10. La luz

PREPARACIÓN DE LA UNIDAD (pág. 247)

- Ecuación de las ondas armónicas:

$$y = A\,\mathrm{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx)$$

  A: Amplitud de la onda. Es el valor máximo de la elongación de las partículas del medio en su oscilación. En el SI se expresa en metros, m.

  T: Período. Es el tiempo que emplea el movimiento ondulatorio en avanzar una distancia igual a una longitud de onda, o también el tiempo que emplea un punto cualquiera del medio afectado por la perturbación en efectuar una oscilación completa. Tiene dimensiones de tiempo y su unidad en el SI es el segundo, s.

  ω: Pulsación. Se relaciona con el período por la relación $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Su unidad en el SI es el rad·s^{-1}.

  λ: Longitud de onda. Es la distancia mínima entre dos puntos consecutivos que se hallan en el mismo estado de vibración. Sus dimensiones son de longitud, y su unidad en el SI es el metro, m.

  k: Número de ondas. Se relaciona con la longitud de onda mediante $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. En el SI su unidad es el m^{-1}.

- La longitud de onda y la velocidad de propagación se relacionan a través del período. Dado que en un período la onda avanza una longitud de onda, la velocidad de la onda será:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

  También podemos expresar la misma relación mediante la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T}\,;\; v = \lambda\, f$$

- **Frente de onda o superficie de onda:** es la superficie constituida por todos los puntos que en un momento dado vibran en corcondancia de fase. Las distintas superficies de onda, alejadas entre sí una distancia igual a la longitud de onda, reúnen todos los puntos del medio que se hallan en el mismo estado de vibración.

  Principio de Huygens: todo punto de un frente de onda se convierte en un centro puntual productor de ondas elementales secundarias, de igual velocidad y frecuencia que la onda inicial, cuya superficie envolvente constituye un nuevo frente de onda.

- Los rayos son las rectas que indican la dirección de propagación del movimiento ondulatorio. Son perpendiculares a los frentes de onda en cada uno de sus puntos. En un medio homogéneo e isótropo las ondas se propagan siguiendo trayectorias rectilíneas.

- La difracción es la desviación en la propagación rectilínea de las ondas, cuando éstas atraviesan una obertura o pasan próximas a un obstáculo.

- Una onda transversal se distingue de una onda longitudinal porque en la primera las partículas del medio oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación, mientras que en la segunda las oscilaciones se efectúan en la misma dirección de propagación de la perturbación.

- Un punto de un medio que es alcanzado simultáneamente por dos ondas que se propagan por él, experimenta una vibración que es suma de las que experimentaría si fuera alcanzado por cada una de las ondas por separado.

- Supongamos que en un punto se produce la interferencia de dos ondas armónicas coherentes de la misma frecuencia, amplitud, longitud de onda y velocidad.

  — Se producirá **interferencia constructiva** si la diferencia de recorrido de las ondas es cero o un número entero de longitudes de onda. Es decir, si las ondas están en fase.

  — Se producirá **interferencia destructiva** si la diferencia de recorrido de las ondas es un número impar de semilongitudes de onda. Es decir, si las ondas están en oposición de fase.

- *a)* $6\,500\ \text{nm} = 6\,500 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 6{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$

  b) $3{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{m} = 36 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 36\ \text{nm}$

  c) $320\ \text{nm} = 320 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 3{,}2 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$

1. NATURALEZA DE LA LUZ (págs. 249, 251, 252 y 253)

1. Características de la luz explicadas por cada una de las teorías:

	Propagación rectilínea	*Reflexión*	*Refracción*	*Doble refracción*	*Difracción*	*Interferencias*	*Polarización*	*Efecto fotoeléctrico*	*Propagación en el vacío*
Teoría corpuscular de Newton	Sí	Sí	No	No	No observada	No observada	No observada	No observado	Sí
Teoría ondulatoria de Huygens	Sí	Sí	Sí	Sí	No observada	No observada	No observada	No observado	No
Teoría ondulatoria de Fresnel	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	No observado	No
Teoría electromagnética de Maxwell	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	No observado	Sí
Naturaleza dual de la luz	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

La teoría corpuscular de Einstein fue propuesta para explicar el efecto fotoeléctrico.

2. La difracción de la luz no es fácilmente observable, debido a su pequeña longitud de onda. La difracción es observable cuando una onda es desviada por bordes de objetos u orificios de tamaño comparable a la longitud de la onda. En el caso de la luz, en la vida cotidiana no tenemos demasiados objetos de tamaño similar a la longitud de onda de la luz, de sólo unos nanómetros.

3. Datos: $E = 5{,}2 \cdot 10^{-18}$ J; $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J·s

   Determinamos la frecuencia del fotón utilizando la relación con la energía a través de la constante de Planck:

$$E = h\,f;\; f = \frac{E}{h} = \frac{5{,}2 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 7{,}85 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

4. Las células fotoeléctricas convierten energía luminosa en energía eléctrica. Generalmente consisten en dos semiconductores, en cuya zona de unión existe un campo eléctrico. Cuando inciden fotones, se generan cargas positivas y negativas, que son aceleradas en sentidos opuestos por el campo de la unión. Esta separación de cargas crea un potencial eléctrico, de forma que la energía del fotón se convierte en energía eléctrica.

   Sus aplicaciones son muchísimas: barreras ópticas de detección para la protección frente a robos, sistemas de apertura automática, control de alumbrado interior y exterior, máquinas clasificadoras, detección de impurezas en el proceso de embotellamiento de bebidas, transmisión de imágenes, cine…

   Todas ellas se basan en que la interrupción de la luz que ilumina la célula provoca el cese de la producción de electricidad o, al contrario, al tener lugar la iluminación de la célula se inicia la producción de energía eléctrica.

5. *a)* **Verdadero.** Las fases de las ecuaciones de cada uno de los campos son iguales en todo momento y en cada punto del espacio.

   b) **Falso.** Los módulos de los campos eléctrico y magnético verifican la relación $\frac{E}{B} = c$, con c la velocidad de la onda. Por tanto, no son iguales.

6. Datos: $f_1 = 3 \cdot 10^{10}$ Hz; $f_2 = 5 \cdot 10^{13}$ Hz; $f_3 = 1{,}07 \cdot 10^{15}$ Hz

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{3 \cdot 10^{10}\ \text{Hz}}$$

$$\lambda_1 = 10^{-2}\ \text{m} = 0{,}01\ \text{m; Microondas}$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{5 \cdot 10^{13}\ \text{Hz}}$$

$$\lambda_2 = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{m; Infrarrojo}$$

$$\lambda_3 = \frac{c}{f_3} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}07 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}}$$

$$\lambda_3 = 2{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m; Ultravioleta}$$

7. Datos: $\lambda_1 = 760$ nm $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m;
   $\lambda_2 = 380$ nm $= 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m

   Determinamos las frecuencias correspondientes:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 3{,}95 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{3{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 7{,}9 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

8. Datos: $E = 100$ sen $(3 \cdot 10^{15}\,t - 1{,}0 \cdot 10^7\,x)$ (SI)

   Si comparamos la expresión del enunciado con la ecuación del campo eléctrico de una onda electromagnética, obtenemos:

$$E_0 = 100 \text{ N/C}; \omega = 3 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}; k = 1{,}0 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

a) Determinamos la longitud de onda y la frecuencia a partir del número de ondas y la pulsación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1{,}0 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}} = 6{,}28 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}}{2\pi} = 4{,}77 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) Hallamos la amplitud del campo magnético a partir de la amplitud del campo eléctrico:

$$\frac{E}{B} = c; B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 3{,}33 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

Entonces, la ecuación del campo magnético será, en unidades del SI:

$$B = B_0 \operatorname{sen}(\omega t - kx);$$

$$B = 3{,}33 \cdot 10^{-7} \operatorname{sen}(3 \cdot 10^{15} t - 1{,}0 \cdot 10^7 x)$$

9. La sombra es la región no iluminada que aparece detrás de un cuerpo opaco cuando éste se ilumina con un foco puntual. Reproduce el contorno del objeto, definido por los rayos luminosos tangentes a éste.

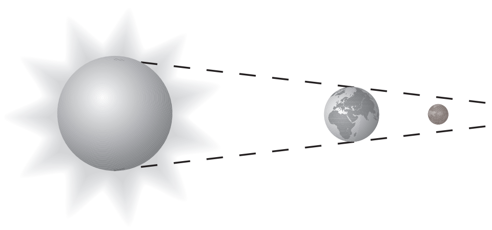
La penumbra es la región parcialmente iluminada que aparece detrás de un objeto cuando éste se ilumina con un foco no puntual. La aparición de la penumbra es debida a las dimensiones finitas del foco, ya que entonces algunos rayos de los emitidos en esa dirección llegan y otros no, siendo la penumbra una zona parcialmente iluminada.

10. Respuesta sugerida:

Un experimento posible para verificar la propagación rectilínea de la luz es la cámara oscura. Consiste en una caja con un pequeño orificio en una cara cuya cara opuesta es de material translúcido. Si situamos algún objeto, preferentemente luminoso, delante del orificio, observaremos su imagen invertida sobre la cara translúcida. Este fenómeno se explica atendiendo a la propagación rectilínea de los rayos de luz.

Eclipses de Sol (pág. 252)

Los eclipses de Luna se producen cuando ésta entra en la zona de sombra de la Tierra. Al dejar de estar iluminada por el Sol, veremos cómo se oscurece, produciéndose un eclipse lunar. Por lo tanto, en este caso, al contrario de lo que ocurre en los eclipses de Sol, es la Tierra la que se interpone entre el Sol y la Luna.



El fenómeno no se produce en cada órbita. El plano de la órbita de la Luna está inclinado respecto al plano de la órbita de la Tierra. Esto hace que la orientación relativa de los tres cuerpos vaya variando con el tiempo. En los momentos que coincidan los tres cuerpos alineados y que además la Luna pase por delante o por detrás de la Tierra, se producirá un eclipse de Sol o de Luna, según el caso. Cuando la Luna no llega a interceptar la sombra de la Tierra pero sí que pasa por su penumbra, se habla de un eclipse penumbral.

11. Respuesta sugerida:

Identificamos las etapas del método científico en el proceso seguido por Roemer y Fizeau para demostrar que la velocidad de la luz es finita y medir su valor:

— **Observación.** Roemer observó que el intervalo de tiempo transcurrido entre dos eclipses consecutivos de Io, uno de los satélites de Júpiter, era variable; se hacía mayor cuando la Tierra se alejaba de Júpiter y menor cuando la Tierra se acercaba a él.

— **Formulación de hipótesis.** Contra la opinión mantenida durante siglos, Roemer supone que la velocidad de la luz es finita y, por tanto, cuando la distancia entre la Tierra y Júpiter es mayor, tarda más tiempo en llegar hasta nosotros; de ahí la diferencia observada entre dos eclipses.

— **Experimentación.** Para comprobar que la velocidad de la luz es finita y calcular su valor de una forma directa, Fizeau diseña un experimento, el de la rueda dentada y el espejo. En el caso de Roemer no podemos hablar propiamente de experimentación, pues no se trata de ensayos controlados.

— **Organización de los datos experimentales.** Tanto Roemer como Fizeau repitieron sus observaciones para obtener un número suficiente de datos de los que extraer conclusiones.

— **Extracción de conclusiones.** Ambos llegaron a la conclusión de que la velocidad de la luz es finita y calcularon su valor.

— **Elaboración de una teoría.** Posteriormente, Albert Einstein (1879-1955) hizo de la conclusión anterior la base y el punto de partida de su teoría especial de la relatividad.

12. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s $= 3 \cdot 10^5$ km/s

a) Calculamos los segundos que tiene un año y, con ellos, la distancia recorrida por la luz en un año:

$$\Delta t = 1 \text{ a} \cdot \frac{365 \text{ d}}{1 \text{ a}} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ d}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3{,}15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\Delta x = c\,\Delta t = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 3{,}15 \cdot 10^7 \text{ s} = 9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

b) Hallamos los años luz que nos separan de α-Centauri:

$$\Delta x = 4{,}085 \cdot 10^{13} \text{ km} \cdot \frac{1 \text{ a.l.}}{9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}} = 4{,}3 \text{ a.l.}$$

2. FENÓMENOS LUMINOSOS
(págs. 255, 257, 259, 260, 262)

13. *a)* **Verdadero.** La velocidad y la longitud de onda dependen del índice de refracción del medio.

b) **Falso.** La frecuencia sí es independiente del medio material.

c) **Verdadero.** El índice de refracción nos proporciona la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad en el medio.

14. Si un haz de luz láser pasa de un medio a otro de índice de refracción menor, $n_1 > n_2$, el ángulo de refracción será mayor que el de incidencia.

Según la ley de Snell, el ángulo de refracción r se relaciona con el de incidencia i por $\text{sen}\, r = \frac{n_1}{n_2} \text{sen}\, i$. Si $n_1 > n_2$, el cociente $\frac{n_1}{n_2} > 1$. Por tanto, sen r > sen i, lo que indica que r > i.

15. Datos: $n_1 = 1{,}52$; $n_2 = 1$; $i = 30°$

a) Determinamos el ángulo de refracción a partir de la ley de Snell:

$$n_1 \,\text{sen}\, i = n_2 \,\text{sen}\, r$$

$$\text{sen}\, r = \frac{n_1}{n_2} \text{sen}\, i; \text{sen}\, r = \frac{1{,}52 \cdot \text{sen}\, 30°}{1} = 0{,}76$$

$$r = 49°\, 28'$$

b) Calculamos el ángulo límite de la superficie de separación entre el vidrio y el aire:

$$\text{sen}\, L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}52}; L = 41°\, 8'$$

c) Si un rayo incide con un ángulo de 45°, al ser este ángulo mayor que el ángulo límite, se producirá reflexión total.

16. Datos: $f = 1{,}5$ MHz $= 1{,}5 \cdot 10^6$ Hz; $n = 1{,}2$

En el aire, con índice de refracción n = 1, la longitud de onda será:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}5 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 200 \text{ m}$$

Entonces, en el medio con n = 1,2, la longitud de onda es:

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda}; \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{200 \text{ m}}{1{,}2} = 166{,}7 \text{ m}$$

17. La luz azul se desvía más en un prisma óptico que la amarilla, ya que su longitud de onda es menor. Por tanto, el índice de refracción es mayor para el azul que para el amarillo. Como la velocidad de propagación en un medio es inversamente proporcional al índice de refracción, en el prisma se propaga a mayor velocidad la luz amarilla que la azul.

18. La formación del arco iris es debida a la dispersión de la luz por parte de las gotitas de agua en suspensión en la atmósfera. Cada una de ellas actúa como un pequeño prisma óptico, desviando la luz del Sol diferentes ángulos según la longitud de onda. De esta forma, la luz blanca del Sol es dispersada y observamos sus distintos colores separados. A diferencia del prisma óptico, en las gotas la luz sufre, además de dos refracciones, una reflexión. Por ello la luz que sufre más desviación es la roja.

19. Los espectros de emisión están formados por la luz emitida por una sustancia química.

En cambio, los espectros de absorción se observan en luz de espectro continuo después de que haya atravesado alguna sustancia química donde algunas de sus frecuencias son absorbidas. Por ello, los espectros de absorción presentan líneas oscuras sobre el espectro continuo de la luz incidente.

Visión del color (pág. 257)

Si una superficie iluminada con luz blanca se ve de color rojo es porque absorbe todas las frecuencias excepto la correspondiente al color rojo, que es reflejada. Si iluminamos la superficie con luz roja, ésta será totalmente reflejada y veremos la superficie roja. En cambio, si la iluminamos con luz violeta, la superficie roja absorberá totalmente la luz, por lo que la veremos de color negro.

20. Dos linternas que se mantienen encendidas muy próximas no producen un patrón de interferencia porque la luz que emiten es incoherente, los trenes de onda que emite cada una de ellas son independientes de los emitidos por la otra linterna. Para que se produzca interferencia es necesario que la luz emitida por los dos focos sea coherente, es decir, que mantengan una diferencia de fase constante y que sean monocromáticas.

21. En la experiencia de la doble rendija de Young, la franja central brillante no puede emplearse para la medición de la longitud de onda de la luz porque corresponde al orden cero, n = 0, y está centrada en y = 0. Entonces, la ecuación para la posición de las franjas brillantes, $y_{\text{brill}} = \frac{\lambda L}{d} n$, no nos puede decir nada sobre la longitud de onda de la luz.

22. Datos: $d = 0{,}020$ mm $= 2 \cdot 10^{-5}$ m; $L = 0{,}9$ m; $n = 1$; $y_{\text{brill}} = 22{,}5$ mm $= 2{,}25 \cdot 10^{-2}$ m

Determinamos la longitud de onda de la luz empleada:

$$y_{\text{brill}} = \frac{\lambda L}{d} n; \lambda = \frac{d\, y_{\text{brill}}}{L\, n} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 2{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{0{,}9 \text{ m} \cdot 1}$$

$$\lambda = 5{,}0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

23. Datos: $d = 0{,}05$ mm $= 5 \cdot 10^{-5}$ m; $L = 1$ m; $n = 2$; $y_{\text{brill}} = 3$ cm $= 3 \cdot 10^{-2}$ m

a) Determinamos la longitud de onda de la luz monocromática empleada:

$$y_{brill} = \frac{\lambda L}{d} n; \lambda = \frac{d\, y_{brill}}{L n} = \frac{5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ m} \cdot 2}$$

$$\lambda = 7{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) La distancia entre dos franjas brillantes consecutivas será:

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = \frac{\lambda L}{d}(n+1) - \frac{\lambda L}{d} n = \frac{\lambda L}{d}$$

$$\Delta y = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 1 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta y = 1{,}5 \text{ cm} = 0{,}015 \text{ m}$$

24. Los fenómenos de interferencia aparecen cuando se superponen las ondas armónicas emitidas por dos focos puntuales, mientras que la difracción se debe a los efectos de un objeto o un orificio en una superficie que se interpone en el camino de las ondas luminosas.

En el caso de que el objeto sea una rendija, el patrón de difracción obtenido se asemeja al patrón de interferencia de dos fuentes puntuales coherentes. Esto puede interpretarse considerando que cada punto de la rendija actúa como una fuente puntual que emite ondas elementales que interfieren entre sí.

25. Datos: $\lambda = 600$ nm $= 6 \cdot 10^{-7}$ m; $L = 1{,}25$ m
$d = 0{,}090$ mm $= 9 \cdot 10^{-5}$ m

a) La primera franja oscura corresponde a n = 1. Por tanto:

$$\text{sen}\, \alpha = n \frac{\lambda}{d} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{9 \cdot 10^{-5} \text{ m}} = 6{,}67 \cdot 10^{-3}$$

Si suponemos que el ángulo es muy pequeño, podemos considerar que $\text{sen}\, \alpha = \text{tg}\, \alpha = \frac{y_1}{L}$

Por tanto, la posición del primer mínimo es:

$$y_1 = L \,\text{sen}\, \alpha = 1{,}25 \text{ m} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$y_1 = 8{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8{,}3 \text{ mm}$$

26. La luz del Sol es dispersada por las moléculas de aire, fenómeno que da origen al color azul del cielo. La luz dispersada está polarizada linealmente. En cambio, la luz solar reflejada por las nubes, al no ser éstas superficies planas, no está polarizada. Entonces, si colocamos un filtro polarizador en la lente de una cámara fotográfica, la luz del cielo será absorbida en su mayor parte, mientras que la luz reflejada por las nubes, al no ser luz polarizada, no será absorbida y éstas aparecerán blancas.

27. Datos: $n_{agua} = 1{,}33$

Hallamos el ángulo de Brewster, ángulo para el cual la luz reflejada estará totalmente polarizada:

$$\text{tg}\, i = n; \text{tg}\, i = 1{,}33; i = 53° \; 4'$$

28. Datos: $\lambda = 10^{-9}$ m; $E_0 = 145$ N/C; dirección de propagación OY en sentido negativo; plano de polarización YZ.

Como la dirección de propagación es OY, la onda será periódica respecto de la variable **y**. Al ser la propagación en sentido negativo, el término con la variable **y** irá sumado al término temporal. Si el campo eléctrico está polarizado en el plano YZ y la onda se propaga en la dirección OY, el campo será en todo momento paralelo al eje OZ. Por tanto:

$$\vec{E} = E_z \,\vec{k} = E_0 \text{ sen } (\omega t + ky)\vec{k}; E_x = E_y = 0$$

El campo magnético es perpendicular en todo momento al campo eléctrico y a la dirección de propagación. Por tanto, será paralelo al eje OX:

$$\vec{B} = B_x \,\vec{i} = B_0 \text{ sen } (\omega t + ky)\vec{i}; B_y = B_z = 0$$

Determinamos el número de ondas a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10^{-9} \text{ m}} = 6{,}28 \cdot 10^{9} \text{ m}^{-1}$$

Hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi\, f = 2\pi \frac{c}{\lambda} = kc; \omega = 6{,}28 \cdot 10^{9} \text{ m}^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}$$

$$\omega = 1{,}88 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$$

Calculamos la amplitud del campo magnético:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{145 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}{3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}} = 4{,}83 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

Con esto, las ecuaciones de los campos eléctrico y magnético se escriben:

$$\vec{E} = 145 \text{ sen } (1{,}88 \cdot 10^{18}\, t + 6{,}28 \cdot 10^{9}\, y)\vec{k} \text{ (SI)}$$

$$\vec{B} = 4{,}83 \cdot 10^{-7} \text{ sen } (1{,}88 \cdot 10^{18}\, t + 6{,}28 \cdot 10^{9}\, y)\vec{i} \text{ (SI)}$$

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS (pág. 265)

29. Datos: $E(x, t) = 10^{-3} \cos (5 \cdot 10^{10}\, t - 200x)$ (SI)

Si comparamos la ecuación del enunciado con la del campo eléctrico de una onda electromagnética expresada en función del coseno, $E = E_0 \cos (\omega t - kx)$, obtenemos:

$$E_0 = 10^{-3} \text{ N/C}; \omega = 5 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}; k = 200 \text{ m}^{-1}$$

Determinamos la frecuencia y la longitud de onda a partir de la pulsación y del número de ondas:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\, f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}}{2\pi} = 7{,}96 \cdot 10^{9} \text{ Hz}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{200 \text{ m}^{-1}} = 0{,}0314 \text{ m}$$

Hallamos la velocidad de propagación para determinar el índice de refracción del medio:

$$v = \lambda\, f; v = 0{,}0314 \text{ m} \cdot 7{,}96 \cdot 10^{9} \text{ Hz} = 2{,}5 \cdot 10^{8} \text{ m/s}$$

$$n = \frac{c}{v}; n = \frac{3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{2{,}5 \cdot 10^{8} \text{ m/s}} = 1{,}2$$

30. Datos: $\vec{E} = 0{,}5 \text{ sen } [2\pi\,(ct - x)]\,\vec{k}$ (SI)

Si comparamos la ecuación del enunciado con la expresión general del campo eléctrico de una onda electromagnética, obtenemos:

$$E_0 = 0{,}5 \text{ N/C};\ \omega = 2\pi c;\ k = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

a) Determinamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2\pi \text{ m}^{-1}} = 1 \text{ m}$$

b) La onda se propaga a lo largo del eje OX, ya que la oscilación depende de esta coordenada. Además, el campo eléctrico es paralelo en todo momento al eje OZ. Por lo tanto, la onda está polarizada en el plano XZ.

c) La onda se propaga a lo largo del eje OX y en sentido positivo, ya que la variable **x** está afectada por un signo negativo.

d) Hallamos la amplitud del campo magnético a partir de su relación con la amplitud del campo eléctrico:

$$\frac{E}{B} = c;\ B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{0{,}5 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}}{3\cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1{,}67\cdot 10^{-9} \text{ T}$$

Como la dirección de propagación es a lo largo del eje OX y el campo eléctrico es paralelo al eje OZ, el campo magnético debe ser paralelo al eje OY. Por tanto:

$$\vec{B} = 1{,}67\cdot 10^{-9} \text{ sen } [2\pi(ct - x)]\,\vec{j} \text{ (SI)}$$

31. Datos: $d = 0{,}1$ mm $= 1\cdot 10^{-4}$ m; $L = 1{,}2$ m; $n = 2$; $\lambda = 6\cdot 10^{-7}$ m

La distancia entre el máximo central y la tercera franja oscura será:

$$y_{osc} = \frac{\lambda\,L}{2d}\,(2n+1) = \frac{6\cdot 10^{-7} \text{ m}\cdot 1{,}2 \text{ m}}{2\cdot 1\cdot 10^{-4} \text{ m}}\cdot(2\cdot 2+1)$$

$$y_{osc} = 0{,}018 \text{ m}$$

32. Datos: $d = 0{,}03$ mm $= 3\cdot 10^{-5}$ m; $L = 1{,}5$ m; $n = 3$; $\lambda_1 = 430$ nm $= 4{,}3\cdot 10^{-7}$ m; $\lambda_2 = 500$ nm $= 5\cdot 10^{-7}$ m

La distancia entre las franjas brillantes de tercer orden según se emplee una u otra luz será:

$$y_{brill} = \frac{\lambda\,L}{d}\,n$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = \frac{\lambda_2\,L}{d}\,n - \frac{\lambda_1\,L}{d}\,n = \frac{L}{d}\,n\,(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$\Delta y = \frac{1{,}5 \text{ m}}{3\cdot 10^{-5} \text{ m}}\cdot 3\cdot(5\cdot 10^{-7} \text{ m} - 4{,}3\cdot 10^{-7} \text{ m})$$

$$\Delta y = 0{,}0105 \text{ m} = 1{,}05 \text{ cm}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS (págs. 266 y 267)

33. **Teoría corpuscular de Newton:** la luz está formada por diminutas partículas que se propagan en línea recta. Explica satisfactoriamente la propagación rectilínea y la reflexión, pero no puede explicar fenómenos típicamente ondulatorios como la refracción.

Teoría ondulatoria de Huygens: la luz consiste en la propagación de una perturbación ondulatoria del medio. Requiere, por tanto, la presencia de un medio material. Explica fácilmente la propagación rectilínea, la reflexión, la refracción y la doble refracción. Su mayor dificultad está en que todavía no se había observado la difracción, fenómeno típicamente ondulatorio.

Teoría ondulatoria de Fresnel: considera que la luz consiste en ondas transversales. Además de todos los anteriores, explica nuevos fenómenos observados, tales como la difracción, las interferencias y la polarización.

Teoría electromagnética de Maxwell: la luz no es una onda mecánica, sino una forma de onda electromagnética; consiste en la propagación, sin necesidad de medio material, de un campo eléctrico y otro magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación. Explica todos los fenómenos observados hasta entonces.

Naturaleza de la luz según Einstein: la luz está formada por fotones, pequeños corpúsculos o cuantos de energía. Esto explica el efecto fotoeléctrico, cosa que no puede hacer ninguna de las teorías ondulatorias.

Naturaleza dual de la luz: la luz tiene una doble naturaleza: corpuscular (fotones) y ondulatoria (ondas electromagnéticas).

34. Datos: $B_0 = 6{,}5\cdot 10^{-6}$ T; $c = 3\cdot 10^8$ m/s

Determinamos la amplitud del campo eléctrico:

$$\frac{E}{B} = c;\ \frac{E_0}{B_0} = c;\ E_0 = c\,B_0 = 3\cdot 10^8 \text{ m/s}\cdot 6{,}5\cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_0 = 1\,950 \text{ N/C}$$

35. Conocida la relación entre velocidad de una onda, longitud de onda y frecuencia, $v = \lambda\,f$, podemos expresar el número de ondas en la forma:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\,f}{c} = \frac{\omega}{c}$$

36. Los rayos X y las ondas de radio son ondas electromagnéticas. Las dos consisten en el mismo tipo de onda que la luz y se propagan a la misma velocidad en el vacío, c. Lo que las diferencia es la frecuencia y, por tanto, también la longitud de onda y la energía que transportan.

37. Datos: $d = 1{,}5\cdot 10^{11}$ m; $c = 3\cdot 10^8$ m/s

El tiempo que tardará la luz del Sol en alcanzar la Tierra será:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{d}{c} = \frac{1{,}5\cdot 10^{11} \text{ m}}{3\cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

$$\Delta t = 500 \text{ s} = 8{,}3 \text{ min} = 8 \text{ min } 20 \text{ seg}$$

38. El rayo refractado se acerca a la normal cuando pasa de un medio a otro con mayor índice de refracción, ya que la velocidad en el nuevo medio es menor. En cambio, se

aleja de la normal cuando el nuevo medio es de índice de refracción menor que el primero.

39. La causa de la dispersión es la dependencia del índice de refracción con la longitud de onda. Si un haz de luz blanca es refractado, cada componente de distinta longitud de onda se refractará con un ángulo distinto, dando origen a la dispersión.

40. Orden de la radiación del espectro visible:

a) De menor a mayor frecuencia: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, índigo y violeta.

b) De menor a mayor longitud de onda: violeta, índigo, azul, verde, amarillo, naranja y rojo.

c) De menor a mayor desviación en la dispersión: rojo, naranja, amarillo, verde, azul, índigo y violeta.

41. *a)* Vemos distintos objetos de diferentes colores porque cada material es capaz de absorber, reflejar o transmitir distintas longitudes de onda. Cuando iluminamos un objeto con luz blanca, recibimos sólo las frecuencias que ese material es capaz de reflejar, cuyo efecto en nuestra retina constituye el color del objeto.

b) Como el color corresponde a las frecuencias reflejadas por los objetos, dependerá también de las frecuencias con las que los iluminemos. Por ejemplo, un objeto verde, iluminado con luz de otro color, sin la frecuencia verde, parecerá negro, ya que no reflejará luz alguna.

42. *a)* **Interferencia constructiva:** $\Delta r = n\,\lambda;\ n \in Z$

b) **Interferencia destructiva:** $\Delta r = (2n + 1)\,\dfrac{\lambda}{2};\ n \in Z$

43. El ángulo bajo el que se observan las franjas del patrón de difracción y, por lo tanto, su tamaño sobre la pantalla aumenta con la longitud de onda. En el microscopio, y debido a la abertura del objetivo, también se produce difracción. Por ello se utiliza luz azul en la iluminación del microscopio, para minimizar los efectos de la difracción, ya que el azul es la radiación visible de menor longitud de onda.

44. Dos métodos para conseguir luz polarizada linealmente son:

— **Polarización por reflexión.** Cuando la luz incide sobre una superficie pulimentada de vidrio, la luz reflejada está total o parcialmente polarizada. En concreto, si la tangente del ángulo de incidencia coincide con el valor del índice de refracción del medio, la luz reflejada está totalmente polarizada.

— **Polarización por absorción selectiva.** Algunos materiales formados por láminas que contienen largas cadenas lineales de moléculas de hidrocarburos tienen la propiedad de transmitir a su través la luz sólo en un plano de polarización. Las componentes de la luz con el campo eléctrico perpendicular a las cadenas moleculares son transmitidas, mientras que si el campo es paralelo a la cadena, genera una corriente eléctrica y es absorbido.

45. El espectro de la luz del Sol es un espectro de absorción. Los gases de la atmósfera del Sol producen las líneas de Fraunhofer al absorber ciertas longitudes de onda del espectro continuo emitido por las capas interiores. Las líneas de absorción permiten identificar la composición química de la atmósfera solar.

46. Datos: $\lambda = 600$ nm $= 6 \cdot 10^{-7}$ m; $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J·s

Determinamos la frecuencia y, a continuación, la energía del fotón:

$$c = \lambda\, f;\ f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$E = h\,f = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

47. Datos: $\lambda_1 = 650$ nm $= 6{,}5 \cdot 10^{-7}$ m;
$\lambda_2 = 480$ nm $= 4{,}8 \cdot 10^{-7}$ m

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 4{,}6 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \quad \text{Visible}$$

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{4{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 6{,}25 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \quad \text{Visible}$$

48. Datos: $f = 50$ MHz $= 5 \cdot 10^{7}$ Hz; $E_0 = 800$ N/C; dirección de propagación OX en sentido positivo; dirección de oscilación OY.

a) Hallamos la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5 \cdot 10^{7}\ \text{m}} = 6\ \text{m}$$

b) Determinamos el período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5 \cdot 10^{7}\ \text{Hz}} = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{s}$$

c) Calculamos la amplitud del campo magnético:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{800\ \text{N}\cdot\text{C}^{-1}}{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

d) Como la dirección de propagación es OX, la onda será periódica respecto de la variable **x**. Al ser la propagación en sentido positivo, el término con la variable **x** irá afectado por un signo negativo. Sabemos que el campo es en todo momento paralelo al eje OY. Por tanto:

$$\vec{E} = E_y\,\vec{j} = E_0\ \text{sen}\,(\omega t - kx)\,\vec{j};\ E_x = E_z = 0$$

El campo magnético es perpendicular en todo momento al campo eléctrico y a la dirección de propagación. Por tanto, será paralelo al eje OZ:

$$\vec{B} = B_z\,\vec{k} = B_0\ \text{sen}\,(\omega t - kx)\,\vec{k};\ B_x = B_y = 0$$

Hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi\, f;\ \omega = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{7}\ \text{Hz} = \pi \cdot 10^{8}\ \text{rad/s}$$

Determinamos el número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6\ m} = 1{,}05\ m^{-1}$$

Con esto, las ecuaciones de los campos eléctrico y magnético serán:

$$\vec{E} = 800\ \text{sen}\ (\pi \cdot 10^8\ t - 1{,}05x)\vec{j}\ (SI)$$

$$\vec{B} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{sen}\ (\pi \cdot 10^8\ t - 1{,}05x)\vec{k}\ (SI)$$

49. Datos: 460 dientes; ω = 20,2 rev·s^{-1}; d = 7 700 m

Determinamos primero el tiempo que transcurre desde que la luz atraviesa la rueda hasta que vuelve a alcanzarla, que coincide con el que tarda la rueda en avanzar la mitad del ángulo entre dos dientes consecutivos:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{(2\pi/920)\ rad}{2\pi \frac{rad}{rev}\ 20{,}2\ \frac{rev}{s}} = 5{,}38 \cdot 10^{-5}\ s$$

Entonces, la velocidad de la luz es:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 7\,700\ m}{5{,}38 \cdot 10^{-5}} = 2{,}86 \cdot 10^8\ m/s$$

50. Datos: λ_0 = 500 nm = 5 · 10^{-7} m; i = 42°; r = 25°; n_1 = 1

a) Aplicamos la ley de Snell para determinar el índice de refracción del material:

$$n_1\ \text{sen}\ i = n_2\ \text{sen}\ r; n_2 = \frac{n_1\ \text{sen}\ i}{\text{sen}\ r} = \frac{1 \cdot \text{sen}\ 42°}{\text{sen}\ 25°} = 1{,}58$$

b) Determinamos la velocidad de la luz en el medio a partir de la definición del índice de refracción:

$$n = \frac{c}{v}; v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{1{,}58} = 1{,}9 \cdot 10^8\ m/s$$

Calculamos la longitud de onda en el medio:

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda}; \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{5 \cdot 10^{-7}\ m}{1{,}58} = 3{,}16 \cdot 10^{-7}\ m$$

51. Datos: n_1 = 2; n_2 = 1

Calculamos el ángulo límite:

$$\text{sen}\ L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2} = 0{,}5; L = 30°$$

52. Datos: f = 20 MHz = 2 · 10^7 Hz; E_0 = 3 · 10^{-3} N/C; n = 1,52; dirección de propagación OX en sentido positivo

Determinamos la velocidad de propagación de la luz en el medio:

$$n = \frac{c}{v}; v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{1{,}52} = 1{,}97 \cdot 10^8\ m/s$$

Hallamos la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1{,}97 \cdot 10^8\ m/s}{2 \cdot 10^7\ Hz} = 9{,}85\ m$$

Determinamos el número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{9{,}85\ m} = 0{,}64\ m^{-1}$$

Hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi\ f; \omega = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^7\ Hz = 1{,}26 \cdot 10^8\ rad/s$$

Como la dirección de propagación es OX, la onda será periódica respecto de la variable **x**. Al ser la propagación en sentido positivo, el término con la variable **x** irá afectado por un signo negativo.

Con esto, la ecuación del campo eléctrico será:

$$E(x, t) = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{sen}\ (1{,}26 \cdot 10^8\ t - 0{,}64x)\ (SI)$$

53. Datos: n = 7; d = 0,4 mm = 4 · 10^{-4} m; λ = 600 nm = 6 · 10^{-7} m

Hallamos la posición angular de la franja brillante de orden 7 en el experimento de Young:

$$d\ \text{sen}\ \alpha = n\ \lambda; \text{sen}\ \alpha = \frac{n\ \lambda}{d} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 10^{-7}\ m}{4 \cdot 10^{-4}\ m} = 1{,}05 \cdot 10^{-2}$$

$$\alpha = 0{,}602° = 0°\ 36'$$

54. Datos: λ = 420 nm = 4,2 · 10^{-7} m; y_1 = 18 cm = 0,18 m; L = 1 m

a) Calculamos el ángulo bajo el que se observa en la pantalla el primer mínimo:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{y_1}{L}; \text{tg}\ \alpha = \frac{0{,}18\ m}{1\ m} = 0{,}18; \alpha = 10°\ 12'$$

Determinamos ahora la anchura de la rendija a partir del seno del ángulo de la primera franja oscura, n = 1:

$$\text{sen}\ \alpha = n\ \frac{\lambda}{d}; d = \frac{n\ \lambda}{\text{sen}\ \alpha} = \frac{1 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-7}\ m}{0{,}18}$$

$$d = 2{,}3 \cdot 10^{-6}\ m$$

b) El ángulo que determina la posición del segundo mínimo será:

$$\text{sen}\ \alpha = n\ \frac{\lambda}{d} = 2 \cdot \frac{4{,}2 \cdot 10^{-7}\ m}{2{,}3 \cdot 10^{-6}\ m} = 0{,}365; \alpha = 21°\ 25'$$

55. Datos: $\vec{E} = 25\ \text{sen}\ (3\pi \cdot 10^{11}\ t - \pi \cdot 10^3\ x)\vec{k}\ (SI)$

Si comparamos la ecuación del enunciado con la expresión general del campo eléctrico de una onda electromagnética, obtenemos:

E_0 = 25 N·C^{-1}; ω = 3π · 10^{11} rad/s; k = π · 10^3 m^{-1}

a) Determinamos la longitud de onda a partir del número de ondas:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi \cdot 10^3\ m^{-1}} = 2 \cdot 10^{-3}\ m$$

b) Hallamos la frecuencia a partir de la pulsación:

$$\omega = 2\pi\ f; f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3\pi \cdot 10^{11}\ rad/s}{2\pi} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ Hz$$

c) Hallamos la amplitud del campo magnético a partir de la amplitud del campo eléctrico:

$$\frac{E}{B} = c; B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{25\ N \cdot C^{-1}}{3 \cdot 10^8\ m/s} = 8{,}33 \cdot 10^{-8}\ T$$

Entonces, la ecuación del campo magnético será:

$$B = B_0 \text{ sen } (\omega t - kx)$$

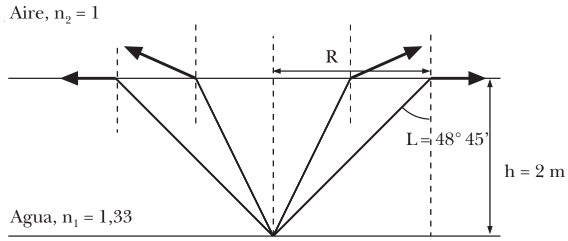
$$B = 8{,}33 \cdot 10^{-8} \text{ sen } (3\pi \cdot 10^{11}\, t - \pi \cdot 10^{3} x)$$

El sentido de propagación de la onda es el eje OX, ya que depende de la variable **x**. Como el campo magnético es perpendicular a la dirección de propagación y al campo eléctrico, y este último es paralelo al eje OZ, el campo magnético será paralelo al eje OY.

$$\vec{B} = 8{,}33 \cdot 10^{-8} \text{ sen } (3\pi \cdot 10^{11}\, t - \pi \cdot 10^{3} x)\vec{j} \text{ (SI)}$$

d) El plano de polarización del campo eléctrico, tal y como se deduce de la ecuación de la onda electromagnética, es el plano XZ.

56.



Determinamos el ángulo límite de la superficie del agua con el aire:

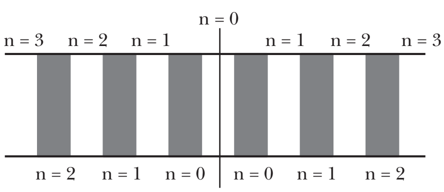
$$\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}33}; L = 48° \, 45'$$

Entonces, el radio del círculo de luz será:

$$\text{tg } L = \frac{R}{h}; R = h \text{ tg } L = 2 \text{ m} \cdot \text{tg } (48° \, 45') = 2{,}28 \text{ m}$$

57. Datos: y_{brill} = 1,50 cm = 0,015 m;
y_{osc} = 1,25 cm = 0,0125 m; d = 0,02 cm = $2 \cdot 10^{-4}$ m;
L = 2 m

a) Como se trata de un máximo y un mínimo consecutivos y, además, el máximo se encuentra más alejado del centro de la pantalla, si suponemos que el orden de la franja brillante es n, el de la franja oscura debe ser n – 1. Calculamos la longitud de onda a partir de la diferencia de las posiciones de ambas franjas:



$$y_{brill} = n \frac{\lambda L}{d}$$

$$y_{osc} = \left[2(n-1)+1\right]\frac{\lambda L}{2d} = (2n-1)\frac{\lambda L}{2d}$$

$$y_{brill} - y_{osc} = n \frac{\lambda L}{d} - (2n-1)\frac{\lambda L}{2d}$$

$$y_{brill} - y_{osc} = \frac{\lambda L}{2d}\left[(2n-(2n-1)\right] = \frac{\lambda L}{2d}$$

$$y_{brill} - y_{osc} = \frac{\lambda L}{2d}; \lambda = \frac{2d\,(y_{brill} - y_{osc})}{L}$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m } (1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m} - 1{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{2 \text{ m}}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$

b) Hallamos el orden de la franja brillante:

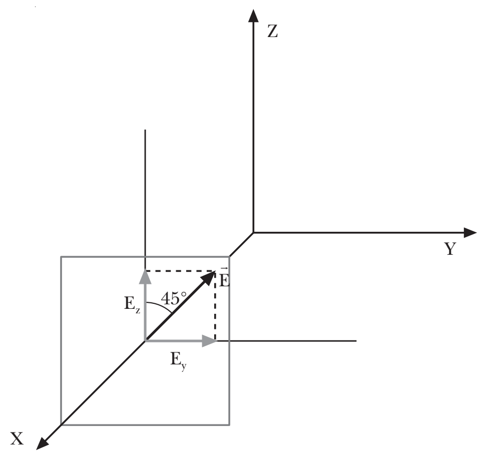
$$y_{brill} = n \frac{\lambda L}{d}; n = \frac{y_{brill}\, d}{\lambda L}$$

$$y_{brill} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 2 \text{ m}} = 3$$

Y, por tanto, el orden de la franja oscura es n – 1 = 2.

58. Datos: f = 10^7 Hz; $E_0 = 40\sqrt{2}$ N/C; dirección de propagación OX en sentido positivo; plano de polarización forma 45° con plano XZ.

Como la dirección de propagación es OX, la onda será periódica respecto de la variable **x**. Al ser la propagación en sentido positivo, la variable **x** irá afectada por un signo negativo. Si el campo eléctrico está polarizado en el plano que forma 45° con el plano XZ y la onda se propaga en la dirección OX, el campo cumple que:



$$E = E_0 \text{ sen } (\omega t - kx)$$

$$\vec{E} = E_y\vec{j} + E_z\vec{k} \begin{cases} E_y = E \text{ sen } 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} E \\ E_z = E \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} E \end{cases}$$

$$\vec{E} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \text{ sen } (\omega t - kx)\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \text{ sen } (\omega t - kx)\vec{k}$$

$$\vec{E} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \text{ sen } (\omega t - kx)\,(\vec{j} + \vec{k})$$

Hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi f; \omega = 2\pi \cdot 10^7 \text{ Hz} = 6{,}28 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$$

Determinamos el número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\, f}{c} = \frac{\omega}{c} = \frac{6{,}28 \cdot 10^7 \text{ rad/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0{,}21 \text{ m}^{-1}$$

Con esto, la ecuación del campo eléctrico será:

$$\vec{E} = 40 \text{ sen } (6{,}28 \cdot 10^7 \, t - 0{,}21x)\, (\vec{j} + \vec{k}) \text{ (SI)}$$

59. Datos: $d = 2$ km; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

El tiempo que tardaría la luz en ir y volver sería:

$$\Delta t = \frac{2d}{c} = \frac{2 \cdot 2\,000 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1{,}33 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

El experimento fracasó porque este tiempo es inferior al tiempo de reacción del ser humano. Es decir, el tiempo que tarda una persona en tomar conciencia de la imagen de la lámpara, que su cerebro transmita la orden correspondiente al brazo y que éste efectúe el movimiento de destapar la otra lámpara o cronometrar es muy superior al tiempo que la luz emplea en recorrer la distancia.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

(pág. 267)

1. Leyes de la reflexión:

   1. El rayo incidente, la normal a la superficie en el punto de incidencia y el rayo reflejado están situados en el mismo plano.

   2. El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.

   Leyes de la refracción:

   1. El rayo incidente, la normal a la superficie en el punto de incidencia y el rayo refractado están situados en el mismo plano.

   2. La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el del ángulo de refracción es una constante igual a la razón entre las respectivas velocidades de propagación del movimiento ondulatorio.

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

   Principio de Huygens:

   Todo punto de un frente de onda se convierte en un centro puntual productor de ondas elementales secundarias, de igual velocidad y frecuencia que la onda inicial, cuya superficie envolvente constituye un nuevo frente de onda.

2. En una refracción se conserva la frecuencia de la onda incidente y el plano que forma ésta con la normal. Al entrar en otro medio, se modifican la dirección de propagación, la velocidad y la longitud de onda.

3. Datos: $\lambda_1 = 760$ nm $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m;
$\lambda_2 = 380$ nm $= 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m

   a) Determinamos las frecuencias correspondientes:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ Hz}} = 3{,}95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3{,}8 \cdot 10^{-7} \text{ Hz}} = 7{,}9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

   b) Intervalo de energías de los fotones:

$$E_1 = h\, f_1 = 6{,}625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 3{,}95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_1 = 2{,}62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = h\, f_2 = 6{,}625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 7{,}9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_2 = 5{,}23 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

   c) Si la velocidad del medio es $\frac{3}{4}$ de la velocidad de la luz en el vacío, $v = \frac{3}{4}\, c$:

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{3c}{4f_1} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \cdot 3{,}95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

$$\lambda_1 = 5{,}70 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 570 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{3c}{4f_2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4 \cdot 7{,}9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

$$\lambda_2 = 2{,}85 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 285 \text{ nm}$$

4. Datos: $f = 7{,}96 \cdot 10^9$ Hz; $E_0 = 10^{-3}$ N/C; dirección de propagación OX en sentido positivo; campo eléctrico paralelo al eje OY.

   Como la dirección de propagación es OX, la onda será periódica respecto de la variable **x**. Al ser la propagación en sentido positivo, la variable **x** irá afectada por un signo negativo. El campo eléctrico será en todo momento paralelo al eje OY. Por tanto:

$$\vec{E} = E_y\, \vec{j} = E_0 \text{ sen } (\omega t - kx)\,\vec{j};\; E_x = E_z = 0$$

   El campo magnético es perpendicular en todo momento al campo eléctrico y a la dirección de propagación. Por tanto, será paralelo al eje OZ:

$$\vec{B} = B_z\, \vec{k} = B_0 \text{ sen } (\omega t - kx)\vec{k};\; B_x = B_y = 0$$

   Hallamos la pulsación:

$$\omega = 2\pi\, f = 2\pi \cdot 7{,}96 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

   Determinamos el número de ondas:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\, f}{c} = \frac{\omega}{c} = \frac{5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 166{,}67 \text{ m}^{-1}$$

   Calculamos la amplitud del campo magnético:

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{10^{-3} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 3{,}33 \cdot 10^{-12} \text{ T}$$

   Con esto, las ecuaciones de los campos eléctrico y magnético serán:

$$\vec{E} = 10^{-3} \text{ sen } (5 \cdot 10^{10} \, t - 166{,}67x)\,\vec{j} \text{ (SI)}$$

$$\vec{B} = 3{,}33 \cdot 10^{-12} \text{ sen } (5 \cdot 10^{10} \, t - 166{,}67x)\,\vec{k} \text{ (SI)}$$

5. Datos: $d = 0{,}6$ mm $= 6 \cdot 10^{-4}$ m;
$L = 6$ m; $n = 25$;
$y_{brill} = 15$ cm $= 0{,}15$ m

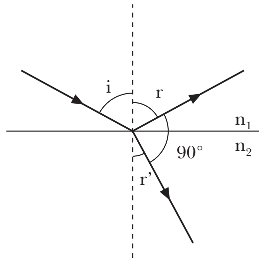
Calculamos la longitud de onda de la luz:

$$y_{brill} = \frac{\lambda L}{d} n;$$

$$\lambda = \frac{d\, y_{brill}}{L\, n}$$

$$\lambda = \frac{6 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \cdot 0{,}15\ \text{m}}{6\ \text{m} \cdot 25} = 6$$

6. Si el rayo reflejado forma un ángulo de 90° con el rayo refractado, aplicando las leyes de la reflexión y de la refracción, tenemos:



$$\left.\begin{array}{l} i = r \\ r' = 180° - r - 90° = 90° - r \end{array}\right\} r' = 90° - i$$

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r'; n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } (90° - i)$$

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \cos i; \text{tg } i = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$