5. Movimiento ondulatorio

PREPARACIÓN DE LA UNIDAD (pág. 119)

- *a)* **Movimiento periódico:** La característica que define un movimiento periódico es que se repite cada cierto intervalo de tiempo, que denominamos período.

  b) **Movimiento oscilatorio periódico:** Se caracteriza por repetirse cada cierto intervalo de tiempo (es periódico) sucesivamente a un lado y a otro de un punto de equilibrio.

  c) **Movimiento oscilatorio armónico simple:** Se trata de un movimiento periódico y oscilatorio, en el que la aceleración en cada momento es proporcional a la elongación y de sentido contrario.

- Datos: MAS; $x = 0{,}3$ sen $(10\pi t)$ en unidades SI

  a) Si comparamos con la expresión general de un MAS, $x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_o)$, vemos que la fase inicial es $\varphi_0 = 0$.

  b) La pulsación es $\omega = 10\pi$ rad/s.

  c) La amplitud es $A = 0{,}3$ m.

  d) Calculamos el período a partir de la pulsación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2 \text{ s}$$

  e) Hallamos la frecuencia, que es la inversa del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}2 \text{ s}} = 5 \text{ Hz}$$

  f) Calculamos la elongación para $t = 0$:

$$x = 0{,}3 \text{ sen } (10\pi t) = 0{,}3 \text{ sen } 0 = 0 \text{ m}$$

  g) La elongación para $t = 2$ s es:

$$x = 0{,}3 \text{ sen } (10\pi t) = 0{,}3 \text{ sen } (20\pi) = 0 \text{ m}$$

  h) Para hallar la velocidad, derivamos la elongación:

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}3 \cdot 10\pi \cos(10\pi t) = 3\pi \cos(10\pi t)$$

$$v(5 \text{ s}) = 3\pi \cos(10\pi t) = 3\pi \cos(10\pi \cdot 0{,}5)$$

$$v(5 \text{ s}) = 3\pi \cos(5\pi) = -3\pi$$

- Consideramos un MAS con ecuación para la elongación $x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$.

  a) Si $\varphi_0 = 0$, se cumple que en $t = 0$:

$$x = A \text{ sen } \varphi_0 = A \text{ sen } 0 = 0$$

  Por tanto, la elongación en el instante inicial debe ser nula.

  b) Si $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; en $t = 0$, $x = A \text{ sen } \varphi_0 = A \text{ sen } \frac{\pi}{2} = A$. Por tanto, en el instante inicial la elongación debe ser máxima y positiva.

- Que el logaritmo en base b de a valga c ($\log_b a = c$) significa que b elevado a c vale a ($b^c = a$).

- La unidad de presión en el Sistema Internacional es el Pa y la de densidad es el kg/m^3.

1. ONDAS (pág. 120)

1. La perturbación que se propaga en las ondas formadas en la superficie del agua es la elevación de algunas partículas y el hundimiento de otras. De hecho, se está transmitiendo energía a través de las ondas, cosa que permite la elevación del agua.

2. *a)* Cuando la onda generada por nuestra sacudida en la cuerda alcance el cuerpo que cuelga de ella, el cuerpo se elevará y volverá a bajar.

   b) Este hecho demuestra que las ondas transportan energía, ya que el cuerpo, al elevarse, tiene mayor energía potencial que antes, y esta energía no se puede crear de la nada. Es la energía que le llega a través de la onda.

2. ONDAS MECÁNICAS (pág. 122)

3. Respuesta sugerida:

   Un fenómeno típicamente ondulatorio son las ondas que se crean en la superficie de un estanque cuando dejamos caer una piedra. Las ondas que se propagan por el agua son ondas mecánicas, ya que precisan la presencia del agua para propagarse.

4. Se define como onda transversal aquel movimiento ondulatorio en el que la dirección de propagación de la perturbación y la dirección de oscilación de las partículas del medio perturbado son perpendiculares.

   Se define como onda longitudinal aquel movimiento ondulatorio en el que la dirección de propagación de la perturbación y la dirección de oscilación de las partículas del medio perturbado son paralelas.

5. Las ondas transmitidas por una cuerda son transversales porque la propagación de la onda a lo largo de la cuerda y la dirección de vibración de la cuerda (subiendo y bajando) son perpendiculares.

6. Las ondas de compresión y expansión transmitidas por un resorte son longitudinales porque la dirección de propagación de las ondas y la dirección del movimiento oscilatorio coinciden, son paralelas al resorte.

   — Podemos establecer una onda transversal en un resorte dando un golpe en uno de sus extremos en la dirección perpendicular al resorte.

7. La velocidad de propagación de una onda mecánica depende de las propiedades del medio en el que se transmite. Para las ondas longitudinales, por ejemplo, en el caso de sólidos, estas propiedades son la densidad y la constante elástica; mientras que en los fluidos la velocidad depende de la densidad y del módulo de compresibilidad.

8. *a)* En los fluidos sólo pueden propagarse las ondas mecánicas longitudinales, ya que carecen de las fuerzas recuperadoras necesarias para la transmisión de ondas mecánicas transversales.

   b) En los sólidos pueden transmitirse tanto las ondas mecánicas transversales como las longitudinales.

9. Datos: L = 50 m; t = 90 s

   La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{L}{t} = \frac{50\ \text{m}}{90\ \text{s}} = 0{,}56\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. ONDAS ARMÓNICAS (págs. 124, 128 y 131)

10. Una **onda armónica** se define como una onda que tiene su origen en las perturbaciones periódicas producidas en un medio elástico por un movimiento armónico simple.

    Las magnitudes que la caracterizan son:

    Amplitud de la onda. Es el valor máximo de la elongación, la máxima distancia al punto de equilibrio.

    Longitud de onda, λ. Es la distancia mínima entre dos puntos consecutivos que se hallan en el mismo estado de oscilación.

    Período, T. Es el tiempo que tarda un punto cualquiera en efectuar una oscilación completa, o bien, el tiempo que emplea la onda en avanzar una longitud de onda.

    Frecuencia, f. Es el número de ondas que pasan por un punto dado por unidad de tiempo. Coincide también con el número de oscilaciones que efectúa un punto del medio por unidad de tiempo.

    Las magnitudes de una onda transversal y de una onda longitudinal se definen de la misma forma.

11. Si sacudimos el extremo de una cuerda tensa tres veces por segundo, el período será:

$$T = \frac{1\ \text{s}}{3\ \text{oscilaciones}} = 0{,}33\ \text{s}$$

12. Si no variamos la tensión de la cuerda, la velocidad de la onda será la misma. Hallamos el valor de la longitud de onda al duplicar la frecuencia mediante la relación entre la longitud de onda, la velocidad y la frecuencia:

$$v = \lambda\, f;\ \lambda = \frac{v}{f};\ \text{si } f' = 2f \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{v}{2f} = \frac{1}{2}\lambda$$

    Por tanto, la longitud de onda se reducirá a la mitad.

13. Datos: λ = 20 cm = 0,2 m; f = 1 750 Hz

    Calculamos la velocidad de la onda:

$$v = \lambda\, f = 0{,}2\ \text{m} \cdot 1\ 750\ \text{Hz} = 350\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

14. En la ecuación general de las ondas armónicas, φ_0 es la fase inicial. En el instante inicial, t = 0 s, φ_0 determina el estado de vibración de cada punto x. En concreto, para x = 0, la elongación inicial será $y_0 = A \text{ sen } \varphi_0$.

15. Datos: y = 0,03 sen (3,5t – 2,2x), en unidades SI

    Comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda y = A sen (ωt – kx), para determinar:

$$\omega = 3{,}5\ \text{rad/s};\ k = 2{,}2\ \text{m}^{-1};\ A = 0{,}03\ \text{m}$$

    a) Hallamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2{,}2\ \text{m}^{-1}} = 2{,}86\ \text{m}$$

    b) Determinamos el período a partir de la pulsación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3{,}5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 1{,}8\ \text{s}$$

    c) Calculamos la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y el período:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2{,}86\ \text{m}}{1{,}8\ \text{s}} = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

    d) Hallamos la velocidad derivando la función de onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}03 \cdot 3{,}5 \cos(3{,}5t - 2{,}2x)$$

$$v = 0{,}105 \cos(3{,}5t - 2{,}2x)$$

    La velocidad es máxima cuando el coseno vale 1:

$$v_{max} = 0{,}105\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

16. Datos: x = λ/6; t = T/4; A = 2 cm; y(0, 0) = 0

    Con los datos del problema, hallamos la elongación, escribiendo primero la función de onda:

$$y = A \text{ sen } (\omega t - kx - \varphi_0)$$

$$y(0{,}0) = 0 \Rightarrow A \text{ sen } \varphi_0 = 0;\ \varphi_0 = 0$$

$$y = A \text{ sen}\left[2\pi\left(\frac{1}{T}t - \frac{1}{\lambda}x\right)\right] = A \text{ sen}\left[2\pi\left(\frac{1}{T}\frac{T}{4} - \frac{1}{\lambda}\frac{\lambda}{6}\right)\right]$$

$$y = A \text{ sen}\left[2\pi\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)\right] = A \text{ sen}\left(2\pi\frac{1}{12}\right) = A \text{ sen}\frac{\pi}{6}$$

$$y = \frac{A}{2} = \frac{2\ \text{cm}}{2} = 1\ \text{cm}$$

17. Datos: v = 8 m/s; y = 0,3 sen (16πt + kx), en unidades SI

a) Si comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda, obtenemos:

$$A = 0{,}3\ \text{m};\ \omega = 16\pi\ \text{rad/s}$$

Calculamos la frecuencia a partir de la pulsación:

$$\omega = 2\pi f;\ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{16\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = 8\ \text{Hz}$$

El signo positivo del término kx indica que la onda se mueve en el sentido negativo del eje X.

b) Determinamos λ y k a partir de los valores de la frecuencia y la velocidad:

$$v = \lambda f;\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{Hz}} = 1\ \text{m};\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1\ \text{m}} = 2\pi\ \text{m}^{-1}$$

c) La velocidad de cualquier punto de la cuerda será:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}3 \cdot 16\pi \cos(16\pi t + 2\pi x)$$

$$v = 4{,}8\pi \cos(16\pi t + 2\pi x)$$

Para x = 0,5 m y t = 60 s:

$$v = 4{,}8\pi \cos(16\pi t + 2\pi x) = 4{,}8\pi \cos(16\pi \cdot 60 + 2\pi \cdot 0{,}5)$$

$$v = 4{,}8\pi \cos(961\pi) = 4{,}8\pi \cos \pi = -15{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

18. El hecho de que la función de onda sea periódica respecto a la posición significa que cada cierta distancia, denominada longitud de onda, encontramos puntos del sistema en el mismo estado de vibración. El hecho de que sea periódica en el tiempo significa que cada cierto intervalo de tiempo, denominado período, todo el sistema vuelve a estar en el mismo estado de vibración.

19. Datos: λ = 20 cm = 0,2 m; f = 25 Hz; A = 3 cm = 0,03 m

a) Determinamos la velocidad a partir de la frecuencia y la longitud de onda:

$$v = \lambda f = 0{,}2\ \text{m} \cdot 25\ \text{Hz} = 5\ \text{m/s}$$

b) Escribimos la ecuación de una onda longitudinal que se propaga en el sentido negativo del eje X:

$$\Delta x = A \,\text{sen}(\omega t + kx)$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 25\ \text{Hz} = 50\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}2\ \text{m}} = 10\pi\ \text{m}^{-1}$$

$$\Delta x = A \,\text{sen}(\omega t + kx) = 0{,}03\ \text{sen}(50\pi t + 10\pi x)$$

Hemos supuesto que en el instante inicial, t = 0, el punto en el origen, x = 0, tiene una elongación nula, por lo que la fase inicial φ_0 será nula.

c) La velocidad y la aceleración de cualquier punto de la cuerda serán:

$$v = \frac{d(\Delta x)}{dt} = 0{,}03 \cdot 50\pi \cos(50\pi t + 10\pi x)$$

$$v = 1{,}5\pi \cos(50\pi t + 10\pi x)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -1{,}5 \cdot 50\pi^2 \,\text{sen}(50\pi t + 10\pi x)$$

$$a = -75\pi^2 \,\text{sen}(50\pi t + 10\pi x)$$

Por tanto:

$$v_{max} = 1{,}5\pi = 4{,}7\ \text{m/s};\ a_{max} = 75\pi^2 = 740\ \text{m/s}^2$$

20. Datos: y = 0,3 sen (4πt − 8πx), en unidades SI

Si comparamos con la expresión general de la función de onda, obtenemos:

$$A = 0{,}3\ \text{m};\ \omega = 4\pi\ \text{rad/s};\ k = 8\pi\ \text{m}^{-1}$$

a) Estarán en fase con el punto que se encuentra en x = 3 m todos los que disten de él un número entero de longitudes de onda. Determinamos, pues, la longitud de onda del movimiento a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{8\pi\ \text{m}^{-1}} = 0{,}25\ \text{m}$$

Por tanto, estarán en fase con el punto en x = 3 m los puntos situados en x = (3 + 0,25n) m, con n ∈ Z.

b) El estado de vibración será el mismo que para t = 2 s para todos los instantes separados de él por un número entero de períodos. Hallamos el período a partir de la pulsación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 0{,}5\ \text{s}$$

Por tanto, el estado de vibración será el mismo que en t = 2 s para t = (2 + 0,5n) s, con n ∈ Z.

21. Si duplicamos la amplitud de una onda armónica, como la potencia es proporcional a la intensidad y ésta es proporcional al cuadrado de la amplitud, la potencia se cuadruplicará. Por tanto, para duplicar la amplitud de una onda es necesario cuadruplicar la potencia necesaria para generarla.

22. La intensidad se define como la potencia por unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación. La potencia es proporcional a la energía, y ésta se conserva.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{\frac{E}{\Delta t}}{S}$$

Si consideramos un foco emisor puntual, la intensidad a cierta distancia será la potencia emitida (constante para todas las distancias) dividida por una superficie esférica de radio R, igual a la distancia al foco. Como la superficie de una esfera vale $4\pi R^2$, la intensidad será inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

23. La intensidad de la luz decrece con el cuadrado de la distancia, debido a que la misma energía emitida por el foco debe repartirse por un área mayor cuanto mayor es la distancia. La energía y la potencia que cruzan una superficie esférica cerrada centrada en el foco son las mismas para cualquier distancia, ya que la energía se conserva. Pero como la intensidad se define como la energía por unidad de superficie, cuanto más grande sea la superficie, menor es la intensidad.

24. Datos: P = 4 W

a) Hallamos la intensidad a 2 m de la fuente:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi\, R_1^{\,2}} = \frac{4\text{W}}{4\pi\,(2\text{ m})^2} = 0{,}080\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

b) Al duplicar la distancia, $R_2 = 4$ m:

$$I_2 = \frac{P}{4\pi\, R_2^{\,2}} = \frac{4\text{ W}}{4\pi\,(4\text{ m})^2} = 0{,}020\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Por tanto, la intensidad disminuye en:

$$\Delta I = I_2 - I_1 = -0{,}060\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$$

c) Utilizamos la relación general entre amplitudes y distancias:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{4\text{ m}}{2\text{ m}} = 2;\ A_1 = 2A_2$$

4. ONDAS SONORAS (págs. 133, 134 y 136)

25. El sonido es una vibración o perturbación mecánica de algún cuerpo que se propaga a través de cualquier medio material elástico. Algunos ejemplos de ondas sonoras son las generadas por voces humanas, por altavoces de aparatos de audio o por el televisor, las generadas por los instrumentos musicales…

26. Decimos que las ondas sonoras son longitudinales porque la perturbación que se propaga es una compresión y dilatación del medio. El movimiento generado por la perturbación se realiza, pues, en la misma dirección en que se propaga la onda.

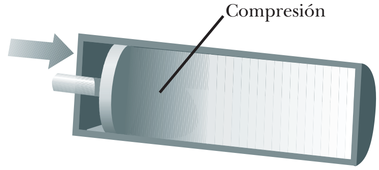
27. Los límites de frecuencia para que una onda sonora sea audible por el oído humano son 20 Hz y 20 000 Hz.

28. Para los sonidos con frecuencias inferiores a 20 Hz o frecuencias superiores a 20 000 Hz todos los humanos somos sordos. El oído humano no es capaz de percibir esos sonidos.

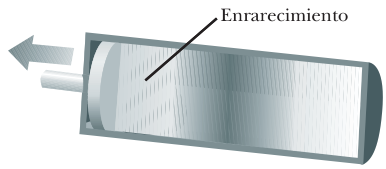
29. Las ondas ultrasónicas tienen una frecuencia mayor que la máxima frecuencia audible, mayor que 20 000 Hz, mientras que las infrasónicas tienen una frecuencia menor que la mínima frecuencia audible, inferior a 20 Hz. Por tanto, las ondas ultrasónicas tienen mayor frecuencia que las infrasónicas.

30. La energía de un movimiento ondulatorio es proporcional al cuadrado de la frecuencia. Por tanto, una onda ultrasónica tiene mayor energía que una onda infrasónica, ya que su frecuencia es mayor.

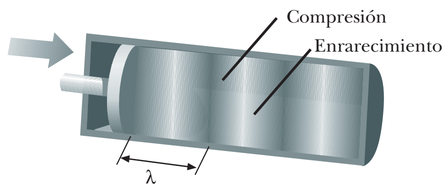
31. Las ondas sonoras se forman y se propagan mediante sucesivas compresiones y dilataciones del medio producidas por un foco en movimiento vibratorio. Podemos esquematizar la formación y propagación mediante tres figuras:



Disponemos de un émbolo vibratorio situado en el extremo de un cilindro estrecho de longitud indefinida que contiene un gas. Al empujar el émbolo hacia la derecha, el gas se comprime en la región más próxima al émbolo, aumentando la presión y la densidad del gas. Se forma así un pulso de compresión que viaja hacia la derecha.



Al retroceder el émbolo hacia la izquierda, el gas próximo a éste se expansiona, disminuyendo así su presión y densidad. Se produce un pulso de enrarecimiento que se propaga por el cilindro, siguiendo el anterior pulso de compresión.



Al hacer oscilar el émbolo rápida y periódicamente, viaja por el cilindro un tren de sucesivas compresiones y enrarecimientos. La onda longitudinal se propaga por el tubo, siendo λ la distancia entre dos compresiones o dos enrarecimientos consecutivos.

32. La diferencia de fase existente entre el desplazamiento y la presión de una onda sonora es de $\frac{\pi}{2}$ rad.

33. Respuesta sugerida:

La principal aplicación médica de los ultrasonidos es la ecografía o sonograma. Además de utilizarse para otros estudios, se usa para examinar el feto durante el embarazo. La sonda articulada que se desliza por encima del vientre de la madre emite ondas sonoras de alta frecuencia, ultrasonidos. Las ondas se reflejan en los tejidos corporales del feto, siendo esta reflexión de mayor o menor intensidad según las características del tejido. Los ecos son registrados y convertidos electrónicamente en una imagen en una pantalla.

34. Los indios ponían el oído en tierra para determinar la presencia de soldados en su territorio porque el sonido viaja más rápidamente y a mayor distancia en la tierra que en el aire. En general, las ondas sonoras se propagan a mayor velocidad en los sólidos que en los gases, debido a que el módulo de Young de los sólidos es mayor que el módulo de compresibilidad en los fluidos. Como las ondas viajan más rápidamente y más lejos en los sólidos que en el aire, los indios podían percibir la presencia de soldados escuchando en tierra antes de oírlos normalmente por el aire.

35. *a)* Si colocamos el despertador en el extremo de una viga de 100 m, podremos oír el tictac del reloj poniendo el oído en el otro extremo de la viga, ya que el sonido se transmitirá por el hierro mejor que lo haría por el aire.

b) Por el mismo motivo, es posible que no podamos oír el despertador a través del aire a la misma distancia a la que sí podemos percibirlo a través de la viga.

36. Para conocer la distancia en kilómetros a la que cayó un rayo, se puede contar los segundos desde que se vio el relámpago hasta que se oye el trueno y dividirlos por tres. Lo que hacemos es contar el tiempo que emplea el sonido en llegar hasta nosotros. Como la velocidad de la luz es muy grande ($3 \cdot 10^8$ m/s), podemos considerar que la luz del relámpago nos llega instantáneamente y en el mismo momento en que se produce el trueno. Si contamos el tiempo que tarda en llegar el sonido del trueno en segundos, t(s), y lo multiplicamos por la velocidad en metros por segundo, tendremos la distancia en metros. Pasando los metros a kilómetros:

$$x(\mathrm{m}) = v\ t(\mathrm{s}) = 340\ \mathrm{m/s} \cdot t(\mathrm{s})$$

$$x(\mathrm{km}) = \frac{1\ \mathrm{km}}{1\,000\ \mathrm{m}} \cdot 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t(\mathrm{s}) \cong \frac{t(\mathrm{s})}{3}\ \mathrm{km}$$

37. Datos: $M_{aire} = 28{,}8 \cdot 10^{-3}$ kg·mol^{-1}; $R = 8{,}314$ J·K^{-1}·mol^{-1};

$\gamma_{aire} = 1{,}4$; $T_1 = 0$ °C = 273 K; $T_2 = 30$ °C = 303 K

a) Hallamos la velocidad de las ondas sonoras en el aire a 0 °C:

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{\gamma_{aire}\ RT}{M_{aire}}}$$

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 8{,}314\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}} \cdot 273\ \mathrm{K}}{28{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}}} = 332\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Si la temperatura es de 30 °C:

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{\gamma_{aire}\ RT}{M_{aire}}}$$

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 8{,}314\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}} \cdot 303\ \mathrm{K}}{28{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}}} = 350\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

38. Datos: t = 10 s

Si se oye el trueno 10 s después de verse el relámpago:

$$x = v\ t = 340\ \mathrm{m/s} \cdot 10\ \mathrm{s} = 3\,400\ \mathrm{m} = 3{,}4\ \mathrm{km}$$

39. Datos: v_{sonido} (20 °C) = 5 130 m·s^{-1} ; $\lambda = 5{,}1$ m

Determinamos el período y la frecuencia de la onda sonora:

$$v = \lambda\ f = \frac{\lambda}{T}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{5{,}1\ \mathrm{m}}{5\,130\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 9{,}9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5\,130\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5{,}1\ \mathrm{m}} = 1\,005{,}9\ \mathrm{Hz}$$

40. Las tres cualidades del sonido son la intensidad, el tono y el timbre.

Intensidad. Se definen la intensidad física (potencia transmitida por unidad de superficie) y la intensidad subjetiva (sensación sonora más o menos intensa). Ambas se relacionan según una escala logarítmica. Es lo que comúnmente llamamos volumen del sonido.

Tono. El tono permite distinguir sonidos de distintas frecuencias. Llamamos sonidos agudos a los de alta frecuencia y graves a los de frecuencias bajas. Esta cualidad permite distinguir las notas musicales y crear la música.

Timbre. El timbre viene determinado por la forma de la onda sonora, que es el resultado de varios movimientos periódicos superpuestos a la onda fundamental. Según el timbre, somos capaces de distinguir un mismo tono con la misma intensidad emitido por diferentes instrumentos musicales.

41. Datos: $I_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-12}$ W·m^{-2}; $I = 1{,}0$ W·m^{-2}

Determinamos los niveles de intensidad sonora correspondientes al umbral de audición, β_0, y al umbral del dolor, β:

$$\beta_0 = 10 \log \frac{I_0}{I_0} = 10 \log 1 = 0\ \mathrm{dB}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{1{,}0\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}} = 10 \log 10^{12}$$

$$\beta = 120\ \mathrm{dB}$$

42. Datos: $\beta = 100$ dB; $\lambda_1 = 30$ m; $\lambda_2 = 12$ m; $\lambda_3 = 0{,}003$ m; $v_{sonido} = 340$ m/s

El nivel de intensidad es superior al umbral de audición e inferior al umbral del dolor. Por lo tanto, por lo que a la intensidad se refiere, podemos captar el sonido. Pero falta determinar si las frecuencias de cada uno están dentro de los límites audibles (somos capaces de oír ondas sonoras entre 20 Hz y 20 000 Hz). Calculamos a qué longitudes de onda corresponden estas frecuencias en el aire:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda_{max} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{20\ Hz} = 17\ m$$

$$\lambda_{min} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{20\ 000\ Hz} = 0{,}017\ m$$

Por tanto, λ_2 será audible para el oído humano. Pero λ_1 y λ_3 quedan fuera del rango que nuestro órgano auditivo es capaz de registrar.

43. Datos: $f_{La} = 440$ Hz; $f_{Do} = 264$ Hz; $v_{sonido} = 340$ m/s

Determinamos las longitudes de onda correspondientes:

$$\lambda_{La} = \frac{v_{sonido}}{f_{La}} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{440\ Hz} = 0{,}77\ m$$

$$\lambda_{Do} = \frac{v_{sonido}}{f_{Do}} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{264\ Hz} = 1{,}29\ m$$

44. Datos: $P = 1$ mW $= 1 \cdot 10^{-3}$ W; $R = 4$ m

a) A una distancia de 4 m, si suponemos que la potencia de la onda sonora se distribuye uniformemente por una semiesfera, la intensidad de la onda sonora será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{\frac{1}{2}4\pi\,R^2} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\ W}{2\pi\,(4\ m)^2} = 9{,}9 \cdot 10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}$$

Calculamos el nivel de intensidad sonora:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{9{,}9 \cdot 10^{-6}\ W{\cdot}m^{-2}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}} = 70\ dB$$

b) Si ladran tres perros a la vez, la potencia emitida será el triple, $P = 3 \cdot 10^{-3}$ W:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{\frac{1}{2}4\pi\,R^2} = \frac{3 \cdot 10^{-3}\,W}{2\pi\,(4\ m)^2}$$

$$I = 2{,}98 \cdot 10^{-5}\ W{\cdot}m^{-2}$$

Calculamos el nivel de intensidad sonora:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{2{,}98 \cdot 10^{-5}\ W{\cdot}m^{-2}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}}$$

$$\beta = 74{,}7\ dB$$

La intensidad del sonido, que es proporcional a la potencia, se ha multiplicado por 3. En cambio, el nivel de intensidad sonora, como está en relación logarítmica con la intensidad, y por tanto con la potencia, no se ha multiplicado por 3, sino por 1,067.

45. Datos: $\beta = 45$ dB

Si tenemos dos aparatos de radio, tendremos el doble de intensidad de sonido, pero no de nivel de intensidad sonora. Calculamos el nuevo nivel de intensidad sonora:

$$\beta' = 10 \log \frac{2I}{I_0} = 10\left(\log 2 + \log \frac{I}{I_0}\right)$$

$$\beta' = 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log 2 + \beta$$

$$\beta' = 3 + \beta = (3 + 45)\ dB = 48\ dB$$

46. La legislación a nivel local, las ordenanzas municipales, recogen o deberían recoger una serie de valores límite para los niveles de ruido según los criterios de:

— Zona: es decir, si se trata de una zona industrial, residencial, de servidumbre (por el paso de importantes infraestructuras), etc.

— Horario: diurno o nocturno.

— Si el ruido se mide en exteriores, por ejemplo la calle, o interiores, como una vivienda.

— Si la medida es del ruido que procede de un foco concreto o del ruido total ambiente.

Para conseguir una mayor calidad acústica en nuestras vidas, existen otras regulaciones locales, autonómicas, estatales e incluso europeas que afectan a conceptos como:

— La emisión sonora de actividades realizadas en el exterior, de vehículos de motor, de maquinaria industrial, de instalaciones (ascensores, calefacción, climatización...) en los edificios de viviendas y locales públicos.

— Horarios de realización de obras, de cierre de locales nocturnos...

— Requisitos acústicos (emisión de ruidos) y de aislamiento que son necesarios para obtener una licencia para comercios, locales, industrias... Por ejemplo, la solicitud de licencias para actividades clasificadas suele incluir un estudio del impacto acústico de la actividad, o el proyecto de una nueva edificación debe justificar el cumplimiento de la normativa sobre aislamiento acústico.

— Limitaciones de emisiones sonoras en los aviones.

— Protección de los trabajadores contra los riesgos debidos a la exposición al ruido en su puesto de trabajo.

Además, los ayuntamientos realizan medidas periódicas del nivel de ruido en el ambiente y publican los resultados. También es su misión, en lo concerniente a la vía pública:

— Colocar apantallamiento acústico donde sea necesario.

— Pavimentar con materiales absorbentes del ruido.

— Instalar equipos urbanos de baja emisión sonora.

— Gestionar el tráfico adecuadamente para conseguir los menores niveles de ruido posibles.

Finalmente, es potestad de los ayuntamientos efectuar las labores de inspección y sanción. Las sanciones pueden consistir en una multa, la suspensión temporal de la actividad, la retirada temporal o definitiva de la licencia, o la clausura del local o negocio. En cuanto a los vehículos, puede comportar multas y la inmovilización de éstos.

FÍSICA Y SOCIEDAD (pág. 138)

a) Paul Langevin (1872-1946) utilizó el fenómeno de la piezoelectricidad, descubierto anteriormente por Curie, para generar ultrasonidos. Dicho fenómeno consiste en que si se somete un cristal de cuarzo a una variación alterna de potencial eléctrico de elevada frecuencia, el cristal vibra con una frecuencia tan alta que es capaz de generar ondas ultrasónicas.

Langevin pretendía desarrollar un invento basado en los ultrasonidos que localizara objetos submarinos mediante la detección de los ultrasonidos reflejados en ellos. Su invento fue la base del sonar moderno.

b)

Aplicación de los ultrasonidos	*Frecuencia (kHz)*	*Intensidad (W/cm²)*
Ecografía	16-20	0,01
Señales submarinas y detección de objetos	16-20	—
Soldadura ósea	16-20	3-30
Soldadura de termoplásticos	20	1 000
Limpieza ultrasónica	20-25	0-5
Terapia ultrasónica	100-1 000	1

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS
(págs. 140 y 141)

47. Datos: $y = 0{,}2 \text{ sen } (60\pi t - 50\pi x)$; $A = 0{,}2$ m; $k = 50\pi$ m^{-1}; $\omega = 60\pi$ rad·s^{-1}; $x = 2$ m; $t = 10$ s

a) Calculamos la velocidad de propagación de la onda:

$$v = \lambda f;\ v = \frac{2\pi}{k}\cdot\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{60\pi \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}}{50\pi\ \text{m}^{-1}} = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Calculamos la velocidad de vibración:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}2\cdot 60\pi \cos(60\pi t - 50\pi x)$$

$$v = 12\pi \cos(60\pi t - 50\pi x)$$

Para x = 2 m y t = 10 s:

$$v = \frac{dy}{dt} = 12\pi\cos(60\pi\cdot 10 - 50\pi\cdot 2) = 12\pi\cos(500\pi)$$

$$v = 12\pi\cos(2\pi) = 12\pi\ \text{m/s}$$

c) Determinamos la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = -12\pi\cdot 60\pi \text{ sen } (60\pi t - 50\pi x)$$

$$a = -720\pi^2 \text{ sen } (60\pi t - 50\pi x);\ a_{max} = 720\pi^2\ \text{m/s}^2$$

48. Datos: $y = 2 \text{ sen}\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$; $A = 2$ m; $k = \pi/4$ m^{-1}; $\omega = 2\pi/5$ rad·s^{-1}; $x = 4$ m; $t = 8$ s

a) El número de ondas es $k = \pi/4$ m^{-1}. Calculamos la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}\ \text{m}^{-1}} = 8\ \text{m}$$

b) Calculamos la velocidad de vibración:

$$v = \frac{dy}{dt} = 2\cdot\frac{2\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$$

$$v = \frac{4\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$$

Para x = 4 m y t = 8 s:

$$v = \frac{4\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{5}\cdot 8 - \frac{\pi}{4}\cdot 4\right) = \frac{4\pi}{5}\cos\left(\frac{16\pi}{5} - \pi\right)$$

$$v = 2{,}03\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Determinamos la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi}{5}\cdot\frac{2\pi}{5}\text{ sen}\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$$

$$a = -\frac{8\pi^2}{25}\text{ sen}\left(\frac{2\pi}{5}t - \frac{\pi}{4}x\right)$$

Para t = 8 s y x = 4 m:

$$a = -\frac{8\pi^2}{25}\text{ sen}\left(\frac{2\pi}{5}\cdot 8 - \frac{\pi}{4}\cdot 4\right) = -\frac{8\pi^2}{25}\text{ sen}\left(\frac{16\pi}{5} - \pi\right)$$

$$a = -1{,}86\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

49. Datos: $A = 0{,}12$ m; $\lambda = 3$ m; $f = 5$ Hz

a) Determinamos el período y la velocidad de propagación:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5\ \text{Hz}} = 0{,}2\ \text{s}$$

$$v = \lambda f = 3\ \text{m}\cdot 5\ \text{Hz} = 15\ \text{m/s}$$

b) Calculamos la pulsación y el número de ondas para escribir la ecuación de onda. Suponemos que la fase inicial es cero y que la onda se propaga en el sentido positivo del eje X:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 5\ \text{Hz} = 10\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3\ \text{m}} = \frac{2\pi}{3}\ \text{m}^{-1}$$

$$y = 0{,}12 \text{ sen}\left(10\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right)$$

c) La distancia mínima entre dos puntos en oposición de fase es la mitad de la longitud de onda:

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{3 \text{ m}}{2} = 1{,}5 \text{ m}$$

50. Datos: λ = 0,2 m; f = 10 Hz; A = 0,12 m

a) Determinamos el período y la velocidad de la onda:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ Hz}} = 0{,}1 \text{ s}$$

$$v = \lambda f = 0{,}2 \text{ m} \cdot 10 \text{ Hz} = 2 \text{ m/s}$$

b) Los puntos que están en fase con el que ocupa la posición x = 3 m son los que distan de él un número entero de longitudes de onda. Por tanto, son los que verifican:

$$x = (3 + \lambda n) \text{ m} = (3 + 0{,}2n) \text{ m, con } n \in Z$$

51. Datos: A = 0,05 m; v = 12,5 m/s; T = 0,08 s
y (t = 0, x = 0) = 0,05 m

a) Hallamos el número de ondas y la pulsación aplicando la definición.

$$\lambda = v \cdot T = 12{,}5 \text{ m/s} \cdot 0{,}08 \text{ s} = 1 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1 \text{ m}} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}08 \text{ s}} = 25\pi \text{ s}^{-1}$$

b) La ecuación de onda es:

$$y\ (t, x) = A \text{ sen } (\omega t - kx + \varphi_o)$$

La fase inicial se obtiene de la condición inicial del enunciado.

$$y\ (t = 0, x = 0) = 0{,}05 \text{ m}$$

$$0{,}05 \text{ m} = 0{,}05 \text{ m sen } \varphi_0 \Rightarrow \text{sen } \varphi_0 = 1$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Por tanto, la función de onda resulta:

$$y\ (t, x) = 0{,}05 \cdot \text{sen}\left(25\pi t - 2\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \text{en unidades del SI}$$

52. Datos: A = 0,5 m; f = 50 Hz; v = 10 m/s
y (t = 0, x = –0,1 m) = 0,5 m; $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ s}^{-1}$

a) La amplitud y la pulsación del MAS son conocidas. La fase inicial se obtiene de la condición inicial del enunciado.

$$y\ (t) = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

$$y\ (t = 0, x = -0{,}1 \text{ m}) = 0{,}5 \text{ m}$$

$$0{,}5 \text{ m} = 0{,}5 \text{ m sen } \varphi_0 \Rightarrow \text{sen } \varphi_0 = 1;\ \varphi_0\ \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Por tanto, la ecuación del MAS que describe la partícula situada en el punto x = –0,1 m es:

$$y\ (t) = 0{,}5 \text{ sen}\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) En primer lugar hallamos el número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi \cdot 50 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 10\pi \text{ m}^{-1}$$

La ecuación de onda se puede expresar:

$$y\ (t, x) = A \text{ sen } (\omega t + kx + \delta_0)$$

$$y\ (t, x) = 0{,}5 \text{ sen } (100\pi t + 10\pi x + \delta_0) \text{ en unidades del SI}$$

Y la fase inicial se obtiene de la condición inicial del enunciado:

$$y\ (t = 0, x = -0{,}1 \text{ m}) = 0{,}5 \text{ m}$$

$$0{,}5 \text{ m} = 0{,}5 \text{ sen } (-\pi + \delta_0) \Rightarrow \text{sen } (-\pi + \delta_0) = 1$$

$$-\pi + \delta_0 = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \delta_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Con esto la función de onda resulta:

$$y\ (t, x) = 0{,}5 \text{ sen}\left(100\pi t + 10\pi x + \frac{3\pi}{2}\right) \text{en unidades del SI}$$

53. Datos: T = 2 s $\quad \Delta x = 0{,}1 \text{ m} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad

a) Hallamos el número de ondas a partir de la diferencia de fase.

$$k = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0{,}1 \text{ m}} = 5\pi \text{ m}^{-1}$$

Calculamos la pulsación.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ s}} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b) Hallamos la diferencia de fase entre dos oscilaciones de un mismo punto separadas 1 s.

$$\Delta\varphi = \omega\ (t_2 - t_1) = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = \pi \text{ rad}$$

54. Datos: v = 45 m/s $\quad \Delta x = 1 \text{ m} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$ rad

a) De la diferencia de fase determinamos el número de ondas y, a partir de éste, la longitud de onda y la frecuencia.

$$k = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{\pi \text{ rad}}{1 \text{ m}} = \pi \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi \text{ m}^{-1}} = 2 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{45 \text{ m/s}}{2 \text{ m}} = 22{,}5 \text{ Hz}$$

b) En primer lugar hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 22{,}5 \text{ Hz} = 45\pi \text{ rad/s}$$

Hallamos la diferencia de fase entre dos oscilaciones de un mismo punto separadas 1 s.

$$\Delta\varphi = \omega\,(t_2 - t_1) = 45\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1\ \text{s} = 45\pi\ \text{rad}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS (págs. 142 y 143)

55. **Ondas mecánicas:** se caracterizan por propagarse necesariamente a través de un medio material. La perturbación que transmiten es de tipo mecánico.

    Ondas transversales: la dirección de propagación de la onda y la dirección del movimiento vibratorio generado por la perturbación son perpendiculares.

    Ondas longitudinales: en este caso, la dirección de propagación de la onda y la dirección del movimiento vibratorio generado por la perturbación son paralelas.

    Ondas superficiales: se caracterizan por ser ondas bidimensionales, que se propagan en dos dimensiones a lo largo de una superficie.

    Ondas armónicas: se caracterizan por ser generadas por las perturbaciones producidas en el medio por un movimiento armónico simple.

56. En las ondas armónicas, la velocidad de propagación, la frecuencia y la longitud de onda se relacionan por $v = \lambda\, f$.

57. Datos: f = 500 Hz; v_{hierro} = 4 500 m/s; v_{aire} = 340 m/s

    a) La relación entre velocidad, longitud de onda y frecuencia, $v = \lambda\, f$, nos indica que la longitud de onda es proporcional a la velocidad, $\lambda = \frac{v}{f}$. Por tanto, la longitud de onda será mayor para el hierro que para el aire, ya que en el hierro es mayor la velocidad de propagación.

    b) Calculamos cuántas veces es mayor en el hierro que en el aire:

$$\frac{\lambda_{hierro}}{\lambda_{aire}} = \frac{\frac{v_{hierro}}{f}}{\frac{v_{aire}}{f}} = \frac{v_{hierro}}{v_{aire}} = \frac{4\,500\ \frac{m}{s}}{340\ \frac{m}{s}} = 13{,}2$$

58. Si se duplica el período de una onda armónica y la velocidad de propagación permanece constante, la longitud de onda también se duplica:

$$\lambda = v\ t;\ \lambda' = v\ T' = v \cdot 2T = 2\lambda$$

59. La velocidad de una onda en una cuerda tensa sólo depende de la tensión de la cuerda, T, y de su masa por unidad de longitud, μ: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. Por tanto, si modificamos la frecuencia pero mantenemos constante la tensión de la cuerda, la velocidad permanece constante.

60. La función de onda, y, representa matemáticamente el valor de la elongación para cada punto del medio en función del tiempo.

    El hecho de que la función de onda sea periódica respecto a la posición significa que cada cierta distancia, denominada longitud de onda, encontramos puntos del sistema en el mismo estado de vibración. El hecho de que sea periódica en el tiempo significa que cada cierto intervalo de tiempo, denominado período, todo el sistema vuelve a estar en el mismo estado de vibración.

61. Dos partículas de un medio por el que se propaga una onda están en fase cuando se encuentran en el mismo estado de vibración, con la misma elongación, velocidad y aceleración.

62. Energía mecánica de una onda armónica:

$$E = 2\pi^2\ m\ A^2 f^2 = \frac{1}{2} m\ \omega^2 A^2$$

    a) Se deduce calculando la energía cinética en el punto de equilibrio, posición en que toda la energía es energía cinética.

    b) La unidad de la energía mecánica total es la de la energía, el julio, J, en el SI.

63. La potencia de una onda, energía transmitida por unidad de tiempo, es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia. Por tanto, si se duplica la potencia de un movimiento ondulatorio y mantenemos constante la frecuencia, la amplitud aumentará en un factor $\sqrt{2}$. Si por el contrario, se mantiene constante la amplitud, la frecuencia será la que aumentará en un factor $\sqrt{2}$.

64. La amplitud de una onda está relacionada con la intensidad. La intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud. La frecuencia, la longitud de onda y el período se relacionan entre sí, pero son independientes de la amplitud.

65. La energía de la onda disminuye a medida que ésta se aleja del foco emisor. Ello se debe a que:

    — La energía total disponible debe repartirse sobre una superficie de onda mayor cuanto más nos alejamos del foco. Por tanto, la energía por unidad de superficie disminuye, lo que recibe el nombre de atenuación.

    — El rozamiento de las partículas del medio y otras causas producen una absorción de energía de la onda. La absorción depende de la naturaleza del medio.

66. Datos: $f_{murc.}$ = 120 000 Hz; $f_{delf.}$ = 200 000 Hz; v_{aire} = 340 m/s; v_{agua}=1 435 m/s

    a) Determinamos la longitud de onda correspondiente al murciélago:

$$\lambda_{murc.} = \frac{v_{aire}}{f_{murc.}} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{120\,000\ \text{Hz}} = 2{,}83 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

    b) Determinamos la longitud de onda correspondiente al delfín:

$$\lambda_{delf.} = \frac{v_{agua}}{f_{delf.}} = \frac{1\,435\ \frac{m}{s}}{200\,000\ Hz} = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ m$$

67. La potencia de un foco sonoro es la energía que emite por unidad de tiempo. Su unidad en el SI es el J/s o el W. Se puede medir registrando la intensidad de un foco puntual a una distancia R. Como la intensidad es la potencia por unidad de superficie, si multiplicamos la intensidad recibida por la superficie esférica de radio R, obtenemos la potencia emitida.

68. El umbral de audición es la intensidad mínima que es capaz de captar el oído humano. El umbral de dolor es la máxima intensidad de sonido que puede resistir el oído humano sin sensación dolorosa. Estos umbrales son de intensidad y, por tanto, son independientes de la frecuencia del sonido.

69. La intensidad de un violín es:

$$\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0}; 40 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}; 4 = \log \frac{I_1}{I_0}; 10^4 = \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_1 = 10^4\ I_0 = 10^4 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \frac{W}{m^2} = 1{,}0 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}$$

Un nivel de intensidad de 60 dB corresponde a una intensidad de sonido:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}; 60 = 10 \log \frac{I}{I_0}; 6 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$10^6 = \frac{I}{I_0}; I = 10^6\ I_0 = 10^6 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$$

$$I = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \frac{W}{m^2}$$

Por tanto, para tener un nivel de intensidad de 60 dB con violines de 40 dB cada uno, necesitamos:

$$\frac{I}{I_1} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \frac{W}{m^2}}{1{,}0 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}} = 100 \text{ violines}$$

70. Calculamos el nivel de intensidad sonora si la intensidad se multiplica por 100; I' = 100 I:

$$\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{100 I}{I_0} = 10 \left(\log 100 + \log \frac{I}{I_0} \right)$$

$$\beta' = 10 \left(2 + \log \frac{I}{I_0} \right) = 20 + 10 \log \frac{I}{I_0} = 20 + \beta$$

Por tanto, si la intensidad se multiplica por 100, el nivel de intensidad sonora aumenta en 20dB.

71. Datos: L = 1,0 m; m = 10,0 g = 0,010 kg; T = 30 N

Determinamos la masa por unidad de longitud y, con ella, la velocidad de propagación:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}010\ kg}{1{,}0\ m} = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{30\ N}{1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \frac{kg}{m}}} = 54{,}8\ \frac{m}{s}$$

72. Datos: y = sen(0,5x – 200t + 2,5), en unidades SI

Si comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda, obtenemos:

$A = 1$ m; $k = 0{,}5\ m^{-1}$; $\omega = 200$ rad/s; $\varphi_0 = 2{,}5$ rad

Determinamos la frecuencia a partir de la pulsación:

$$\omega = 2\pi f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{200\ \frac{rad}{s}}{2\pi} = 31{,}8\ Hz$$

Hallamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}5\ m^{-1}} = 4\pi\ m$$

Calculamos la velocidad a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v = \lambda\ f = 4\pi\ m \cdot 31{,}8\ Hz = 400\ m/s$$

73. Datos: y = 0,05 sen (1 992t – 6x), en unidades SI

Si comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda, obtenemos:

$A = 0{,}05$ m; $\omega = 1\,992$ rad/s; $k = 6\ m^{-1}$

a) La amplitud del movimiento es A = 0,05 m. Determinamos la frecuencia a partir de la pulsación del movimiento:

$$\omega = 2\pi\ f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1\,992\ \frac{rad}{s}}{2\pi} = 317\ Hz$$

De forma análoga, determinamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{6\ m^{-1}} = 1{,}05\ m$$

b) Para calcular la distancia recorrida por la onda en 3 s determinamos primero la velocidad de propagación de la onda:

$$v = \lambda\ f = 1{,}05\ m \cdot 317\ Hz = 333\ m/s$$

Entonces, la distancia recorrida en 3 s será:

$$x = v\ t = 333\ \frac{m}{s} \cdot 3\ s = 999\ m$$

c) La onda descrita por la función de onda se propaga en el sentido positivo del eje de las X, ya que el término kx es negativo. La ecuación de una onda idéntica pero que se propague en sentido contrario será y = 0,05 sen (1 992t + 6x).

74. Datos: y = 3 sen (8t – 0,5x)

Si comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda, obtenemos:

$$A = 3\ \text{m};\ \omega = 8\ \text{rad/s};\ k = 0{,}5\ \text{m}^{-1}$$

a) La amplitud del movimiento es A = 3 m. Determinamos la frecuencia a partir de la pulsación del movimiento:

$$\omega = 2\pi\, f;\ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = 1{,}27\ \text{Hz}$$

Calculamos el período como el inverso de la frecuencia, $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}27\ \text{Hz}} = 0{,}79\ \text{s}$.

Determinamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}5\ \text{m}^{-1}} = 4\pi\ \text{m} = 12{,}6\ \text{m}$$

b) Determinamos la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v = \lambda\, f = 12{,}6\ \text{m} \cdot 1{,}27\ \text{Hz} = 16\ \text{m/s}$$

Para x = 15 m y t = 4 s, la elongación será:

$$y = 3\ \text{sen}\ (8t - 0{,}5x) = 3\ \text{sen}\ (8 \cdot 4 - 0{,}5 \cdot 15)$$

$$y = -1{,}77\ \text{m}$$

75. Datos: $y = 0{,}4\cos\ (50t - 2x)$, en unidades SI

Si comparamos la ecuación dada con la expresión de la función de onda en coseno, $y = A\cos\ (\omega t - kx)$, obtenemos:

$$A = 0{,}4\ \text{m};\ \omega = 50\ \text{rad/s};\ k = 2\ \text{m}^{-1}$$

a) Calculamos la velocidad de propagación de la onda:

$$v = \lambda\, f;\ v = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{50\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\ \text{m}^{-1}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Determinamos la elongación y la velocidad de vibración para t = 0,5 s y x = 20 cm = 0,2 m:

$$y = 0{,}4\cos\ (50t - 2x) = 0{,}4\cos\ (50 \cdot 0{,}5 - 2 \cdot 0{,}2)$$

$$y = 0{,}345\ \text{m}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0{,}4 \cdot 50\ \text{sen}\ (50t - 2x) = -20\ \text{sen}\ (50t - 2x)$$

$$v = -20\ \text{sen}\ (50 \cdot 0{,}5 - 2 \cdot 0{,}2) = 10{,}16\ \text{m/s}$$

c) La elongación máxima es la amplitud del movimiento, $y_{max} = 0{,}4$ m. Determinamos la velocidad máxima a partir de su expresión cuando el seno vale –1:

$$v = -20\ \text{sen}\ (50t - 2x);\ v_{max} = 20\ \text{m/s}$$

76. Datos: f = 100 Hz; A = 0,5 m; v = 10 m/s; $t_0 = 0$; $y_0 = 0{,}5$ m para x = 0

a) La ecuación de la onda es de la forma:

$$y = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx + \varphi_0)$$

Determinamos la pulsación w y el número de ondas k a partir de la frecuencia f y de la velocidad v:

$$\omega = 2\pi\, f = 2\pi \cdot 100\ \text{Hz} = 200\pi\ \text{rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{100\ \text{Hz}} = 0{,}1\ \text{m};\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}1\ \text{m}}$$

$$\lambda = 20\pi\ \text{m}^{-1}$$

Por tanto:

$$y = 0{,}5\ \text{sen}\ (200\pi t - 20\pi x + \varphi_0)$$

Si tenemos en cuenta que en el origen, x = 0, la elongación inicial es $y_0 = 0{,}5$ y coincide con la amplitud, debe ser $\text{sen}\ \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Por tanto, la ecuación de la onda será:

$$y = 0{,}5\ \text{sen}\left(200\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) Hallamos la diferencia de fase entre dos puntos separados 0,2 m:

$$\left(200\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{2}\right) - \left(200\pi t - 20\pi\ (x + 0{,}2) + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$20\pi \cdot 0{,}2 = 4\pi\ \text{rad}$$

77. Datos: $\frac{A_1}{A_2} = 3;\ R_2 - R_1 = 5\ \text{m}$

La relación entre amplitudes y distancias es:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(R_1 + 5\text{m})}{R_1} = 3$$

$$3\ R_1 = R_1 + 5\text{m};\ 2R_1 = 5\text{m}$$

$$R_1 = \frac{5\text{m}}{2} = 2{,}5\text{m}$$

78. Datos: T = 10 °C = 283 K; $g_{aire} = 1{,}4$; R = 8,314 J·K^{-1}·mol^{-1}; $M_{aire} = 28{,}8 \cdot 10^{-3}$ kg·mol^{-1}

La velocidad del sonido en el aire a 10 °C es:

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{\gamma_{aire}\ RT}{M_{aire}}}$$

$$v_{aire} = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 8{,}314\ \text{J·K}^{-1}\text{·mol}^{-1} \cdot 283\text{K}}{28{,}8 \cdot 10^{-3}\text{kg·mol}^{-1}}} = 338{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

79. Datos: t = 5 s; v = 340 m/s

Calculamos la distancia a la que se encuentra la tormenta, foco del trueno:

$$x = v\ t = 340\text{m/s} \cdot 5\ \text{s} = 1\,700\ \text{m}$$

80. Datos: f = 5 Hz; v_{aire} = 340 m/s; v_{agua} = 1 435 m/s

Determinamos la longitud de onda en el aire:

$$\lambda_{aire} = \frac{v_{aire}}{f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\ \text{Hz}} = 68\ \text{m}$$

Igualmente calculamos la longitud de onda en el agua:

$$\lambda_{agua} = \frac{v_{agua}}{f} = \frac{1\,435\ \frac{m}{s}}{5\ Hz} = 287\ m$$

81. Datos: $f_{min} = 20$ Hz; $f_{max} = 20\,000$ Hz; $v = 340$ m/s

Hallamos las correspondientes longitudes de onda:

$$\lambda_{max} = \frac{v}{f_{min}} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{20\ Hz} = 17\ m$$

$$\lambda_{min} = \frac{v}{f_{max}} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{20\,000\ Hz} = 0{,}017\ m$$

82. Datos: L = 30 m; $v_{Fe} = 5\,130\ m\cdot s^{-1}$; $v_{aire} = 340\ m\cdot s^{-1}$

Calculamos la razón entre los tiempos que tarda el sonido en ir de un extremo a otro de la viga:

$$\frac{t_{aire}}{t_{Fe}} = \frac{\frac{L}{v_{aire}}}{\frac{L}{v_{Fe}}} = \frac{v_{Fe}}{v_{aire}} = \frac{5\,130\ \frac{m}{s}}{340\ \frac{m}{s}} = 15$$

83. Datos: P = 60 W

a) La intensidad a 5 m, si suponemos que la potencia se distribuye uniformemente sobre una superficie esférica, es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi\, R^2} = \frac{60\ W}{4\pi\,(5\ m)^2} = 0{,}191\ \frac{W}{m^2}$$

b) Hallamos la distancia a la que el nivel de intensidad sonora es de 50 dB a partir de la intensidad correspondiente a ese nivel:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0};\ 50 = 10\log\frac{I}{I_0};\ 5 = \log\frac{I}{I_0}$$

$$10^5 = \frac{I}{I_0};\ I = 10^5\ I_0 = 10^5\cdot 1{,}0\cdot 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$$

$$I = 1{,}0\cdot 10^{-7}\ \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{4\pi R^2};\ R = \sqrt{\frac{P}{4\pi\, I}}$$

$$R = \sqrt{\frac{60W}{4\pi\cdot 1{,}0\cdot 10^{-7}\ \frac{W}{m^2}}} = 6\,910\ m$$

84. Datos: $y = 0{,}1$ sen $2\pi(2t - x/1{,}5)$, en unidades SI

Comparamos la ecuación dada con la expresión general de la función de onda $y = A$ sen $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ para determinar:

$$A = 0{,}1\ m;\ T = \frac{1}{2}\ s;\ \lambda = 1{,}5\ m$$

a) Determinamos la frecuencia a partir del inverso del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{1}{2}\ s} = 2\ Hz$$

La longitud de onda es $\lambda = 1{,}5$ m.

Calculamos la velocidad de propagación de la onda o velocidad de fase a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v = \lambda\, f = 1{,}5\ m\cdot 2\ Hz = 3\ m/s$$

b) Los puntos que están en fase con el punto situado en x = 2 m son aquellos que distan de él un número entero de longitudes de onda:

$$x = (2 + \lambda n)\ m = (2 + 1{,}5n)\ m,\ con\ n \in Z$$

Los que están en oposición de fase distarán un número impar de medias longitudes de onda:

$$x = \left(2 + (2n+1)\,\frac{\lambda}{2}\right)m = \left(2 + (2n+1)\,\frac{1{,}5}{2}\right)m,\ con\ n \in Z$$

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO (pág. 143)

1. Se define como onda transversal aquel movimiento ondulatorio en el que la dirección de propagación de la perturbación y la dirección del movimiento de oscilación generado por la perturbación son perpendiculares. Por ejemplo, las ondas transmitidas por una cuerda son transversales, ya que la propagación de la onda a lo largo de la cuerda y la dirección de vibración de la cuerda (subiendo y bajando) son perpendiculares.

   Se define como onda longitudinal aquel movimiento ondulatorio en el que la dirección de propagación de la perturbación y la dirección del movimiento de oscilación generado por la perturbación son paralelas. Por ejemplo, las ondas de compresión y expansión transmitidas por un resorte son longitudinales, ya que la dirección de propagación de las ondas y la dirección del movimiento oscilatorio coinciden, son paralelas al resorte.

2. En la función de onda, la fase inicial φ_0 determina el estado de vibración de cada punto x en el instante inicial, t = 0 s. En concreto, para x = 0, la elongación inicial será $y_0 = A$ sen φ_0.

3. Un vibrador produce ondas en la superficie de un estanque a intervalos regulares de tiempo. Si se ajusta el vibrador de modo que produzca un número triple de ondas por segundo, en este caso, las ondas...

   d) tienen un tercio de la longitud de onda.

   Como la velocidad de propagación se mantiene constante, si se triplica la frecuencia, la longitud de onda disminuye en un tercio.

4. Datos: $y\ (x, t) = 0{,}02$ sen $\pi(20t + 2x)$, en unidades SI

   Para calcular la aceleración, derivamos dos veces la elongación:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}02 \cdot 20\pi \cos \pi\,(20t + 2x)$$

$$v = 0{,}4\pi \cos \pi\,(20t + 2x)$$

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0{,}4\pi \cdot 20\pi \,\text{sen}\, \pi\,(20t + 2x)$$

$$a = -8\pi^2 \,\text{sen}\, \pi\,(20t + 2x)$$

En $x = -0{,}3$ m:

$$a = -8\pi^2 \,\text{sen}\, \pi\,(20t + 2 \cdot (-0{,}3))$$

$$a = -8\pi^2 \,\text{sen}\, \pi\,(20t - 0{,}6),\ \text{en unidades SI}$$

5. Datos: L = 4,2 m; f = 300 Hz; A = 10 cm = 0,1 m; $\Delta t = 0{,}02$ s

   a) Suponemos que la fase inicial es cero y que las ondas se propagan en el sentido positivo de las X. Para escribir la ecuación de la onda necesitamos la pulsación y el número de ondas. Para determinarlos, calculamos la velocidad y la longitud de onda:

$$v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4{,}2\ \text{m}}{0{,}02\ \text{s}} = 210\ \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{210\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{300\ \text{Hz}} = 0{,}7\ \text{m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}7\ \text{m}} = 9\ \text{m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 300\ \text{Hz} = 600\pi\ \text{rad/s}$$

   Por tanto, $y = 0{,}1\,\text{sen}\,(600\pi t - 9x)$.

   b) La longitud de onda es $\lambda = 0{,}7$ m. Podemos determinar el período como la inversa de la frecuencia, $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{300\ \text{Hz}} = 3{,}3 \cdot 10^{-3}$ s. La velocidad de transmisión de la onda es v = 210 m/s.

   c) El desplazamiento máximo coincide con la amplitud de la onda, $y_{max} = 0{,}1$ m.

   Para hallar la velocidad máxima, derivamos la ecuación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}1 \cdot 600\pi \cos\,(600\pi t - 9x)$$

$$v = 60\pi \cos(600\pi t - 9x); \quad v_{max} = 60\pi\ \text{m/s}$$

   Para calcular la aceleración, derivamos la velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = -60\pi \cdot 600\pi \,\text{sen}\,(600\pi t - 9x)$$

$$a = -36\,000\pi^2 \,\text{sen}\,(600\pi t - 9x)$$

$$a_{max} = 36\,000\pi^2\ \text{m/s}^2 = 3{,}6 \cdot 10^4\ \text{m/s}^2$$

6. Datos: P = 5 W; R = 3 m

   Calculamos la intensidad a 3 m, si suponemos que la potencia se distribuye uniformemente sobre una superficie esférica:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{5\text{W}}{4\pi\,(3\ \text{m})^2} = 0{,}044\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

7. Datos: β_1 = 90dB; 1 000 espectadores

   Si 1 000 espectadores gritan a la vez, la intensidad del sonido emitido por cada uno de ellos se multiplicará por 1 000. Debemos, pues, determinar la intensidad de un espectador a partir del nivel de intensidad sonora:

$$\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_0};\ 90 = 10 \log \frac{I_1}{I_0};\ 9 = \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$10^9 = \frac{I_1}{I_0};\ I_1 = 10^9\ I_0 = 10^9 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

   Por tanto, la intensidad de sonido total y el correspondiente nivel de intensidad sonora son:

$$I_{tot} = 1\,000\ I_1 = 1\,000 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{W/m}^2 = 1{,}0\ \text{W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log \frac{I_{tot}}{I_0} = 10 \log \frac{1{,}0\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 10 \log 10^{12}$$

$$\beta = 120\ \text{dB}$$