

13. Cuántica

PREPARACIÓN DE LA UNIDAD (pág. 319)

- Datos: $m = 7 \text{ kg}$; $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

La cantidad de movimiento o momento lineal de un cuerpo es el producto de su masa por su velocidad lineal:

$$p = m v = 7 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 70 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- Datos: $m = 10 \text{ g} = 0,01 \text{ kg}$; $v = 300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Calculamos la energía cinética:

$$E_{c_2} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \text{ kg} \cdot (300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 450 \text{ J}$$

- Datos: $v_1 = v$; $v_2 = 2v$

Calculamos el cociente entre las energías del cuerpo en cada uno de los casos:

$$E_{c_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{c_2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 = \frac{1}{2} m 4v^2 = 2m v^2$$

$$\frac{E_{c_2}}{E_{c_1}} = \frac{2m v^2}{\frac{1}{2} m v^2} = 4$$

Así pues, la energía cinética aumenta cuatro veces al duplicar el valor de la velocidad.

- Una onda electromagnética es una onda transversal que consiste en la propagación, sin necesidad de soporte material alguno, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.

Como en cualquier onda, existe un transporte neto de energía sin que haya transporte neto de materia.

Las ondas electromagnéticas son generadas por cargas eléctricas aceleradas. Los vectores de los campos eléctrico y magnético varían sinusoidalmente con el tiempo y la posición, y se encuentran en fase, es decir, ambas alcanzan el valor máximo y el mínimo al mismo tiempo.

$$E = E_0 \text{ sen } (\omega t - kx); B = B_0 \text{ sen } (\omega t - kx)$$

Además, el cociente de los módulos de los vectores \vec{E} y \vec{B} es igual a la velocidad de propagación de la onda, que en el vacío es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, pero que, en general, depende del medio de propagación.

$$\frac{E}{B} = c$$

- Datos: $\lambda = 632 \text{ nm} = 6,32 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Calculamos la frecuencia a partir de la relación entre la frecuencia de una onda y su longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{6,32 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- Tanto el protón, descubierto en 1914, como el neutrón, descubierto en 1932, se encuentran en el núcleo del átomo. El protón posee una carga $+e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y el neutrón carece de carga. Sus masas son prácticamente iguales: $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, y concentran el 99 % de la masa total del átomo, ya que la masa de los electrones, descubiertos en 1897 y con carga $-e$, es unas 2 000 veces menor que la de neutrones y protones: $m_e = 9,110 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. El radio nuclear típico se encuentra entre 10^{-14} y 10^{-15} m , y la distancia entre los electrones y el núcleo del átomo es aproximadamente del orden de $0,1 \text{ nm} = 1 \text{ \AA}$.

- El descubrimiento del electrón en 1897 condujo al físico inglés J. J. Thomson a establecer un modelo del átomo. Según este modelo, el átomo se encontraría formado por un conjunto de electrones incrustados en una masa esférica de densidad uniforme y carga positiva, de manera que el conjunto sería neutro y estable.

Sin embargo, el descubrimiento del núcleo atómico por el físico británico E. Rutherford llevó a éste a establecer un nuevo modelo atómico. En este modelo, la mayor parte de la masa y toda la carga positiva del átomo se concentrarían en una minúscula zona central de gran densidad, el núcleo atómico. Por otro lado, el átomo, mucho mayor que el núcleo, incluye la corteza electrónica, que es la región donde los electrones describen órbitas circulares alrededor del núcleo. Finalmente, el átomo es neutro porque el número de electrones es igual al de protones.

1. LIMITACIONES DE LA FÍSICA CLÁSICA (pág. 327)

1. Llamamos cuerpos negros a aquellos cuerpos cuya radiación térmica depende únicamente de su temperatura, y no de su composición.

Son cuerpos que absorben toda la radiación que incide sobre ellos y, debido a que la radiación térmica que emiten no es visible a temperaturas ordinarias, se ven de color negro. Sin embargo, como la radiación térmica emitida por un cuerpo negro depende de la temperatura, su color no siempre es negro. Así, un bloque de metal de color negro adquiere un color rojizo a medida que aumenta su temperatura, y posteriormente pasa a rojo vivo.

2. Respuesta sugerida:

La λ_{\max} es la longitud de onda para la cual se emite una mayor cantidad de energía. Por lo tanto, es la radiación dominante en la radiación térmica emitida y determina el color del que vemos el cuerpo.

Para observar la variación de λ_{\max} con la temperatura, podemos utilizar una barra de hierro y calentarla progresivamente al fuego, retirándola a intervalos para observar el «color» de la radiación que emite. Conforme aumenta la temperatura, la barra se ve de un color rojo opaco, después adquiere un color rojo brillante y, a muy altas temperaturas, toma un intenso color blanco azulado. A medida que aumenta la temperatura, la intensidad de la radiación térmica se incrementa y la longitud de onda máxima, λ_{\max} , se hace menor.

3. Las teorías clásicas para explicar la emisión de radiación de un cuerpo negro predecían que la energía de la radiación aumentaba indefinidamente al disminuir la longitud de onda, mientras que experimentalmente se había comprobado cómo la energía tendía a cero para longitudes de onda muy cortas, como las correspondientes al ultravioleta.

4. Planck formuló dos hipótesis para explicar la radiación de un cuerpo negro:

— Los átomos que emiten la radiación se comportan como osciladores armónicos.

— Cada oscilador absorbe o emite energía de la radiación en una cantidad proporcional a su frecuencia de oscilación: $E_0 = h f$.

a) Esto quiere decir que la energía total emitida o absorbida por los osciladores está cuantizada, es decir, sólo puede tener unos valores determinados, múltiplos de E_0 ; $E = n E_0 = n h f$.

b) Así, Planck se limitó a cuantizar la energía de los osciladores armónicos y a suponer que los átomos se comportaban como osciladores, pero no a cuantizar propiamente los estados atómicos.

5. Datos: $m = 20 \text{ kg}$; $L = 1,5 \text{ m}$; $y_{\max} = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$;
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

a) Calculamos en primer lugar la frecuencia de oscilación del columpio, el cual se comporta como un péndulo, es decir, un oscilador armónico, y así obtenemos la energía de un cuanto:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{1,5 \text{ m}}} = 0,407 \text{ Hz}$$

$$E_0 = h f; \quad E_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 0,407 \text{ Hz}$$

$$E_0 = 2,69 \cdot 10^{-34} \text{ J}$$

La energía total del columpio es igual a la energía potencial en el punto más alto de su trayectoria:

$$E = m g y_{\max} = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 0,5 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

Hallamos el número de cuantos de energía a partir del cociente entre la energía del columpio y la de un cuanto:

$$E = n E_0; \quad n = \frac{E}{E_0}$$

$$n = \frac{98 \text{ J}}{2,69 \cdot 10^{-34} \text{ J}} = 3,64 \cdot 10^{35} \text{ cuantos}$$

b) Calculamos la altura máxima que alcanzará el columpio con la energía de un cuanto:

$$E_0 = m g y_{\max}; \quad y_{\max} = \frac{E_0}{m g}$$

$$y_{\max} = \frac{2,69 \cdot 10^{-34} \text{ J}}{20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 1,37 \cdot 10^{-36} \text{ m}$$

6. Respuesta sugerida:

El efecto fotoeléctrico se produce al iluminar una superficie metálica con radiación electromagnética de una frecuencia determinada. Con un montaje experimental adecuado se puede observar cómo esta radiación es capaz de arrancar electrones de la superficie metálica y generar una corriente eléctrica. Si medimos la intensidad de esta corriente, podemos determinar el número de electrones arrancados, e incluso, su energía de enlace con el metal.

El efecto fotoeléctrico es la base de algunos dispositivos de tecnología actual, como la célula fotoeléctrica que controla las puertas de los ascensores o ciertos dispositivos de seguridad.

7. Existen tres hechos del efecto fotoeléctrico que no tenían explicación utilizando los argumentos de la física clásica. Estos hechos son:

— La emisión de electrones sólo tiene lugar si la frecuencia de la radiación incidente supera un determinado valor, denominado frecuencia umbral, f_u .

Según la teoría clásica, el efecto fotoeléctrico debía ocurrir para cualquier frecuencia siempre que la luz fuera lo suficientemente intensa.

— Si la frecuencia de la radiación es superior a esta frecuencia umbral, el número de fotoelectrones es proporcional a la intensidad de la radiación incidente. Sin embargo, su energía cinética máxima es independiente de la intensidad de la luz.

— No se observa ningún tiempo de retraso entre la iluminación del metal y la emisión de los fotoelectrones.

Estos tres aspectos quedaron explicados con la teoría cuántica de Einstein para el efecto fotoeléctrico. La teoría supone que la energía emitida por una fuente de luz está cuantizada en forma de paquetes de energía llamados fotones, en lugar de encontrarse repartida de forma continua a lo largo de toda la onda. Los electrones del metal son arrancados cuando un fotón incide sobre el electrón cediéndole toda su energía, y no por la acumulación de la energía de la onda sobre una zona del metal determinada.

- La mínima energía necesaria para arrancar un electrón, W_0 , es igual a la energía de enlace del electrón más débilmente ligado al metal. Así, el fotón debe aportar una energía mínima de $E = h f_u = W_0$. Si la frecuencia del fotón es menor que f_u , ningún fotoelectrón podrá ser extraído.
 - Duplicar la intensidad de la luz equivale a duplicar el número de fotones, y por lo tanto, a duplicar el número de electrones extraído, pero no a variar la energía cinética de dichos electrones.
 - La energía necesaria para arrancar a los electrones se suministra en paquetes (fotones), por lo que los electrones no necesitan «acumular» energía suficiente para escapar del metal, y por lo tanto no existe un tiempo de retraso.
8. Si la frecuencia de la radiación incidente es inferior a la frecuencia umbral, no se producirá emisión de electrones. Por otro lado, si la frecuencia supera el valor umbral, entonces sí que el número de fotoelectrones emitidos será proporcional a la intensidad de dicha radiación. Ello es debido a que una mayor intensidad en la radiación implica una mayor energía por unidad de superficie y unidad de tiempo, y por tanto, un mayor número de fotones capaces de arrancar electrones del metal.

9. Respuesta sugerida:

La confirmación experimental de la existencia de los fotones fue llevada a cabo por el físico norteamericano Arthur H. Compton en 1932, al analizar la colisión entre un haz de rayos X y una lámina de grafito. Compton observó que la radiación incidente se dividía tras la colisión en dos radiaciones de longitudes de onda diferentes, una igual a la longitud de onda de la radiación incidente y otra de longitud de onda mayor.

Para explicar este hecho, Compton consideró la radiación electromagnética como un conjunto de partículas relativistas de masa en reposo nula, energía $E = h f$, y con un momento lineal $p = E c^{-1} = h \lambda^{-1}$. Los fotones que chocan con un electrón de la lámina de grafito ceden parte de su energía al electrón en el choque y, por tanto, su energía y su frecuencia son menores y su longitud de onda, mayor que antes de la colisión. Sin embargo, los fotones que no colisionan con los electrones de la lámina mantienen intactas su energía, frecuencia y longitud de onda.

10. La energía de un fotón es proporcional a su frecuencia, según la fórmula de Planck, y puesto que la frecuencia de los fotones ultravioleta, del orden de 10^{15} Hz – 10^{16} Hz, es superior a la de los fotones de luz verde, aproximadamente 10^{14} Hz, también lo será su energía.
11. Los fotones de la luz ultravioleta son más energéticos que los de la luz del espectro visible. Así, la energía que suministran estos últimos no es suficiente para romper los enlaces moleculares del plástico de las bolsas, pero sí lo es la energía proporcionada por los fotones ultravioleta.

12. Datos: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹;
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s

a) Calculamos la frecuencia a partir de la relación entre la longitud de onda y la frecuencia de una onda:

$$f = \frac{c}{\lambda}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) Calculamos la energía de los fotones mediante la expresión de Planck:

$$E = h f; \quad E = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E = 3,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

13. Bohr formuló un modelo atómico basado en dos postulados fundamentales:

1. El electrón se mueve en órbitas circulares estacionarias sin absorber ni emitir radiación. Estas órbitas sólo pueden tener ciertas energías y radios y se caracterizan por la cuantización del momento angular.

2. El electrón sólo puede cambiar de órbita absorbiendo o emitiendo un fotón con una energía igual a la diferencia energética entre las órbitas entre las que se produce el salto. Ello justifica la discretización de los espectros.

a) Un electrón en un estado estacionario no se encuentra en reposo, sino que se mueve en una determinada órbita alrededor del núcleo del átomo. Lo que ocurre es que las magnitudes físicas que lo caracterizan (radio de la órbita, energía, velocidad, momento angular...) no dependen del tiempo.

b) Cuando el número cuántico n aumenta, también lo hace el radio de la órbita del electrón, y disminuye su energía. En el caso límite, el electrón quedaría desligado del átomo (ionización), lo que equivale a decir que su órbita es de radio infinito, y la energía de ligadura con el núcleo se anularía.

14. Datos: $m = 1$; $n = 4$; $n = 7$; $R_H = 1,097 \cdot 10^7$ m⁻¹;
 $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s

Las longitudes de onda de la serie de Lyman pueden obtenerse a partir de la fórmula de Rydberg para $m = 1$.

Esta serie corresponde a las transiciones electrónicas en el átomo de hidrógeno desde niveles o estados excitados con $n > 1$ hasta el nivel $n = m = 1$. La tercera línea de la serie corresponde al salto del nivel con $n = 4$ hasta el $m = 1$, y la sexta al salto desde el nivel $n = 7$. Calculamos la longitud de onda de estas dos líneas espectrales mediante la fórmula de Rydberg, y sustituimos este valor en la expresión para la energía de un fotón dada por Planck:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \lambda = \left[R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right]^{-1}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 1} = \left[1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \right]^{-1} = 9,72 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \quad E_{4 \rightarrow 1} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{9,72 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$$

$$E_{4 \rightarrow 1} = 2,04 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$\lambda_{7 \rightarrow 1} = \left[1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{7^2} \right) \right]^{-1} = 9,31 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \quad E_{7 \rightarrow 1} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{9,31 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$$

$$E_{7 \rightarrow 1} = 2,13 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

2. MECÁNICA CUÁNTICA (págs. 329, 330, 333, 334 y 335)

15. a) Utilizamos la fórmula de De Broglie, que relaciona la longitud de onda de una partícula con su momento lineal:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$

Por lo tanto, a medida que aumenta la velocidad, disminuye la longitud de onda asociada a la partícula.

- b) Calculamos la frecuencia a partir de la relación de Planck:

$$E = h f; \quad f = \frac{E}{h} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{h} = \frac{m v^2}{2h}$$

Es decir, aumentar la velocidad supone aumentar la frecuencia de la onda asociada al movimiento de la partícula.

16. Datos: $E_c = 68 \text{ eV} = 1,09 \cdot 10^{-17} \text{ J}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

- a) Calculamos la frecuencia de los electrones a partir de la relación de Planck:

$$f = \frac{E}{h}; \quad f = \frac{1,09 \cdot 10^{-17} \text{ J}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1,65 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$f = 1,65 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$$

- b) Para calcular la longitud de onda de los electrones, primero calculamos su momento lineal:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}; \quad p = \sqrt{2m E_c}$$

$$p = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,09 \cdot 10^{-17} \text{ J}}$$

$$p = 4,45 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Utilizamos ahora la relación de De Broglie entre el momento y la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4,45 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1,49 \text{ \AA}$$

17. a) Utilizamos la fórmula de De Broglie y la relación entre la energía cinética y el momento lineal de una partícula para determinar la longitud de onda:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}; \quad p = \sqrt{2m E_c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m E_c}}$$

De esta expresión se deduce que la partícula con menor masa será la que tenga asociada una longitud de onda mayor.

- b) La frecuencia asociada a la partícula es:

$$E = h f; \quad f = \frac{E}{h}$$

Por tanto, a igual energía corresponde la misma frecuencia.

18. Datos: $v = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Calculamos la frecuencia a partir de la relación $E = h f$ y la longitud de onda mediante la relación de De Broglie:

$$E = h f; \quad f = \frac{E}{h} = \frac{m v^2}{2h} \quad p = \frac{h}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$

- a) Hallamos frecuencia y longitud de onda en el caso del electrón:

$$f = \frac{m_e v^2}{2h}$$

$$f = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 687 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}; \quad \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\lambda = 7,27 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,727 \text{ mm}$$

- b) Hacemos lo mismo para el neutrón:

$$f = \frac{m_n v^2}{2h}$$

$$f = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1,26 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$f = 1,26 \text{ MHz}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_n v}; \quad \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\lambda = 3,96 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 3,96 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

19. Datos: $\Delta p = 0$

- a) Las indeterminaciones en el momento lineal y en la velocidad de una partícula se encuentran relacionadas según la expresión:

$$\Delta p = m \Delta v; \quad \Delta v = \frac{\Delta p}{m}$$

Por lo tanto, si $\Delta p = 0$, la velocidad también se encuentra bien definida.

b) El principio de indeterminación de Heisenberg fija el grado de determinación que podemos obtener en la medida de la posición y el momento lineal (o velocidad) de una partícula. Así, un grado de precisión alto en la velocidad implica un error muy alto en la medida de la posición, y a la inversa. En el caso que se nos presenta, la indeterminación en el momento lineal es nula, lo que implica una indeterminación total en la posición. El fijar la velocidad (o el momento lineal) de una partícula de forma exacta lleva a desconocer completamente su posición.

20. Datos: $v = 10^4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\Delta v = 0,0005 \%$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

La imprecisión en la indeterminación de v es del 0,0005 por 100, lo que quiere decir que su incertidumbre es:

$$\Delta v = \frac{0,0005}{100} v = \frac{0,0005}{100} \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Por lo tanto, la incertidumbre en su momento es:

$$\Delta p = m \Delta v; \Delta p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,05 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta p = 8,35 \cdot 10^{-29} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Calculamos la incertidumbre en la posición a partir del principio de indeterminación:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}; \quad \Delta x \geq \frac{h}{4\pi \Delta p}$$

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{4\pi \cdot 8,35 \cdot 10^{-29} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 6,31 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

21. Respuesta sugerida:

A principios de los años veinte surgieron dos teorías que pretendían explicar el comportamiento de la materia y la energía de los sistemas microscópicos, incorporando las nuevas ideas que se habían expuesto hasta el momento para resolver los problemas presentados por la física clásica.

Así, por un lado encontramos la **mecánica cuántica matricial**, desarrollada por W. Heisenberg, M. Born y P. Jordan, que describe las variables físicas asociadas a una partícula (posición, momento lineal...) mediante matrices.

Por otro lado, el físico austríaco E. Schrödinger desarrolló la denominada **mecánica cuántica ondulatoria**. Esta teoría describe el comportamiento de la materia mediante funciones de onda. Estas funciones de onda son soluciones de la denominada ecuación de Schrödinger, y dependen de la posición y el tiempo.

Poco tiempo más tarde, el inglés Paul A. M. Dirac demostró que ambas teorías eran dos representaciones de una misma teoría, la denominada mecánica cuántica o teoría cuántica no relativista.

Según la mecánica cuántica, no tiene sentido decir que los electrones describen órbitas circulares fijas alrededor del núcleo, sino que existe una serie de zonas del espacio donde es más probable hallarlos. De este modo se in-

troduce el concepto de orbital, que es una función de onda correspondiente a ese sistema, y cuyo cuadrado es una medida de la probabilidad de encontrar el electrón en cada punto del espacio.

22. Datos: $Z = 1$; $E_0 = -13,606 \text{ eV}$; $n = 2$

Los orbitales con $n = 2$ son:

$$(2, 1, -1), (2, 1, 0), (2, 1, 1), (2, 0, 0)$$

Calculamos ahora la energía en eV:

$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}; E_2 = -13,606 \text{ eV} \frac{1^2}{2^2} = -3,40 \text{ eV}$$

El módulo del momento angular es:

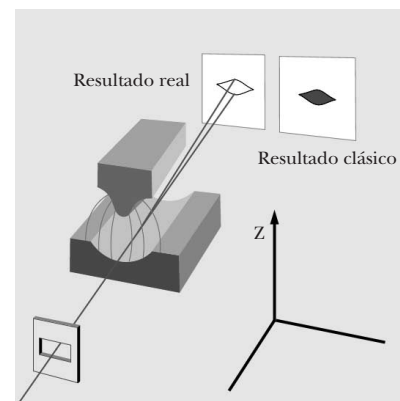
$$L^2 = l(l+1) \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2; \quad L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

Así que para los orbitales con $l = 1$, el módulo de L es

$$L = \sqrt{1(1+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{2} \frac{h}{2\pi}, \text{ mientras que para los orbitales con } l = 0, \text{ el módulo de } L \text{ es } L = 0.$$

23. Respuesta sugerida:

El experimento de Stern-Gerlach pretendía medir el momento magnético dipolar de los átomos. Para ello se hacía penetrar un haz de átomos neutros en un campo magnético no uniforme, con dirección la del eje Z , que variaba en intensidad en esa misma dirección. Originalmente el experimento se efectuó con átomos de plata pero es mucho más clarificador en el caso de átomos de hidrógeno, tal como se repitió posteriormente.



Los átomos de hidrógeno poseen un único electrón. Por ello, el momento magnético dipolar del átomo es debido al giro de este único electrón en su órbita alrededor del núcleo (órbita que equivale a una espira de corriente) y, por lo tanto, es proporcional al aumento angular orbital del electrón. Como los átomos utilizados en el experimento son neutros, la única fuerza neta que actúa sobre ellos es la fuerza F_z proporcional a la componente z del momento angular del electrón, que está caracterizada por el número cuántico m_l . Así, mientras que clásicamente cualquier desviación del haz de átomos es posible porque cualquier valor de la componente z del momento angular lo es, cuánticamente el haz se dividirá en un número de ha-

ces divergentes igual al número posible de valores de la componente z del momento angular, m_l , que está cuantizada. El número m_l puede tomar un número impar de valores, $m_l = -l, -l+1, \dots, 0, l-1, l$. Sin embargo, experimentalmente se observó que el haz de átomos se escindía en dos componentes: una componente se doblaba hacia el sentido positivo del eje Z y la otra en el sentido opuesto. Es más, los átomos se encontraban en su estado fundamental, en cuyo caso, $l = 0$ y $m_l = 0$, y se esperaba que el haz no fuera desviado por el campo magnético.

La explicación estaba en que el electrón posee un momento angular intrínseco llamado **espín**, de número cuántico $s = \frac{1}{2}$, cuya componente z está determinada por el número cuántico m_s y que, análogamente al momento angular orbital, puede tomar los valores $m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$. Este momento angular intrínseco no está relacionado con el movimiento orbital del electrón y puede pensarse que es debido a un movimiento de rotación del electrón.

24. Respuesta sugerida:

El espín es una propiedad intrínseca del electrón y de otras partículas fundamentales y determina cómo la partícula se alinearía en presencia de un campo magnético externo, de forma paralela o antiparalela a dicho campo. Así pues, es un momento angular intrínseco que está cuantizado. El espín está caracterizado por el número cuántico de espín, s , propio de cada partícula microscópica. En el caso del electrón, el número cuántico de espín toma el valor de $s = \frac{1}{2}$. Otras partículas pueden tener distintos valores de s , por ejemplo, el fotón tiene $s = 1$.

25. — El principio de exclusión de Pauli nos dice que en un átomo multielectrónico nunca podrá existir más de un electrón en el mismo estado cuántico; es decir, los electrones en el átomo no pueden tener iguales sus cuatro números cuánticos.

— Clásicamente, es posible distinguir entre dos bolas de billar idénticas. Por ejemplo, podemos fijarnos en ambas bolas en un instante de tiempo determinado y marcarlas mentalmente con los números 1 y 2. Como ambas siguen trayectorias bien definidas, observándolas con atención puedo saber en todo momento cuál de ellas es la bola 1 y cuál es la bola 2. Sin embargo, cuánticamente, el principio de incertidumbre impide determinar al mismo tiempo la posición y la velocidad de las bolas. Así, no es posible determinar sus trayectorias. Por lo tanto:

a) Sí puedo identificar (marcar mentalmente) las dos bolas de billar cuánticas en un momento determinado antes del choque, por ejemplo, determinando exactamente su posición. Sin embargo, para cualquier otro instante de tiempo posterior no puedo distinguir entre ambas, puesto que no es posible conocer sus trayectorias.

b) No se puede determinar la trayectoria de cada una de las bolas.

26. Las partículas con espín semientero se denominan fermiones, como por ejemplo, el neutrino, el protón, el positrón, el antiprotón y la partícula Σ^- . Por otro lado, las partículas con espín cero o entero se denominan bosones, como por ejemplo, el fotón, el pión, el gravitón y el muón.

FÍSICA Y SOCIEDAD (pág. 337)

a) Respuesta sugerida:

Actualmente, mediante diferentes técnicas y procesos de fabricación, es posible obtener una amplia gama de transistores adecuados para las más dispares aplicaciones. Así, por ejemplo, se dispone de transistores capaces de funcionar a altas frecuencias y otros que soportan corrientes y potencias elevadas.

Desde el punto de vista del principio físico de su funcionamiento, podemos distinguir principalmente entre muchos tipos de transistores, los transistores bipolares y los de efecto de campo.

Los **transistores bipolares** son dispositivos compuestos por la unión de tres cristales semiconductores dopados con portadores de carga positivos (tipo P) y negativos (tipo N) en orden PNP o NPN. Cada una de las zonas dispone de un terminal conductor que se conecta al circuito exterior. Éstos reciben los nombres de colector, base y emisor. Mediante la aplicación de las diferencias de potencial adecuadas entre terminales (polarización del transistor) se puede conseguir que la corriente de salida del colector sea directamente proporcional a la corriente de entrada en la base y que el transistor actúe como un amplificador de corriente.

Los **transistores de efecto de campo** son dispositivos semiconductores en los que se puede obtener amplificación de corriente y de tensión haciendo variar la conductancia mediante un campo eléctrico exterior transversal aplicado al material semiconductor.

Las principales aplicaciones de los transistores son:

- Como amplificadores de corriente o tensión, por ejemplo, en los amplificadores de los equipos de música de alta fidelidad.
- Como interruptores electrónicos en los circuitos integrados que forman parte de las modernas computadoras electrónicas.
- Como interruptores de potencia para controlar las intensidades y potencias en motores y otros aparatos eléctricos.

b) Respuesta sugerida:

Muchos metales presentan resistividad cero por debajo de cierta temperatura crítica T_c , es decir, son superconductores. Algunos ejemplos son el mercurio ($T_c = 4,2 \text{ K}$),

el iridio ($T_c = 0,1 \text{ K}$), el niobio ($T_c = 9,2 \text{ K}$), el aluminio ($T_c = 1,2 \text{ K}$) y el plomo ($T_c = 7,2 \text{ K}$). Sin embargo, para obtener materiales superconductores a T_c mayores, es necesario recurrir a ciertas familias de aleaciones cerámicas.

Las principales aplicaciones de la superconductividad tienen que ver con la utilización de imanes superconductores. Son grandes bobinas superconductoras que permiten crear campos magnéticos muy intensos sin las pérdidas de energía debidas a la resistencia al paso de la corriente de las bobinas conductoras normales. Estos electroimanes se emplean en la obtención de imágenes médicas por resonancia magnética, en la aceleración y guiado de las partículas en las grandes instalaciones aceleradoras, en la investigación física básica, en el confinamiento magnético del plasma, en los reactores experimentales de fusión nuclear, en trenes que levitan sobre los raíles gracias a los campos magnéticos, en generadores y motores eléctricos...

Otras aplicaciones futuras de la superconductividad se darán en el campo de la electrónica, en la fabricación de componentes microelectrónicos de computadoras que serían de menor tamaño que los actuales, más veloces y disiparían menos energía en forma de calor.

c) Algunas ideas que se podrían expresar y desarrollar en el coloquio son las siguientes:

- La omnipresencia de la electrónica en nuestras vidas. Se pueden enumerar casos concretos en casa, en el instituto, en la calle, en los coches, en la medicina... de los usos de la electrónica.
- ¿Es posible concebir la vida actual sin la electrónica? ¿Qué ventajas nos ha traído?
- La creciente miniaturización de los dispositivos electrónicos. Ventajas para la vida diaria: comodidad, fiabilidad, precio...
- El imparable avance de la electrónica hace que muchos aparatos y tecnologías queden obsoletos con rapidez (por ejemplo, ordenadores y algunas tecnologías de audio y vídeo que no han tenido éxito). Este ritmo de aparición de nuevos productos nos obliga a consumir aparatos electrónicos y a renovar los que ya tenemos con más frecuencia de lo realmente necesario.

Para la organización del coloquio se recomienda seguir estas pautas:

- **Determinar** los encargados de las distintas funciones:
 - **Moderador.** Presentará a los participantes e introducirá el tema que se va a tratar. Además, concederá los turnos de palabra para que el coloquio se desarrolle de forma ordenada.
 - **Participantes.** Darán sus opiniones sobre el tema elegido y escucharán las de los otros participantes. Generalmente, son un máximo de seis personas.

Todos los participantes deben investigar y documentarse sobre el tema con anterioridad.

- **Público.** Atenderá a las diversas opiniones. Podrá intervenir al final aportando sus propias opiniones o preguntando a los participantes alguna cuestión.

- **Iniciar** el coloquio. El moderador presentará a los participantes, introducirá el tema y planteará la primera pregunta a alguno de los participantes.
- **Desarrollar y concluir** el coloquio. Los distintos participantes desarrollarán sus argumentos conducidos por el moderador. Cada participante debe expresar sus opiniones y respetar las de los demás.

Al final del coloquio, el público podrá exponer sus opiniones y preguntar a los participantes. Por último, el moderador puede llevar a cabo un breve resumen de las intervenciones.

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS

(pág. 339)

27. Datos: $\lambda_1 = 434 \text{ nm} = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $V_{D1} = 0,862 \text{ V}$;
 $V_{D2} = 0,469 \text{ V}$; $\lambda_2 = 502 \text{ nm} = 5,02 \cdot 10^{-7} \text{ m}$;
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- a) Expresamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico en función de la longitud de onda, $E_{c_{\max}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$, y como además $E_{c_{\max}} = e V_D$, tenemos:

$$V_D = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e}; \quad V_D = a \frac{1}{\lambda} + b$$

Sustituimos las dos parejas de valores de λ y V_D para hallar los parámetros a y b:

$$\left. \begin{aligned} 0,862 \text{ V} &= a \frac{1}{4,34 \cdot 10^{-7} \text{ m}} + b \\ 0,469 \text{ V} &= a \frac{1}{5,02 \cdot 10^{-7} \text{ m}} + b \end{aligned} \right\}$$

$$a = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$b = -2,04 \text{ V}$$

Del valor del parámetro b obtenemos la función trabajo del potasio:

$$b = -\frac{W_0}{e}; \quad W_0 = -b e; \quad W_0 = 2,04 \text{ eV}$$

- b) Calculamos la frecuencia umbral mediante la relación $W_0 = h f_u$, y con ella obtenemos la longitud de onda:

$$f_u = \frac{W_0}{h}; \quad f_u = \frac{2,04 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 4,93 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}; \quad \lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4,93 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6,09 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 609 \text{ nm}$$

- c) Calculamos ahora la velocidad máxima de los electrones:

$$E_{c_{\max}} = e V_D = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 e V_D}{m_e}}$$

$$\text{Para } \lambda_1; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,862 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$v_{\max} = 5,51 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Para } \lambda_2; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,469 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$v_{\max} = 4,06 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

28. Datos: $m = 3$; $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- a) Escribimos la fórmula de Rydberg para la serie de Paschen ($m = 3$):

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_H \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Del estudio de esta expresión se ve que la longitud de onda más corta corresponde al valor más alto para n , es decir, a la transición desde el nivel más alto posible $n = \infty$. En este caso, la longitud de onda es:

$$\frac{1}{\lambda_{\infty}} = R_H \left(\frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{R_H}{9}$$

$$\lambda_{\infty} = \frac{9}{R_H}; \quad \lambda_{\infty} = \frac{9}{1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}} = 8,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Utilizamos la fórmula de Planck para hallar la energía del fotón:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \quad E = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{8,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$E = 2,42 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,51 \text{ eV}$$

- b) Las tres longitudes de onda mayores de la serie corresponden a las transiciones desde los tres niveles más cercanos al nivel $m = 3$, es decir, $n = 4, 5$ y 6 . Aplicamos la fórmula de Rydberg para hallar estas longitudes de onda:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \lambda_n = \left[R_H \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \right]^{-1}$$

$$\lambda_4 = \left[1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4^2} \right) \right]^{-1} = 1,88 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_5 = \left[1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{5^2} \right) \right]^{-1} = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_6 = \left[1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{6^2} \right) \right]^{-1} = 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS (págs. 340 y 341)

29. En el momento de extraer la barra del horno su temperatura es muy alta, y, por la ley de desplazamiento de Wien, la longitud de onda λ_{\max} para la que se produce mayor emisión de energía corresponde al color rojo. A medida que la barra se enfría, su temperatura desciende, lo que implica un aumento de λ_{\max} y una disminución de la energía emitida. Esto hace que varíe el color de la barra y disminuya su brillo, hasta que la temperatura es tal que la longitud de onda ya no corresponde a radiación del espectro visible.

30. Respuesta sugerida:

Una manera sería establecer una diferencia de potencial entre los extremos del metal y conectarlo a un circuito eléctrico, de modo que se generara una corriente eléctrica.

Otra forma sería iluminar el metal con una radiación de longitud de onda adecuada, de manera que obtuviéramos electrones por efecto fotoeléctrico.

Finalmente, una tercera forma sería mediante un proceso de electrólisis, donde el metal que actúa de cátodo cede electrones a la pila electrolítica.

31. La energía cinética máxima de los fotoelectrones se encuentra relacionada con la frecuencia de la radiación incidente según la expresión $E_{c_{\max}} = h f - W_0$. Por lo tanto, triplicar la frecuencia de la radiación no equivale a triplicar la energía cinética de los electrones, ya que debemos tener en cuenta la energía que gastamos en desprender a los electrones del metal, que no varía en función de la frecuencia, sino que es característica del material.
32. La hipótesis de Planck para explicar la radiación del cuerpo negro se basa en dos puntos fundamentales: por un lado, considera que los átomos se comportan como osciladores armónicos y, por otra parte, supone que estos osciladores únicamente pueden absorber o emitir radiación de forma discreta, en cantidades proporcionales a su frecuencia de oscilación, $E = n E_0 = n h f$. A estos paquetes de energía los denomina cuantos, de modo que la energía de los osciladores se encuentra cuantizada.

33. La teoría cuántica de Einstein supone que toda radiación se encuentra formada por pequeños paquetes de energía denominados fotones, cuya energía es proporcional a la frecuencia de la radiación. La existencia de los fotones, partículas con masa en reposo nula pero con momento lineal, quedó comprobada experimentalmente gracias a las experiencias del físico norteamericano A. H. Compton, al estudiar la colisión de rayos X sobre una lámina de grafito.

Por lo tanto, la teoría cuántica de Einstein confirma la naturaleza corpuscular de la luz.

34. La ecuación básica del efecto fotoeléctrico es la expresión $E_{c_{\max}} = h f - W_0$.

El primer término nos indica la energía cinética máxima que podrá alcanzar un fotoelectrón al ser arrancado del

metal. Esta energía es igual a la diferencia entre la energía del fotón incidente $h f$ y la función trabajo del metal W_0 , que es el trabajo necesario para extraer del metal el electrón más débilmente enlazado.

35. La longitud de onda de la luz verde es de unos 550 nm, mientras que la de la luz amarilla se encuentra alrededor de los 590 nm. La luz naranja tiene una longitud de onda superior a los 590 nm, lo que quiere decir que su frecuencia será menor que la de la luz amarilla y, por lo tanto, no producirá efecto fotoeléctrico. Sin embargo, la luz azul tiene una longitud de onda menor que la de la luz verde, es decir, una frecuencia mayor, y por lo tanto, sí será capaz de producir efecto fotoeléctrico.
36. Si se produce efecto fotoeléctrico al incidir radiación de frecuencia f , esto significa que la frecuencia umbral del metal f_u es menor que f . Por lo tanto, si ahora incide una radiación de frecuencia $2f$, también producirá efecto fotoeléctrico, pues su frecuencia será superior a la umbral.
37. El **espectro de emisión** lo componen las longitudes de onda de la luz que emite una sustancia química. Es un espectro discreto que presenta una serie de rayas brillantes de colores, cada una de distinta longitud de onda y frecuencia, sobre fondo oscuro.

El **espectro de absorción** lo forman las longitudes de onda de la luz con que se ilumina una sustancia química que no han sido absorbidas por dicha sustancia al atravesarla. Es un espectro que presenta una serie de rayas oscuras sobre el espectro continuo de la luz incidente utilizada.

Si colocamos ambos espectros para una misma sustancia uno junto al otro, se observa que son complementarios. Las líneas brillantes del espectro de emisión corresponden exactamente a las longitudes de onda que faltan en el de absorción. Ambos espectros son característicos de cada sustancia química y sirven como método de identificación de ésta.

38. a) En el modelo de Bohr los electrones giran alrededor del núcleo atómico describiendo órbitas circulares. Estas órbitas sólo pueden tener ciertos valores de la energía y ciertos radios, y en ellas los electrones se encuentran en estados estacionarios sin emitir ni absorber energía. Esta absorción o emisión únicamente se produce cuando el electrón salta de una órbita a otra, lo que equivale a modificar el nivel energético. Así pues, la órbita en la que se encuentra el electrón nos determina el valor de su energía.
- b) La cuantización de las energías de las diferentes órbitas posibles para el electrón indica que éste no podrá tener una energía arbitraria, sino que únicamente podrá tener unos valores determinados de energía, y que sólo podrá cambiar de una órbita a otra emitiendo o absorbiendo un fotón de una energía igual a la diferencia de energías entre ambas. Por ello los espectros atómicos son discretos.

39. La expresión dualidad onda-partícula se utiliza para describir el doble comportamiento que presentan la materia y la radiación. Así, en un experimento de doble rendija se puede observar cómo los electrones adquieren un comportamiento ondulatorio, mientras que el efecto Compton nos sirve de prueba del carácter corpuscular de la radiación electromagnética.

a) La hipótesis de De Broglie extiende la conocida naturaleza dual de la radiación al comportamiento de la materia. De Broglie relaciona la energía tanto de la materia como de la radiación con la frecuencia de la onda asociada a su movimiento según la expresión: $E = h f$. Asimismo, relaciona el momento lineal con la longitud de onda $\lambda = \frac{h}{p}$.

b) La comprobación experimental de este doble comportamiento fue realizada por los físicos norteamericanos Davisson y Germer al observar la difracción de los electrones. El resultado fue una figura de difracción igual a lo que se obtendría al difractar una onda con una longitud de onda como la predicha por De Broglie para los electrones del experimento.

40. En el experimento de la doble rendija se observa una figura de difracción después del impacto de muchos electrones sobre la pantalla. Pero un único electrón no produce el patrón de difracción, sino un único impacto. Por lo tanto, no es posible observar el comportamiento ondulatorio de la materia a partir del comportamiento de un único electrón.

41. El experimento llevado a cabo en 1932 por el físico norteamericano A. H. Compton fue la confirmación definitiva de la existencia de los fotones, así como una prueba del comportamiento corpuscular de la radiación. El experimento consistía en la observación de la colisión de un haz de rayos X de longitud de onda λ sobre una lámina de grafito. La radiación dispersada aparecía dividida en dos haces, uno de longitud de onda menor a la de la onda incidente, y otro con la misma longitud de onda.

Para explicar este resultado, Compton consideró la radiación electromagnética formada por un conjunto de partículas relativistas, los fotones, con masa en reposo nula, energía $E = h f$, y momento lineal $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$. Los fotones que chocaban con los electrones de los átomos de grafito cedían parte de su energía y, por lo tanto, emergían del material con una longitud de onda mayor.

42. El concepto de órbita del modelo atómico de Bohr es heredero del concepto clásico de órbita. Se trata de la trayectoria, en este caso circular, bien definida del electrón en su movimiento alrededor del núcleo. La novedad es que sólo algunas órbitas son posibles y que en ellas el electrón se encuentra en un estado estacionario, es decir, su energía se mantiene constante.

Sin embargo, en el concepto de orbital el electrón ya no tiene una localización precisa. Un orbital es una función

de onda, solución de la ecuación de Schrödinger, cuyo cuadrado es una medida de la probabilidad de hallar el electrón en cada punto del espacio y para cada instante de tiempo. No podemos hablar de la posición o de la trayectoria del electrón alrededor del núcleo sino que tan sólo podemos calcular en qué zonas del espacio es más probable hallar el electrón. Estas probabilidades pueden representarse mediante superficies imaginarias dentro de las cuales la probabilidad de encontrar el electrón con una determinada energía es elevada.

43. La diferencia fundamental se halla en el número de partículas (bosones o fermiones) que puede haber simultáneamente en un mismo estado cuántico. En el caso de los fermiones, que tienen espín semientero, este número viene determinado por el principio de exclusión de Pauli, que nos dice que no pueden existir dos fermiones en el mismo estado cuántico. Por otro lado, los bosones, con espín entero, se comportan de forma totalmente contraria, y su tendencia es a agruparse en un mismo estado, y así no existe un límite para el número de bosones que podemos encontrar en el mismo estado cuántico.

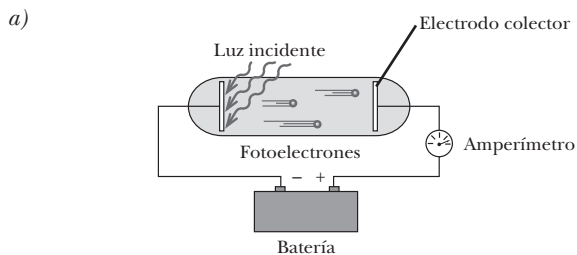
Ejemplos de fermiones son el electrón, el protón y el neutrón, todos ellos con espín $s = \frac{1}{2}$. Bosones son el fotón ($s = 1$), la partícula α ($s = 0$) y el muón ($s = 0$).

44. Respuesta sugerida:

El esquema básico de una célula fotoeléctrica es el que se muestra en la figura. La luz incide sobre el cátodo y arranca electrones. El número de electrones que llegan al ánodo se mide gracias a la corriente que circula por el amperímetro, y modificando el valor de la polaridad del ánodo podemos variar la cantidad de fotoelectrones emitidos que llegan hasta él.

Cuando el valor de V es positivo, los electrones son atraídos por el ánodo, y para valores suficientemente grandes, todos los electrones llegan al ánodo y la corriente alcanza un valor máximo.

Interrumpiendo o permitiendo el paso de la luz hacia el cátodo hacemos lo propio con la corriente que circula por el circuito, lo que convierte a las células fotoeléctricas en unos útiles sensores.



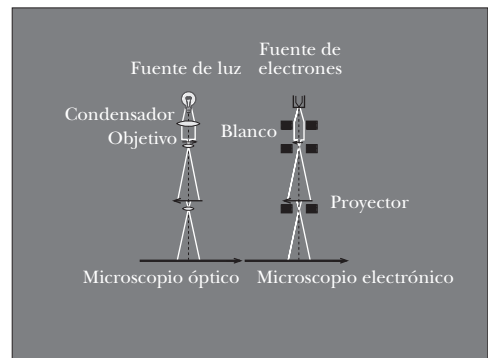
- b) Las aplicaciones de las células fotoeléctricas son variadas: control de la apertura y el cierre de puertas automáticas, en dispositivos de seguridad o recuento de unidades en cadenas de montaje.

45. Respuesta sugerida:

- a) El funcionamiento de un microscopio electrónico se basa en las propiedades ondulatorias de los electrones. Estos electrones provienen de un filamento previamente calentado (el cañón electrónico) y son acelerados por una diferencia de potencial muy elevada. Se orientan paralelamente formando un único haz mediante unas lentes magnéticas de enfoque (condensador). Estos electrones inciden contra un blanco (objeto) muy fino y a continuación son enfocados por una segunda lente magnética que equivale al objetivo de los microscopios convencionales. Finalmente, la tercera lente magnética hace de ocular y proyecta el haz de electrones sobre una pantalla fluorescente de modo que la imagen pueda ser observada.

El microscopio electrónico es muy similar al microscopio compuesto ordinario. En el primero, la función de las lentes es efectuada por electroimanes diseñados específicamente para ello.

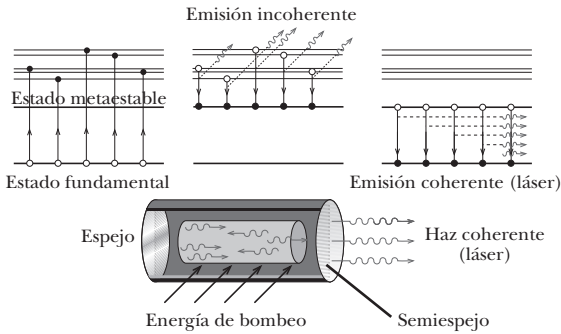
Pero la diferencia más importante entre ambos es que la resolución del microscopio electrónico es mucho mayor que la del microscopio óptico. Ello es debido a que los microscopios son capaces de resolver detalles hasta un tamaño comparable a la longitud de onda de la radiación empleada para iluminar el objeto; más allá de este tamaño la difracción nos impide distinguir los detalles. Si aceleramos los electrones lo suficiente, obtendremos energías elevadas y longitudes de onda asociadas a éstos muy cortas, del orden de 1 000 veces menores a las del espectro visible. Por lo tanto, dispondremos de una resolución hasta 1 000 veces mayor que utilizando luz visible.



- b) La microscopía electrónica ha permitido poder observar la forma, la función y el comportamiento de diferentes formas de vida o estructuras microscópicas que no podían ser estudiadas con el microscopio óptico o, por lo menos, no con el suficiente detalle. Es el caso, por ejemplo, de los virus, cuyo tamaño está comprendido típicamente entre los 20 y los 300 nm, o del estudio de la actividad de las células cancerosas.

Estos estudios han redundado en una mejor comprensión del cuerpo humano, de las enfermedades que lo atacan y de la forma de enfrentarse a ellas.

46. Respuesta sugerida:



- a) Las características fundamentales del láser, y que lo diferencian de las fuentes de radiación convencionales, son tres: monocromaticidad, coherencia y direccionalidad. La primera de ellas hace referencia al hecho de que la radiación emergente de un láser posee únicamente una longitud de onda, al contrario de la de una bombilla, que emite luz blanca, formada por una infinidad de longitudes de onda. La coherencia es debida a que todos los átomos del láser radian en fase entre sí, mientras que en una bombilla cada átomo radia luz independientemente. Por otro lado, la bombilla emite en todas las direcciones del espacio, mientras que el haz láser es enfocado en haces muy estrechos en una sola dirección mediante espejos.
- b) Actualmente, se utiliza el láser para leer automáticamente las etiquetas de los productos en los supermercados, para operar en los hospitales, en las impresoras, para leer discos compactos o para cortar piezas en la industria.

47. Datos: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $\lambda_2 = 7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$;
 $E = 5,6 \text{ eV} = 8,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

- a) Calculamos el intervalo de frecuencias y utilizamos la fórmula de Planck para hallar el de energías:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1}; \quad f_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2}; \quad f_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{7 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,29 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_1 = h f_1; \quad E_1 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_1 = 4,96 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,10 \text{ eV}$$

$$E_2 = h f_2; \quad E_2 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 4,29 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_2 = 2,83 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,77 \text{ eV}$$

Por lo tanto, el espectro visible corresponde a las frecuencias comprendidas entre $4,29 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ y $7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, y a las energías fotónicas entre $1,77 \text{ eV}$ y $3,10 \text{ eV}$.

- b) Calculamos la longitud de onda de un fotón de $5,6 \text{ eV}$:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = h \frac{c}{E}; \quad \lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{8,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\lambda = 2,22 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- c) El fotón pertenece a la región ultravioleta del espectro electromagnético.

48. Datos: $\lambda_1 = 300 \text{ nm} = 3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$;
 $\lambda_2 = 450 \text{ nm} = 4,50 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;
 $W_0 = 3,70 \text{ eV} = 5,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- a) Para que la radiación produzca efecto fotoeléctrico, su energía debe ser superior al valor de la función trabajo del metal, así que calculamos la energía asociada a cada radiación mediante la fórmula de Planck:

$$E_1 = h \frac{c}{\lambda_1}; \quad E_1 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$E_1 = 6,62 \cdot 10^{-19} \text{ J} > W_0$$

$$E_2 = h \frac{c}{\lambda_2}; \quad E_2 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4,50 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$E_2 = 4,41 \cdot 10^{-19} \text{ J} < W_0$$

Por lo tanto, sólo producirá efecto fotoeléctrico la radiación de longitud de onda de 300 nm .

- b) Calculamos ahora la velocidad máxima de los electrones:

$$E_{c_{\max}} = \frac{h c}{\lambda} - W_0; \quad \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{h c}{\lambda} - W_0$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{h c}{\lambda} - W_0 \right)}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 5,92 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right)}$$

$$v_{\max} = 3,9 \cdot 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Variar la intensidad de la radiación incidente no modifica la velocidad de los electrones emitidos, ya que ésta sólo depende de la longitud de onda de la radiación.

49. Datos: $m = 140 \text{ g} = 0,14 \text{ kg}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 $\lambda = 1,9 \cdot 10^{-24} \text{ \AA} = 1,9 \cdot 10^{-34} \text{ m}$

Utilizamos la relación de De Broglie para calcular el momento lineal de la pelota y así obtener el valor de su velocidad:

$$p = m v = \frac{h}{\lambda}; \quad v = \frac{h}{m \lambda}$$

$$v = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{0,14 \text{ kg} \cdot 1,9 \cdot 10^{-34} \text{ m}} = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Es imposible medir esta longitud de onda, $\lambda = 1,9 \cdot 10^{-34}$ m, ya que es incluso menor que las dimensiones de los radios de los núcleos atómicos, que son del orden de 10^{-15} m.

50. Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_m = 65$ kg; $v = 1,5$ m·s⁻¹;
 $\Delta v = 5 \cdot 10^{-3}$ m·s⁻¹; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s

a) Calculamos la energía de ambos debida a su movimiento, es decir, la energía cinética:

$$E_{c_e} = \frac{1}{2} m_e v^2; \quad E_{c_e} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} (1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2$$

$$E_{c_e} = 1,02 \cdot 10^{-30} \text{ J}$$

$$E_{c_m} = \frac{1}{2} m_m v^2$$

$$E_{c_m} = \frac{1}{2} \cdot 65 \text{ kg} (1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 73,1 \text{ J}$$

$$p_e = m_e v; \quad p_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$p_e = 1,37 \cdot 10^{-30} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$p_m = m_m v; \quad p_m = 65 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 97,5 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) Calculamos la indeterminación en el momento lineal a partir de la indeterminación en la velocidad:

$$\Delta p_e = m_e \Delta v; \quad \Delta p_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_e = 4,55 \cdot 10^{-33} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_m = m_m \Delta v; \quad \Delta p_m = 65 \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_m = 0,325 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) Utilizamos el principio de indeterminación de Heisenberg, $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$, para hallar la indeterminación mínima en la posición de ambos:

$$\Delta x_e \geq \frac{h}{4\pi \Delta p_e}$$

$$\Delta x_e \geq \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{4\pi \cdot 4,55 \cdot 10^{-33} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 0,0116 \text{ m} = 11,6 \text{ mm}$$

$$\Delta x_m \geq \frac{h}{4\pi \Delta p_m}$$

$$\Delta x_m \geq \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{4\pi \cdot 0,325 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1,62 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

51. a) **Orbital 3f.** Su número cuántico principal es $n = 3$, lo que quiere decir que l puede tomar los valores $l = 0, 1, 2$, mientras que la letra f corresponde a $l = 3$. Por lo tanto, el orbital $3f$ no existe.

b) **Orbital 5p.** En este caso, $n = 5$, y l puede tomar los valores $l = 0, 1, 2, 3, 4$. La letra p corresponde a $l = 1$, así que sí es posible este orbital.

c) **Orbital 2s(-1).** Los números cuánticos de este orbital son $n = 2, l = 0$ y $m_l = -1$. Sin embargo, para $l = 0$, sólo es posible el valor $m_l = 0$, ya que para un l fijo, los valores de m_l oscilan entre $-l$ y $+l$. Este orbital no es posible.

d) **Orbital 4f(+3).** Este orbital tiene $n = 4, l = 3$ y $m_l = 3$. Los tres valores son posibles, ya que para $n = 4, l$ podrá tomar los valores $l = 0, 1, 2, 3$. Además, para $l = 3, m_l$ podría tomar los valores $m_l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Por lo tanto, este orbital sí es posible.

52. Datos: $\lambda_1 = 1850 \text{ nm} = 1,85 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$;
 $\lambda_2 = 2536 \text{ nm} = 2,536 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; $V_{D1} = 4,732 \text{ V}$;
 $V_{D2} = 2,919 \text{ V}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

a) Expresamos la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico en función de la longitud de onda, $E_{c_{\max}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$, y como además $E_{c_{\max}} = e V_D$, tenemos:

$$V_D = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e}; \quad V_D = a \frac{1}{\lambda} + b$$

Sustituimos las dos parejas de valores de λ y V_D para hallar los parámetros a y b :

$$\left. \begin{aligned} 4,732 \text{ V} &= a \frac{1}{1,85 \cdot 10^{-6} \text{ m}} + b \\ 2,919 \text{ V} &= a \frac{1}{2,536 \cdot 10^{-6} \text{ m}} + b \end{aligned} \right\}$$

$$a = 1,24 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$b = -1,97 \text{ V}$$

Del valor del parámetro b obtenemos la función trabajo del mercurio: $b = -\frac{W_0}{e}$

$$W_0 = -b e = 1,97 \text{ eV}$$

b) Calculamos la frecuencia umbral mediante la relación $W_0 = h f_u$, y con ella obtenemos la longitud de onda umbral:

$$f_u = \frac{W_0}{h}; \quad f_u = \frac{1,97 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 4,76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_u = \frac{c}{f_u}$$

$$\lambda_u = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4,76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6,30 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 630 \text{ nm}$$

c) Calculamos ahora la velocidad máxima de los electrones:

$$E_{c_{\max}} = e V_D = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 e V_D}{m_e}}$$

$$\text{Para } \lambda_1; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4,732 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$v_{\max} = 1,29 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\text{Para } \lambda_2; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,919 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$v_{\max} = 1,01 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

53. Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $\lambda = 1 \text{ \AA} = 10^{-10}$ m;
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s

Utilizamos la relación de De Broglie para calcular el momento del electrón y así obtener su energía cinética:

$$p = \frac{h}{\lambda}; \quad p = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{10^{-10} \text{ m}} = 6,62 \cdot 10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}; \quad E_c = \frac{(6,62 \cdot 10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$E_c = 2,41 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 150 \text{ eV}$$

Su energía proviene del potencial que lo ha acelerado, $E = e V$. Por lo tanto, lo aceleró una diferencia de potencial de 150 V.

54. Datos: $r_{\text{Sol}} = 6,96 \cdot 10^8$ m; $T_{\text{superficial}} = 5800$ K; $S = 4\pi r^2$;
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- a) La energía total emitida por el Sol en un segundo es igual a la potencia total emitida, que calculamos mediante la ley de Stefan-Boltzmann:

$$P = \sigma T^4 S = \sigma T^4 4\pi r^2$$

$$P = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4} \cdot (5800 \text{ K})^4 \cdot$$

$$\cdot 4\pi \cdot (6,96 \cdot 10^8 \text{ m})^2 = 3,91 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$P = 3,91 \cdot 10^{26} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$$

- b) Calculamos la energía emitida en un año a partir de la energía emitida en un segundo y del número de segundos en un año:

$$E = P t; \quad E = 3,91 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}$$

$$E = 1,23 \cdot 10^{34} \text{ J}$$

Obtenemos la masa perdida mediante la ecuación relativista que nos relaciona masa y energía:

$$E = m c^2; \quad m_{\text{perdida}} = \frac{E}{c^2}$$

$$m_{\text{perdida}} = \frac{1,23 \cdot 10^{34} \text{ J}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 1,37 \cdot 10^{17} \text{ kg}$$

55. La longitud de onda de De Broglie para una partícula de masa relativista m viene dada por:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v} = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}$$

Por otro lado, la longitud de onda Compton es $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$.

Por lo tanto:

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_C} = \frac{\frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}}{\frac{h}{m_0 c}} = \frac{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{v} = \sqrt{\left(\frac{c}{v}\right)^2 - 1}$$

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO (pág. 341)

1. Datos: $\lambda_1 = 75 \text{ pm} = 7,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$; $\lambda_2 = 750 \text{ nm} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$;
 $\lambda_3 = 7,5 \text{ mm} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$

- a) Utilizamos la ley de desplazamiento de Wien para hallar la temperatura de la cavidad:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$$

$$T = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}}{\lambda_{\text{max}}}$$

$$T_1 = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}}{7,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 3,86 \cdot 10^7 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}}{7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3864 \text{ K}$$

$$T_3 = \frac{2,897755 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}}{7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,386 \text{ K}$$

- b) Para calcular la potencia emitida por unidad de área utilizaremos la ley de Stefan-Boltzmann:

$$P = \sigma T^4 S; \quad \frac{P}{S} = \sigma T^4$$

$$\frac{P_1}{S} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4} \cdot (3,86 \cdot 10^7 \text{ K})^4$$

$$\frac{P_1}{S} = 1,26 \cdot 10^{23} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\frac{P_2}{S} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4} \cdot (3864 \text{ K})^4$$

$$\frac{P_2}{S} = 1,264 \cdot 10^7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\frac{P_3}{S} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4} \cdot (0,386 \text{ K})^4$$

$$\frac{P_3}{S} = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

2. Si la radiación incidente es capaz de extraer electrones del metal, esto significa que su frecuencia f es superior a la frecuencia umbral f_u . La energía cinética de los electrones arrancados se relaciona con esta frecuencia mediante la expresión: $E_{c_{\text{max}}} = h f - W_0 = \frac{h c}{\lambda} - W_0$. Por lo tanto, a medida que aumenta la longitud de onda de la radiación incidente, disminuye la energía cinética de los electrones emitidos. Sin embargo, si la longitud de onda sigue aumentando, llegará a ser mayor que la correspondiente a la frecuencia umbral, momento en el que cesará la emisión de fotoelectrones, pues la energía de la radiación será inferior a la necesaria para arrancarlos del metal.

3. Datos: $\lambda = 560 \text{ nm} = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $I_m = 10^{-10} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$;
 $\varnothing_{\text{pup}} = 8 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- a) Utilizamos la fórmula de Planck expresada en función de la longitud de onda para hallar la energía del fotón de $\lambda = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \quad E = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$E = 3,55 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- b) Calculamos el número de fotones por segundo necesarios para que el ojo detecte la radiación. Para ello comparamos la energía de un fotón con la que atraviesa la superficie de la pupila en un segundo correspondiente a una radiación de intensidad (energía por unidad de superficie y tiempo) igual a la mínima que el ojo es capaz de detectar:

$$E = I_m S t = I_m \pi r^2 t$$

$$E = 10^{-10} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \pi \cdot (4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ s}$$

$$E = 5,03 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E = n E_{\text{fotón}}; \quad n = \frac{E}{E_{\text{fotón}}}$$

$$n = \frac{5,03 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{3,55 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 14169 \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

4. Datos: $E = 10^{20} \text{ eV} = 16 \text{ J}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Calculamos la longitud de onda del fotón gamma a partir de la fórmula de Planck expresada en función de la longitud de onda:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \quad \lambda = h \frac{c}{E}$$

$$\lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{16 \text{ J}} = 1,24 \cdot 10^{-26} \text{ m}$$

5. Datos: $W_0 = 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
 $E_{c_{\text{max}}} = 1,5 \text{ eV} = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Podemos calcular la frecuencia de los fotones incidentes a partir de la expresión de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{c_{\text{max}}} = h f - W_0; \quad f = \frac{E_{c_{\text{max}}} + W_0}{h}$$

$$f = \frac{2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

6. Datos: $n_i = 4$; $n_f = 2$; $R_H = 1,096776 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- a) Utilizamos la expresión de Bohr para calcular la energía estacionaria de un electrón del átomo de hidrógeno en un nivel n :

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

$$E_4 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{16} = -0,85 \text{ eV}$$

$$E_2 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{4} = -3,40 \text{ eV}$$

- b) Calculamos la frecuencia del fotón emitido mediante la fórmula de Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad \lambda = \left[R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \right]^{-1}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = \left[1,096776 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \right]^{-1}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = 4,86 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{4,86 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

7. En 1927, los físicos norteamericanos C. Davisson y L. A. Germer comprobaron experimentalmente la hipótesis de De Broglie sobre la dualidad onda-partícula de la materia. Esta comprobación se llevó a cabo al observar de forma casual la difracción de un haz de electrones al incidir sobre una placa donde se habían practicado dos pequeñas incisiones. El patrón de difracción coincidía con el que se obtendría al difractar fotones de la misma longitud de onda que la predicha por De Broglie para los electrones.

8. Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_b = 30 \text{ g} = 0,03 \text{ kg}$;
 $\Delta v = 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

- a) Calculamos la indeterminación en el momento lineal a partir de la indeterminación en la velocidad:

$$\Delta p_e = m_e \Delta v; \quad \Delta p_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_e = 9,1 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_b = m_b \Delta v; \quad \Delta p_b = 0,03 \text{ kg} \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta p_b = 3 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Calculamos la indeterminación en la posición a partir del principio de incertidumbre de Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta x_e \geq \frac{h}{4\pi \Delta p_e}; \quad \Delta x_e \geq \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\Delta x_e \geq 0,06 \text{ m}$$

$$\Delta x_b \geq \frac{h}{4\pi \Delta p_b}; \quad \Delta x_b \geq \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\Delta x_b \geq 1,76 \cdot 10^{-30} \text{ m}$$

9. **n = 1.** El único orbital posible es el (1, 0, 0). Así que hay 1 = 1² orbitales.

n = 2. Los orbitales posibles son (2, 1, -1), (2, 1, 0), (2, 1, 1), (2, 0, 0), es decir, 4 = 2² orbitales.

n = 3. Le corresponden los siguientes orbitales:

(3, 2, -2), (3, 2, -1), (3, 2, 0), (3, 2, 1), (3, 2, 2), (3, 1, -1), (3, 1, 0), (3, 1, 1), (3, 0, 0). En total son 9 = 3² orbitales.

n = 4. En este caso tenemos los orbitales: (4, 3, -3), (4, 3, -2), (4, 3, -1), (4, 3, 0), (4, 3, 1), (4, 3, 2), (4, 3, 3), (4, 2, -2), (4, 2, -1), (4, 2, 0), (4, 2, 1), (4, 2, 2), (4, 1, -1), (4, 1, 0), (4, 1, 1), (4, 0, 0). En total 16 = 4² orbitales.

n = 5. En este caso tenemos los siguientes orbitales: (5, 4, -4), (5, 4, -3), (5, 4, -2), (5, 4, -1), (5, 4, 0), (5, 4, 1), (5, 4, 2), (5, 4, 3), (5, 4, 4), (5, 3, -3), (5, 3, -2), (5, 3, -1), (5, 3, 0), (5, 3, 1), (5, 3, 2), (5, 3, 3), (5, 2, -2), (5, 2, -1), (5, 2, 0), (5, 2, 1), (5, 2, 2), (5, 1, -1), (5, 1, 0), (5, 1, 1), (5, 0, 0). En total 25 = 5² orbitales.