyendo nos queda: $K\cdot\dfrac{3q_B\cdot Q}{d^2} = K\cdot\dfrac{q_B\cdot Q}{(1-d)^2}$.

Si simplificamos, tenemos:

$$\frac{3}{d^2} = \frac{1}{(1-d)^2}$$

y de aquí:

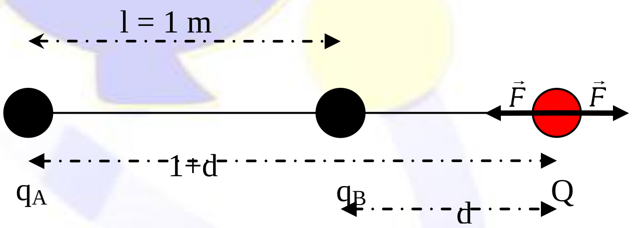
$$3 = \frac{d^2}{(1-d)^2}$$

si tomamos raíces en ambos lados de la igualdad y despejamos d:

$$\sqrt{3} = \frac{d}{1-d} \rightarrow \sqrt{3}(1-d) = d \rightarrow \sqrt{3} = d + \sqrt{3}d \rightarrow d = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = 0{,}634\ m$$

Por tanto el punto de equilibrio, estaría a 0,63 metros de A y a 0,37 metros de B.

b) Para el caso en el que A y B son de distinto signo, el esquema sería el siguiente, ya que si la carga Q estuviera entre ambas, estaría totalmente pegada a la de signo opuesto a ella.



Aquí, igual que en el caso anterior, las fuerzas ejercidas por la carga A y la B se compensarán:

$$\left.\begin{array}{l} F_A = K\cdot\dfrac{q_A\cdot Q}{(1+d)^2} \\ F_B = K\cdot\dfrac{q_B\cdot Q}{d^2} \end{array}\right\} K\cdot\frac{q_A\cdot Q}{(1+d)^2} = K\cdot\frac{q_B\cdot Q}{d^2}$$; Como $q_A = 3q_B$, sustituyendo nos queda: $K\cdot\dfrac{3\cdot q_B\cdot Q}{(1+d)^2} = K\cdot\dfrac{q_B\cdot Q}{d^2}$.

Si simplificamos, tenemos:

$$\frac{3}{(1+d)^2} = \frac{1}{d^2}$$

y de aquí:

$$3 = \frac{(1+d)^2}{d^2}$$

Si tomamos raíces en ambos lados de la igualdad y despejamos d:

$$\sqrt{3}=\frac{1+d}{d} \Rightarrow \sqrt{3}d=1+d \Rightarrow \sqrt{3}d-d=1 \Rightarrow d=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=1{,}366\ m$$

Por tanto el punto de equilibrio, estaría a 1,37 metros de B y a 2,37 metros de A.

c) Sabemos que el potencial es aditivo, por el teorema de superposición, pero además el potencial tiene signo positivo o negativo dependiendo de la carga de cada partícula.

En el caso de cargas de igual signo, esto es imposible porque el potencial se suma, ya sea positivo o negativo.

En el caso de cargas de distinto signo tendríamos: $V_i=\frac{K\cdot q_i}{r_i}$. Veamos que pasa:

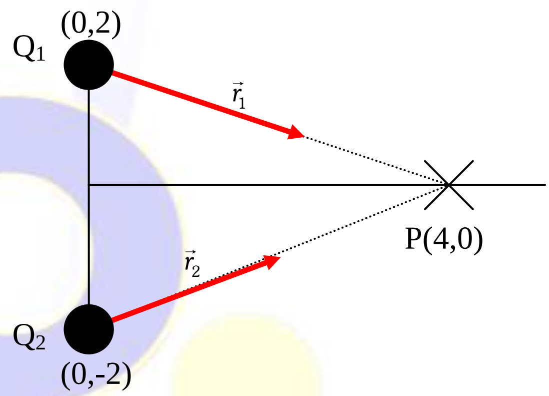
$$\left.\begin{array}{l} V_A=\frac{K\cdot q_A}{r_A}=-\frac{3\cdot K\cdot q_B}{r_A}=-\frac{3\cdot K\cdot q_B}{2{,}37} \\ V_B=\frac{K\cdot q_B}{r_B}=\frac{K\cdot q_B}{r_B}=\frac{K\cdot q_B}{1{,}37} \end{array}\right\} V=V_A+V_B=-\frac{3\cdot K\cdot q_B}{2{,}37}+\frac{K\cdot q_B}{1{,}37}=\frac{(-4{,}11+2{,}37)\cdot K\cdot q_B}{3{,}2469}=-0{,}54K\cdot q_B\neq 0$$

Por tanto el potencial eléctrico no se anula en ninguno de estos puntos.

7- Dos cargas $q_1=2\mu C$ y $q_2=4\mu C$ están situadas, respectivamente, en los puntos (0,2) y (0,-2) m. Calcular:

a) Campo y potencial electrostáticos en el punto (4,0) m.

b) Trabajo necesario para trasladar una carga de 6 μC desde el infinito hasta el (4,0) m.



a) El campo eléctrico en dicho punto será la suma de sendos campos eléctricos en dicho punto.

Calculamos primero el campo creado por la carga A:

Sea $\vec{r}_1$ el vector que une la carga A con el punto P.

$\vec{r}_1=(4,-2)$, su módulo es $\|\vec{r}_1\|=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$, el vector unitario en la dirección de $\vec{r}_1$ será: $\hat{r}_1=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5},-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

El campo eléctrico en un punto creado por una carga q viene dado por: $\vec{E}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q}{r^2}\hat{r}=K\cdot\frac{q_2}{r^2}\hat{r}$, entonces:

$$\vec{E}_{PA}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_A}{r_1^2}\hat{r}_1=K\cdot\frac{q_A}{r_1^2}\hat{r}_1=9\cdot10^9\,N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{2\cdot10^{-6}C}{20\ m^2}\hat{r}_1=900\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\hat{\imath}-\frac{\sqrt{5}}{5}\hat{\jmath}\right)=\left(805\hat{\imath}-402{,}5\hat{\jmath}\right)N/C$$

El campo creado por la carga B, será:

$$\vec{E}_{PB}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_2=K\cdot\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_2=9\cdot10^9\,N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{4\cdot10^{-6}C}{20\ m^2}\hat{r}_2=1800\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\hat{\imath}-\frac{\sqrt{5}}{5}\hat{\jmath}\right)=\left(1610\hat{\imath}+805\hat{\jmath}\right)N/C$$

Donde ahora $\vec{r}_2=(4,2)$ y $\hat{r}_2=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5},\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

Sumando ambas intensidades tenemos:

$$\vec{E}_P=\vec{E}_{PA}+\vec{E}_{PB}=\left(805\hat{\imath}-402{,}5\hat{\jmath}\right)+\left(1610\hat{\imath}+805\hat{\jmath}\right)=\left(2415\hat{\imath}+402{,}5\hat{\jmath}\right)N\cdot C^{-1}$$

El potencial electrostático vendrá dado por: $V = \frac{K \cdot q}{r}$

Por tanto, en el punto P, tendremos que:

$$V_P = V_{PA} + V_{PB} = \frac{K \cdot q_A}{r_1} + \frac{K \cdot q_B}{r_2} = K \frac{q_A + q_B}{r} = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} C + 4 \cdot 10^{-6} C}{2\sqrt{5}\ m} = 12075\ V$$

Donde hemos utilizado que $r_1 = r_2 = r = 2\sqrt{5}$ puesto que los módulos de los vectores $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ son iguales.

b) El trabajo necesario para trasladar una carga de 6 μC desde el infinito hasta el punto P viene dado por la variación de la energía potencial.

$$W = \Delta E_p$$
$$W = \left(E_{p_p} - E_{p_\infty}\right) = q \cdot (V_p - V_\infty)$$

Como el potencial en el infinito es nulo, tenemos que:

$$W = q \cdot V_p = 6 \cdot 10^{-6} C \cdot 12075\ J \cdot C^{-1} = 0{,}072\ J$$

8.- El potencial creado por una carga puntual a cierta distancia de ella es de 600 V y el campo eléctrico en el mismo punto es 200 N/C . ¿Cuál es la distancia a la carga desde el punto? ¿Cuál es el valor de la carga?.

Sabemos que el potencial viene dado por: $V = \frac{K \cdot q}{r}$, y el campo eléctrico por: $E = K \cdot \frac{q}{r^2}$, si comparamos ambas ecuaciones llegamos a la conclusión de que $E = V \cdot \frac{1}{r} = \frac{V}{r}$, quiere esto decir que despejando r:

$$r = \frac{V}{E} = \frac{600V}{200N/C} = \frac{600J/C}{200N/C} = 3\frac{J}{N} = 3\frac{N \cdot m}{N} = 3m$$

Como hemos dicho con anterioridad, el campo eléctrico por: $E = K \cdot \frac{q}{r^2}$, por tanto una vez conocido r, podemos despejar la carga q:

$$q = \frac{E \cdot r^2}{K} = \frac{200 N \cdot C^{-1} \cdot 9m^2}{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}} = 2 \cdot 10^{-7} C$$

9. Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de 5 J. Si se traslada desde el infinito hasta otro punto C, el trabajo es de -10 J.

a) ¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C hasta el A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa la respuesta?

b) Si q = -2 μC, ¿Cuánto vale el potencial en los puntos A y C?

a) El trabajo de llevar la carga de D a A viene dado por la variación de la energía potencial: $W = -\Delta E_p$

$$W_{A \to \infty} = -\Delta E_p = -\left(E_{p\infty} - E_{pA}\right) = -\left(-E_{pA}\right) = E_{pA} = 5\ J$$

El trabajo de llevar una carga desde el infinito a C será:

$$W_{\infty \to C} = -\Delta E_p = -\left(E_{pC} - E_{p\infty}\right) = -\left(E_{pC}\right) = -E_{pC} = -10\ J$$

Por tanto el trabajo para llevar la carga desde C hasta A será:

$$W_{C\to A} = -\Delta E_p = -\left(E_{pA} - E_{pC}\right) = -(5-10) = 5\ J$$

b) Sabemos que el potencial se puede calcular como: $V = \dfrac{E_P}{q}$, por tanto si la carga es q=-2 μC, entonces el potencial en A, será:

$$V_A = \frac{E_{PA}}{q} = \frac{5J}{-2\cdot 10^{-6} C} = -2{,}5\cdot 10^6\ V$$

Y el potencial en C:

$$V_C = \frac{E_{PC}}{q} = \frac{-10J}{-2\cdot 10^{-6} C} = 5\cdot 10^6\ V$$

10. Aceleramos un electrón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 10 kV.

a) Analizar energéticamente el proceso, calculando la velocidad que alcanza el electrón. Realizar un esquema, indicando el movimiento realizado por el electrón, y la disposición de los puntos de mayor y menor potencial.

b) Repetir el apartado anterior para un protón, y para un neutrón

(datos: $m_p \approx m_n = 1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C)

a) El incremento de energía potencial del electrón al pasar del punto 1 al punto 2 es:

$$\Delta E_p = q_e\left(V_2 - V_1\right)$$

Como la energía mecánica se conserva, tenemos que:

$$E_{M_1} = E_{M_2}$$

$$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$$

O lo que es lo mismo:

$$E_{c_1} - E_{c_2} = E_{p_2} - E_{p_1}$$

Por tanto, el incremento de energía cinética es igual pero de signo contrario al incremento de energía potencial.

$$\Delta E_c = q_e\left(V_1 - V_2\right)$$

Como en el punto 1 la velocidad del electrón es cero, entonces $E_{c_1} = 0$, y entonces:

$$\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = E_{c_2} = q_e\left(V_1 - V_2\right)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{1}{2} m_e \cdot v_{e_2}^2 = q_e\left(V_1 - V_2\right)$$

Despejando la velocidad del electrón en el punto 2, tenemos:

$$V_{e_2} = \sqrt{\frac{2q_e\left(V_1 - V_2\right)}{m_e}}$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$V_{e_2} = \sqrt{\frac{2q_e\left(V_1 - V_2\right)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} C\cdot 10^4 V}{9{,}1\cdot 10^{-31} kg}} = 5{,}93\cdot 10^7\, m\cdot s^{-1}$$

Como dice que la diferencia de potencial entre los puntos 1 y 2 es de 10^4 V, y como $\Delta V = V_2 - V_1$, podemos afirmar que el punto 2 tiene un potencial mayor que el punto 1.

b) Este apartado es similar al anterior, pero ahora para el caso de un protón y de un neutrón.

El incremento de energía potencial del protón al pasar del punto 1 al punto 2 es:

$$\Delta E_p = q_p\left(V_2 - V_1\right)$$

Como la energía mecánica se conserva, tenemos que:

$$E_{M_1} = E_{M_2}$$

$$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$$

O lo que es lo mismo:

$$E_{c_1} - E_{c_2} = E_{p_2} - E_{p_1}$$

Por tanto, el incremento de energía cinética es igual pero de signo contrario al incremento de energía potencial.

$$\Delta E_c = q_p\left(V_1 - V_2\right)$$

Como en el punto 1 la velocidad del protón es cero, entonces $E_{c_1} = 0$, y entonces:

$$\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = E_{c_2} = q_p\left(V_1 - V_2\right)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{1}{2} m_p \cdot v_{p_2}^2 = q_p\left(V_1 - V_2\right)$$

Despejando la velocidad del protón en el punto 2, tenemos:

$$V_{p_2} = \sqrt{\frac{2q_p\left(V_1 - V_2\right)}{m_p}}$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$V_{p_2} = \sqrt{\frac{2q_p\left(V_1 - V_2\right)}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 10^4\,V}{1,66 \cdot 10^{-27}\,kg}} = 1,39 \cdot 10^6\,m \cdot s^{-1}$$

Igual que antes, como la diferencia de potencial entre los puntos 1 y 2 es de 10^4 V, y como $\Delta V = V_2 - V_1$, podemos afirmar que el punto 2 tiene un potencial mayor que el punto 1.

c) En el caso del neutrón, como es una partícula sin carga, tenemos que:

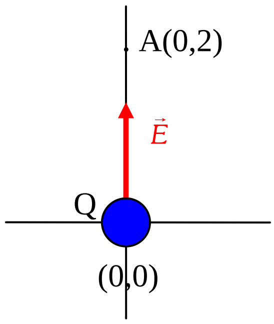
$$\Delta E_p = q_n\left(V_2 - V_1\right) = 0$$

Y si no hay variación de E_p, tampoco la hay de E_c, porque la partícula no se mueve.

11. Una partícula de carga $6 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 NC^{-1}, dirigido en el sentido positivo del eje OY.

a) Describa la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento? , ¿en qué se convierte dicha variación de energía?

b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.



a) Como la partícula tiene carga positiva, y sabemos que la fuerza eléctrica viene dada por $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, esto quiere decir que la Fuerza y el campo eléctrico tienen el mismo sentido, por tanto la trayectoria seguida por la partícula será rectilínea. La energía potencial disminuirá, debido a que la distancia del punto 0 es cada vez mayor, evidentemente esta disminución de la energía potencial conllevará un aumento de la energía cinética de la partícula debido al principio de conservación de la energía. Por tanto esta variación de energía se traduce en un aumento de la velocidad de la partícula.

b) El trabajo realizado por el campo viene dado por la variación de la energía potencial del la partícula entre los puntos O y A.

Sabemos que $W = -\Delta E_p$, por tanto: $W_{O \to A} = -\Delta E_p = -\left(E_{pA} - E_{pO}\right) = -q\left(V_A - V_O\right)$

Y como $\left\{\begin{array}{l} V_O = \dfrac{KQ}{r_o} = E \cdot r_o \\ V_A = \dfrac{KQ}{r_A} = E \cdot r_A \end{array}\right\}$ ➔ entonces $V_A - V_o = E \cdot (r_A - r_o)$ tenemos que:

$$W_{O \to A} = -q \cdot E \cdot (r_A - r_o) = -6 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 500\ N \cdot C^{-1} \cdot 2\ m = -6 \cdot 10^{-3}\ J$$

Y como el trabajo lo realiza el campo, $W_e = -W_{o \to A} = 6 \cdot 10^{-3}\ J$

La diferencia de potencial entre O y A será : $V_A - V_o = E \cdot (r_A - r_o) = 500 N \cdot C^{-1} \cdot 2m = 1000 J \cdot C^{-1} = 1000\ V$

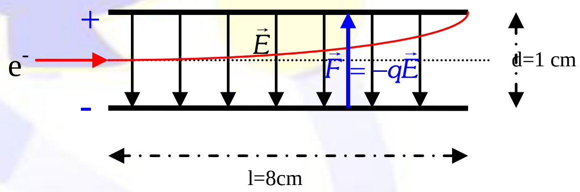
12.- Un electrón se lanza con una velocidad de 10^7 ms^{-1} y penetra en la región comprendida entre dos conductores horizontales, planos y paralelos, de 8 cm de longitud y separados entre sí 1 cm, en la que existe un campo eléctrico uniforme. El electrón penetra en la región por un punto equidistante de los dos conductores planos y, a la salida, pasa justamente por el borde del conductor superior.

a) Razonar qué tipo de movimiento describirá el electrón.

b) Calcular el campo eléctrico que existe entre los conductores y la diferencia de potencial entre ellos. *(datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $me = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)*

a) Tenemos una combinación de dos movimientos, un MRU sobre el eje horizontal y un MRUA sobre el eje vertical. Cuya combinación nos da un movimiento Parabólico.

b) En el movimiento en el eje X, al no actuar ninguna fuerza:



$$M.R.U.\left\{\begin{array}{l} v = \dfrac{x}{t} \\ x = x_o + v \cdot t \end{array}\right.$$

Calculamos el tiempo que tarda el electrón en cruzar los dos conductores:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{0{,}08m}{10^7 m \cdot s^{-1}} = 8 \cdot 10^{-9} s$$

En el eje Y como actúa la fuerza electrostática en sentido contrario al campo, puesto que la carga es negativa, tenemos un movimiento:

$$MRUA\left\{\begin{array}{l} v = v_o + a \cdot t \\ y = y_o + v_{ot} \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 \end{array}\right.$$

Conocido el tiempo y la distancia, calculo la aceleración:

$$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2y}{t^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} m}{\left(8 \cdot 10^{-9}\right)^2 m^2 \cdot s^{-2}} = 1{,}56 \cdot 10^{14} m \cdot s^{-2}$$

Conocida la aceleración y aplicando la segunda ley de Newton, tenemos que:

$$\sum F = m{\cdot}a \qquad \Rightarrow \qquad F_e = m{\cdot}a \qquad \Rightarrow \qquad q{\cdot}E = ma$$

Despejando la intensidad del campo, tenemos:

$$E = \frac{m{\cdot}a}{q} = \frac{9{,}1{\cdot}10^{-31}\,kg{\cdot}1{,}56{\cdot}10^{14}\,m{\cdot}s^{-2}}{-1{,}602{\cdot}10^{-19}\,C} = -888{,}5\ N/C$$

Por tanto el campo eléctrico es :

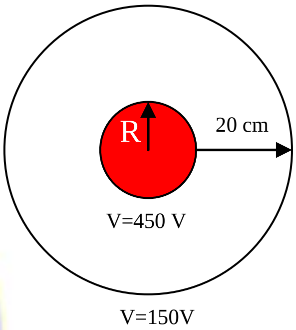
$$\boxed{E = -888{,}5\,\hat{j}\ NC^{-1}}$$

Como sabemos que el potencial viene dado por: $V = \frac{K{\cdot}q}{r}$, y el campo eléctrico por: $E = K{\cdot}\frac{q}{r^2}$, si comparamos ambas expresiones llegamos a: $E = \Delta V{\cdot}\frac{1}{r} = \frac{\Delta V}{r}$, quiere esto decir que despejando ΔV:

$$\Delta V = E{\cdot}r = 888{,}5{\cdot}0{,}01 = 8{,}885V$$

Y ésta sería la diferencia de potencial entre ambas placas:

$$\boxed{\Delta V = 8{,}885V}$$



13. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie y a una distancia radial de 20 cm de la superficie, el potencial es de 150 V. Calcular el radio de la esfera y su carga.

Sabemos que el potencial viene dado por $V = \frac{K{\cdot}q}{r}$, por tanto:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{K{\cdot}q}{r_1} \\ V_2 &= \frac{K{\cdot}q}{r_2} \end{aligned}\right\} \text{ Si dividimos una entre la otra, tenemos } \left\{ \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{K{\cdot}q}{r_1}}{\frac{K{\cdot}q}{r_2}} = \frac{r_2}{r_1} \right.$$

; como conocemos V_1 y V_2 y la relación entre los radios ($r_2=r_1+0{,}2m$)

$$\frac{450}{150} = \frac{r_1+0{,}2}{r_1}$$

Operando:

$$3 = \frac{r_1+0{,}2}{r_1} \qquad \Rightarrow \qquad 3{\cdot}r_1 = r_1+0{,}2 \qquad \Rightarrow \qquad 2r_1 = 0{,}2 \qquad \Rightarrow \qquad r_1 = 0{,}1\ m$$

Y despejando q de $V_1 = \frac{K{\cdot}q}{r_1}$, tenemos:

$$q = \frac{V_1{\cdot}r_1}{K} = \frac{450V{\cdot}0{,}1m}{9{\cdot}10^9\,N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}{\cdot}} = 5{\cdot}10^{-9}\,C$$

14.- Una esfera de 8 cm de radio posee una carga eléctrica de - 0,3 μC. Calcular:
  a) Potencial en un punto de la superficie.
  b) Campo y potencial en un punto situado a 12 cm de la superficie.

A) Sabemos que el potencial en un punto de su superficie viene dado por $V = \frac{K{\cdot}q}{r}$, donde r es el radio de la esfera; por tanto:

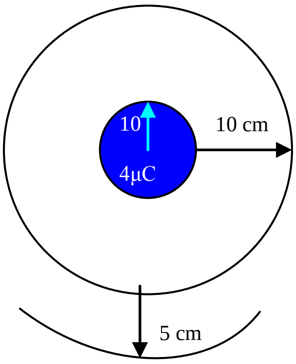
$$V = \frac{K \cdot q}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot (-0,3 \cdot 10^{-6} C)}{0,08m} = -337500 \ V$$

B) El campo en un punto a 12 m de la superficie será:

$$E = \frac{K \cdot q}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot (-0,3 \cdot 10^{-6} C)}{(0,2m)^2} = -6,7500 \cdot 10^4 N \cdot C^{-1}$$

Y el potencial:

$$V = \frac{K \cdot q}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot (-0,3 \cdot 10^{-6} C)}{0,2m} = -13500 \ V$$



15.- Una carga de 4 μC está distribuida uniformemente sobre una superficie esférica de 10 cm de radio. Calcular:

a) Trabajo necesario para alejar radialmente una carga de -3 μC desde un punto situado a 10 cm de la superficie esférica, una distancia de 5 cm.

b) En qué puntos sería nulo el campo si colocamos una carga puntual de 6 μC a 20 cm de distancia de la superficie esférica?

a) El trabajo es la diferencia de energía de potencial cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p = -q(V_2 - V_1)$$

Calculamos los potenciales en los puntos 1 a 10 cm de la superficie, y 2 a 15 cm de la superficie:

$$V_1 = \frac{K \cdot q}{r_1} = \frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} C}{0,2m} = 1,8 \cdot 10^5 \ V \qquad V_2 = \frac{K \cdot q}{r_2} = \frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} C}{0,25m} = 1,44 \cdot 10^5 \ V$$

$$W = -q(V_2 - V_1) = 3 \cdot 10^{-6} C \cdot (1,8 - 1,44) \cdot 10^{-5} J/C = -0,108 \ J$$

Como el trabajo de extracción es opuesto al realizado por la carga: $\boxed{W_{ext} = 0,108 \ J}$

b) Para que anule el campo eléctrico en un punto, tiene que ocurrir que en ese punto el campo creado por la esfera sea igual pero de sentido contrario al campo creado por la carga puntual.

Si llamamos d a la distancia desde la esfera a dicho punto, desde la partícula cargada la distancia a ese punto será 0,3-d. Igualando ambos campos eléctricos:

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \dfrac{K \cdot q_1}{r_1^2} \\ E_2 = \dfrac{K \cdot q_2}{r_2^2} \end{array} \right\} E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{K \cdot q_1}{r_1^2} = \frac{K \cdot q_2}{r_2^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{K \cdot q_1}{d^2} = \frac{K \cdot q_2}{(0,3-d)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{d^2}{(0,3-d)^2}$$

Tomando raíces cuadradas a ambos lados de la igualdad:

$$\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{d}{0,3-d} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{d}{0,3-d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{0,3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}}{1 + \sqrt{\frac{2}{3}}} = 0,135 \ m$$

Por tanto el punto en el que se anula el campo eléctrico está a 13,5 cm de la esfera y a 16,5 cm de la carga puntual.

16. Calcular la energía del electrón de un átomo de hidrógeno en su estado fundamental (según el modelo de Böhr) *(Datos: me = 9,1 ·10^{-31} kg, r = a_0 = 0,53 Å)*

Según el modelo de Böhr, el electrón gira alrededor del núcleo en órbitas circulares perfectas.
Para calcular la energía, primero calcularemos la potencial y luego la cinética, porque despreciamos la gravitatoria.

La energía potencial eléctrica del electrón vendrá dada por:

$$E_p = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} C}{0,53 \cdot 10^{10} m} = -4,34 \cdot 10^{-18} J$$

Mientras que si energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Calculemos la velocidad del electrón en la órbita del modelo atómico de Böhr:

Aquí, la fuerza eléctrica se compensa con la fuerza centrípeta, por tanto:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{R^2}$$

Operando un poco llegamos a:

$$v = \sqrt{\frac{K \cdot q \cdot Q}{m \cdot R}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} C}{9 \cdot 31 \cdot 10^{31} kg \cdot 0,53 \cdot 10^{10} m}} = 2,184 \cdot 10^6 m \cdot s^{-1}$$

Y por tanto la energía cinética del electrón será:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 2,17 \cdot 10^{-18} J$$

Por tanto, sumando ambas cantidades, tenemos que

$$E_{e^-} = E_p + E_c = -4,34 \cdot 10^{-18} J + 2,17 \cdot 10^{-18} J = -2,17 \cdot 10^{-18} J$$

Si trabajamos con la unidad electrón voltio, $1eV = 1,602 \cdot 10^{-17} J$
Entonces la energía del Electrón es:

$$E = -13,56 \; eV$$

17.- Una carga de +1 μC se coloca a 1 cm de un alambre largo delgado, cargado con +5 μC/m. Calcula la fuerza que el alambre ejerce sobre esa carga. Calcula la diferencia de potencial existente entre ese punto y otro situado a 3 cm del alambre. ¿Qué trabajo hay que realizar para llevar la carga dada desde este punto al anterior? ¿Y al revés?.

Para calcular el campo creado por el alambre conductor a una distancia r de él construimos una superficie gaussiana cilíndrica, concéntrica con el alambre, de radio r y de altura l. La carga contenida dentro de esta superficie es λ, y, como el campo es perpendicular al hilo, el flujo atraviesa la superficie lateral y las bases del cilindro. Aplicando el teorema de Gauss, como en las bases los vectores E y dS son perpendiculares, en ellas el flujo será nulo y tendremos que:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E \cdot dS = E \cdot \oint dS = E \cdot S = E \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \frac{Q}{\varepsilon} = \frac{\lambda \cdot l}{\varepsilon}$$

De donde despejando E, nos da:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{\lambda}{r} = \frac{2}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{\lambda}{r} = 2K\frac{\lambda}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} C \cdot m^{-1}}{0,01 \; m} = 9 \cdot 10^6 N / C$$

La fuerza vendrá dada por:

$$F = q{\cdot}E = 1{\cdot}10^{-6}\,C{\cdot}9{\cdot}10^{6}\,N{\cdot}C^{-1} = 9\ N$$

Como el campo es uniforme, la diferencia de potencial viene dada por:

$$\Delta V = E{\cdot}r$$

Entonces la diferencia de potencial entre el alambre y la carga será:

$$\Delta V = E{\cdot}r = 9{\cdot}10^{6}\,N/C{\cdot}0{,}01m = 9{\cdot}10^{4}\,V$$

La ddp. entre el alambre y el punto situado a 3 cm será:

$$\Delta V = E{\cdot}r = 9{\cdot}10^{6}\,N/C{\cdot}0{,}03m = 2{,}7{\cdot}10^{5}\,V$$

Entre ambos puntos, la diferencia de potencial será:

$$\Delta V = 2{,}7{\cdot}10^{5}\,V - 9{\cdot}10^{4}\,V = 1{,}8{\cdot}10^{4}\,V$$

Para calcular el trabajo, utilizamos:

$$W_{12} = q\Delta V = 10^{-6}\,C{\cdot}1{,}8{\cdot}10^{4}\,V = 0{,}018J$$

Y el trabajo contrario será el mismo pero con el signo cambiado.

$$W_{21} = -q\Delta V = 10^{-6}\,C{\cdot}1{,}8{\cdot}10^{4}\,V = -0{,}018J$$

18.-Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme, de 10^5 V/m, perpendicularmente a sus líneas de fuerza, con una velocidad inicial de 10^4 m/s. Calculad la aceleración que experimenta el electrón, la ecuación de la trayectoria que describe, y su velocidad al cabo de 1 s de penetrar en ese campo. (q_e=1.6·10^{-19} C; m_e=9.11·10^{-31} Kg)

Para calcular la aceleración, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\sum F = m{\cdot}a \qquad \Rightarrow \qquad F_e = m{\cdot}a \qquad \Rightarrow \qquad q{\cdot}E = ma$$

De donde, despejando la aceleración, tenemos:

$$\vec{a} = \frac{q{\cdot}\vec{E}}{m} = \frac{-1{,}602{\cdot}10^{-19}\,C{\cdot}10^{5}\,\hat{r}\ N{\cdot}C^{-1}}{9{,}1{\cdot}10^{-31}\,kg} = -1{,}76{\cdot}10^{16}\ \hat{r}\ \ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

En módulo será:

$$a = 1{,}76{\cdot}10^{16}\ \ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

La ecuación de la trayectoria la calculamos haciendo el estudio de los movimientos en el eje X y en el eje Y

Eje x: $M.R.U.\begin{cases} v = \dfrac{x}{t} \\ x = x_o + v{\cdot}t \end{cases}$ Despejamos el tiempo: $t = \dfrac{x}{v}$

Eje Y : $MRUA\begin{cases} v = v_o + a{\cdot}t \\ y = y_o + v_{ot}{\cdot}t + \frac{1}{2}a{\cdot}t^2 \end{cases}$

Sustituimos t:

$$y = \frac{1}{2}a{\cdot}t^2 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2}a{\cdot}\left(\frac{x}{v}\right)^2 = \frac{1}{2}1{,}76{\cdot}10^{16}{\cdot}\frac{x^2}{10^{10}} = 8{,}8{\cdot}10^5\,x^2$$

La ecuación de la trayectoria es:

$$y = 8{,}8{\cdot}10^5\,x^2$$

Su velocidad al cabo de un segundo será la misma en el eje x, pero en el eje y: $v_y = a{\cdot}t = 1{,}76{\cdot}10^{16}\,m{\cdot}s^{-1}$

Así que el modulo de la velocidad será:

$$v = \sqrt{\left(10^5\right)^2 + \left(1{,}76{\cdot}10^{16}\right)^2} = 1{,}76{\cdot}10^{16}\,m{\cdot}s^{-1}$$

19.- El campo eléctrico en las proximidades de la superficie de la Tierra es aproximadamente 150 N C^{-1}, dirigido hacia abajo. a) Compare las fuerzas eléctrica y gravitatoria que actúan sobre un electrón situado en esa región. b) ¿Qué carga debería suministrarse a un clip metálico sujetapapeles de 1 g para que la fuerza eléctrica equilibre su peso cerca de la superficie de la Tierra?

Datos: m_e = 9,1·10^{-31} kg ; q_e = -1,6·10^{-19} C ; g = 10 m s^{-2}

a) La fuerza gravitatoria vendrá dada por: $F = P = m{\cdot}g = 9{,}1{\cdot}10^{-31}\,kg{\cdot}10N/ck = 9{,}1{\cdot}10^{-29}\,N$
La fuerza electrostática será: $F = q{\cdot}E = 1{,}602{\cdot}10^{-19}\,N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}{\cdot}150N/C = 2{,}4{\cdot}10^{17}\,N$

Dividiendo ambas, tendremos: $\frac{F_E}{F_G} = \frac{2{,}4{\cdot}10^{-17}}{9{,}1{\cdot}10^{-29}} = 2{,}64{\cdot}10^{11}$ $\qquad F_E \cong 3{\cdot}10^{11}\,F_G$

b) Para que estén en equilibrio ambas fuerzas, tienen que ser iguales pero de sentido contrario, y por tanto:

$$F_E = F_G \quad \Leftrightarrow \quad q{\cdot}E = m{\cdot}g \quad \Leftrightarrow \quad q = \frac{m{\cdot}g}{E} = \frac{10^{-3}{\cdot}10}{150} = 6{,}67{\cdot}10^{-5}\,C$$

Como quiero que estén en equilibrio, la fuerza peso y la electrostática han de ser de signo opuesto, por tanto la fuerza peso va hacia abajo y la electrostática hacia arriba, y para ello necesitamos que la carga sea negativa para que se mueva en sentido contrario al campo E.

Por tanto:

$$q = -6{,}67{\cdot}10^{-5}\,C$$

20.- Dadas dos cargas de +3·10^{-9} C y -4·10^{-9} C, colocadas, respectivamente, en los puntos (4,0,0) y (0,0,4), calcular: A) el potencial eléctrico en el punto (0,3,0); B) el trabajo necesario para llevar una carga de prueba (1 C) desde este punto al (0,0,0). Las coordenadas están expresadas en metros.

Datos: K=9·10^9 N·m^2·C^{-2}

a) De los puntos (4,0,0) y (0,0,4) al punto (0,3,0) hay la misma distancia:

$$\vec{r}_1 = (4,0,0) - (0,3,0) = (4,-3,0) \quad \Rightarrow \quad \|\vec{r}_1\| = \sqrt{16+9} = 5$$
$$\vec{r}_2 = (0,0,4) - (0,3,0) = (0,-3,4) \quad \Rightarrow \quad \|\vec{r}_2\| = \sqrt{16+9} = 5$$

Si calculamos el potencial creado por cada una de ellas en el punto (0,3,0), este será:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{r} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{3\cdot 10^{-9}\, C}{5} = 5{,}4\ V$$
$$V_2 = K\frac{Q_2}{r} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{-4\cdot 10^{-9}\, C}{5} = -7{,}2\ V$$

El potencial total en dicho punto, y utilizando el principio de superposición, será:

$$V = V_1 + V_2 = 5{,}4\ V - 7{,}2\ V = -1{,}8\ V$$

b) Para calcular el trabajo necesitamos calcular el potencial en el origen de coordenadas, por tanto:

$$V_o = V_{0_1} + V_{0_2} = \left\{\begin{matrix} V_{0_1} = K\dfrac{Q_1}{r} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\dfrac{3\cdot 10^{-9}\, C}{4} = 6{,}75\ V \\ V_{0_2} = K\dfrac{Q_2}{r} = 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\dfrac{-4\cdot 10^{-9}\, C}{4} = -9\ V \end{matrix}\right\} V_0 = -2{,}25\ V$$

Sabemos que el trabajo es: $W = q\cdot\Delta V = 1\cdot\left(V_o - V_1\right) = -2{,}25 + 1{,}8 = -0{,}45\ J$

21.- Un satélite artificial de 1000 kg describe una órbita geoestacionaria con una velocidad de $3{,}1\cdot 10^3$ m s^{-1}. a) Explique qué significa órbita geoestacionaria y determine el radio de la órbita indicada. b) Determine el peso del satélite en dicha órbita.

Datos: G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; M_T = $6{,}0\cdot 10^{24}$ kg ; R_T = 6400 km

a) Una órbita estacionaria es una órbita en la que los satélites tienen el mismo periodo de revolución que la tierra, o sea, 24 horas. Para determinar el radio, tenemos que:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}}$$

Donde v es la velocidad orbital que calculamos igualando la fuerza de atracción a la fuerza centrípeta. Por tanto para calcular el radio, despejamos de:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}}$$

y obtenemos:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}} = 42{,}243\cdot 10^6\ m$$

Como vemos , para el caso de estos satélites geoestacionarios, la distancia resulta ser de unos 42300 km, o sea, describen órbitas a 36000 km de altura sobre la superficie terrestre, una distancia muy grande comparada con la altura que alcanzan los llamados "satélites de órbita baja", entre 400 y 800 km sobre la superficie.

b) El peso del satélite en dicha órbita viene dado por:

A una distancia de 42000km de la tierra, tendremos:

$$g = -G\frac{M_T}{r^2}$$

Y por tanto:

$$P = m\cdot g = G\frac{m\cdot M_T}{r^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\, N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\,\frac{1000kg\cdot 6\cdot 10^{24}\, kg}{\left(42{,}243\cdot 10^6\right)^2} = 224{,}27\ kg$$

22.- La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra, su diámetro 10 veces mayor que el terrestre y su distancia media al Sol 5 veces mayor que la de la Tierra al Sol. a) Razone cuál sería el peso en Júpiter de un astronauta de 75 kg. b) Calcule el tiempo que Júpiter tarda en dar una vuelta completa alrededor del Sol, expresado en años terrestres.

Datos: g = 10 m s^{-2} ; radio orbital terrestre = 1,5 · 10^{11} m.

a) Vamos a calcular el valor de la gravedad en la superficie de Júpiter:

$$g = G\frac{M_J}{R_J^2} = G\frac{300M_T}{(10R_T)^2} = 3G\frac{M_T}{R_T^2} = 3g_0 = 30m{\cdot}s^{-2}$$

Por tanto el peso del astronauta será:

$$P = m{\cdot}g = 75kg{\cdot}30N/Kg = 2250\ N$$

b) Si la distancia media de Júpiter al sol es 5 veces la de la tierra, quiere esto decir que el radio orbital de Júpiter es 5 veces mayor que el de la tierra, por tanto el tiempo que tarda Júpiter en dar una vuelta, vendrá dado por la 3ª ley de Kepler:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}} = 2{\cdot}\pi\sqrt{\frac{(5r)^3}{G{\cdot}M_S}} = \sqrt{125}{\cdot}2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} = \sqrt{125}{\cdot}T_{Tierra} = 11,18\ años$$

23.- Dos gotas de agua, aisladas, de radios 0,5 mm y 0,8 mm, están cargadas con 40 μC y 50 μC, respectivamente. Dichas gotas reúnen para originar una sola gota. Calcular: a) El radio de esta gota; B) La carga total que adquiere; C) El potencial en un punto de su superficie.

Datos: K=9·10^9 N·m^2·C^{-2}

a) El radio se obtiene de la suma de los volúmenes, por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0,5)^3 = \frac{1}{6}\pi \\ V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0,8)^3 = \frac{256}{375}\pi \end{array}\right\} V = \frac{637}{750}mm^3 \text{ de donde: } r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{\frac{637}{750}\pi}{4\pi}} = 0,86mm$$

b) La carga será la suma de ambas cargas: q=90 μC

c) El potencial en un punto de la superficie vendrá dado por:

$$V = K{\cdot}\frac{Q}{r} = 9{\cdot}10^9\,N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}{\cdot}\frac{9{\cdot}10^{-5}C}{8,6{\cdot}10^{-4}m} = 9,42{\cdot}10^8\ V$$