UNIDAD 7: La luz y sus propiedades

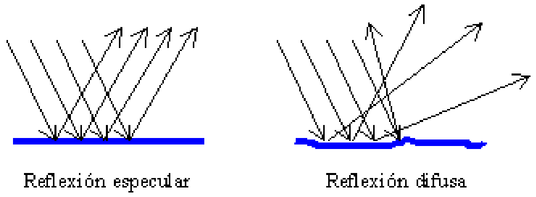
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 175

1. ¿Qué diferencias hay entre las ondas luminosas y las ondas sonoras?

Las ondas luminosas son ondas electromagnéticas transversales, que se propagan con diferente velocidad por los medios materiales transparentes y que, además, pueden propagarse por el vacío, donde lo hacen a la velocidad constante de 300 000 km/s.
Las ondas sonoras son ondas de naturaleza mecánica, son longitudinales, no se propagan por el vacío y su velocidad depende del medio y de otras variables, como, por ejemplo, la temperatura.

2. ¿En qué consiste el fenómeno del arco iris?
El arco iris se debe a la dispersión de la luz en las gotas de lluvia cuando el Sol está a nuestra espalda. Las gotas de lluvia separan la luz blanca incidente en las luces elementales de diferentes colores (rojo, naranja, amarillo, verde, azul, añil y violeta) caracterizados por su respectiva longitud de onda.

3. La nieve refleja casi toda la luz que incide en su superficie. ¿Por qué no nos vemos reflejados en ella?
La nieve no forma una superficie plana y pulida de modo que la reflexión que produce su superficie no es especular sino difusa.
Esto quiere decir que un haz de rayos incidentes paralelos se reflejan en todas las direcciones y el ojo no puede percibir una imagen reflejada.



ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 208

1. Deduce que para un rato de luz que atraviesa dos medios materiales se cumple la relación $\lambda_1 \cdot n_1 = \lambda_2 \cdot n_2$.
La relación entre la velocidad de propagación de la luz en un medio con su frecuencia es: $v = \lambda \cdot \nu$

Si la luz se propaga de un medio 1 a otro medio 2, y como la frecuencia es una característica del foco y no del medio, se cumple que:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = \lambda_1 \cdot \nu \\ v_2 = \lambda_2 \cdot \nu \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

Aplicando la definición de índice de refracción: $n = \frac{c}{v}$ y sustituyendo:

$$\frac{\frac{c}{n_1}}{\lambda_1} = \frac{\frac{c}{n_2}}{\lambda_2}; \frac{1}{n_1 \cdot \lambda_1} = \frac{1}{n_2 \cdot \lambda_2} \Rightarrow n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2$$

2. La longitud de onda de luz láser roja helio-neón en el aire es de 632,8 nm. Calcula la longitud de onda y la velocidad con la que se propaga por un vidrio de índice de refracción 1,5.

La frecuencia de una radiación no depende del medio de propagación por ser una característica de la fuente emisora. La velocidad de propagación y la longitud de onda dependen del medio transmisor. Como la velocidad de propagación de la luz en el vacío es prácticamente iguala a la del aire, resulta:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{vacío}} = \frac{3\cdot 10^8 \,m/s}{632{,}8\cdot 10^{-9}\,m} = 4{,}73\cdot 10^{14}\,Hz$$

Aplicando la definición de índice de refracción de un medio respecto del vacío, se tiene:

$$n_{vidrio} = \frac{c}{v_{vidrio}} \Rightarrow v_{vidrio} = \frac{c}{n_{vidrio}} = \frac{3\cdot 10^8\,m/s}{1{,}5} = 2\cdot 10^8\,m/s$$

$$n_{vidrio} = \frac{c}{v_{vidrio}} = \frac{\lambda_{vacío}\cdot \nu}{\lambda_{vidrio}\cdot \nu} = \frac{\lambda_{vacío}}{\lambda_{vidrio}} \Rightarrow \lambda_{vidrio} = \frac{\lambda_{vacío}}{n_{vidrio}} = \frac{632{,}8\,nm}{1{,}5} = 421{,}9\,nm$$

3. Una luz monocromática tiene una longitud de onda de 633 nm en el aire y de 474 nm en el humor acuoso del interior del ojo humano. Calcula el índice de refracción del humor acuoso del ojo humano. Determina la frecuencia de la radiación y la velocidad de propagación de esa luz por el ojo.

La relación entre la velocidad de propagación de la luz en un medio con su frecuencia es: $v = \lambda \cdot \nu$

$c = \lambda_{aire} \cdot \nu$; $v_{ojo} = \lambda_{humor\ acuoso} \cdot \nu$

Como la frecuencia es una característica del foco y no del medio, resulta que:

$c = \lambda_{aire} \cdot \nu$; $3 \cdot 10^8$ m/s = $633 \cdot 10^{-9}$ m $\cdot\ \nu \Rightarrow \nu = 4{,}74 \cdot 10^{14}$ Hz

$$\frac{c}{\lambda_{aire}} = \frac{v_{ojo}}{\lambda_{humor\,acuoso}};\ \frac{3\cdot 10^8\,m/s}{633\,nm} = \frac{v_{ojo}}{474\,nm} \Rightarrow v_{ojo} = 2{,}246 \cdot 10^8\ m/s$$

Y el índice de refracción es: $n_{humor\ acuoso} = \frac{c}{v} = \frac{3\cdot 10^8\,m/s}{2{,}246\cdot 10^8\,m/s} = 1{,}34$

4. Determina la velocidad de la luz en el etanol teniendo en cuenta que su índice de refracción absoluto es n = 1,36. Un haz de luz roja cuya longitud de onda en el aire es de 695 nm penetra en dicho alcohol. Si el ángulo de incidencia es de 30°, ¿cuál es el ángulo de refracción? ¿Cuál es la longitud de onda y la frecuencia del haz de luz en el alcohol?

Aplicando la definición de índice de refracción: $n = \frac{c}{v}; 1{,}36 = \frac{3\cdot 10^8\,m/s}{v} \Rightarrow v = 2{,}21\cdot 10^8\,m/s$

Aplicando la ley de Snell: $n_{aire} \cdot$ sen i = $n_{alcohol} \cdot$ sen r; 1 · sen 30º = 1,36 · sen r $\Rightarrow$ r = 21,57º

La frecuencia de la luz es la misma en el aire que en el alcohol: $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8\,m/s}{695\cdot 10^{-9}\,m} = 4{,}32\cdot 10^{14}\,Hz$

Y la longitud de onda es: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2{,}21\cdot 10^8\,m/s}{4{,}32\cdot 10^{14}\,Hz} = 5{,}12\cdot 10^{-7}\,m = 512\,nm$

5. Un rayo de luz que se propaga por el aire incide con un ángulo de 40º con la recta normal a la superficie de separación con un medio en el ángulo de refracción es de 26º con la citada recta normal. Calcula el índice de refracción del medio.

Aplicando la ley de Snell:

$n_{aire} \cdot$ sen i = $n_{medio} \cdot$ sen r; 1 · sen 40º = $n_{medio} \cdot$ sen 26º $\Rightarrow n_{medio}$ = 1,47

6. La ecuación $E_{x,t} = 10^{-3}$ A cos (5 A 10^{10} A t - 200 A x), en unidades del SI, representa la propagación del campo eléctrico de una onda electromagnética plana por un medio determinado. Este campo eléctrico está confinado en el plano XY. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de esa onda electromagnética. Determina el índice de refracción del medio. Escribe la expresión del campo magnético de la onda e indica en que plano está confinado.

La expresión general de un campo eléctrico es: $E_{x,t} = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$

Comparando ambas expresiones, resulta que:

$\omega = 5$ A 10^{10} rad/s = 2 A π A ν Ψ $\nu = 8$ A 10^9 Hz; $k = 200\ m^{-1} = \dfrac{2 \cdot \pi}{\lambda}$ Ψ $\lambda = 3{,}1$ A 10^{-2} m

La velocidad de propagación es: $c = \lambda$ A ν = $\dfrac{\omega}{k} = \dfrac{5 \cdot 10^{10}\ rad/s}{200\ m^{-1}} = 2{,}5 \cdot 10^8\ m/s$

Y el índice de refracción del medio es: $n = \dfrac{c}{v} = \dfrac{3 \cdot 10^8\ m/s}{2{,}5 \cdot 10^8\ m/s} = 1{,}2$

Las ondas que describen los campos eléctrico y magnético están en fase y sus módulos están relacionados por:

$E_0 = v \cdot B_0$; 10^{-3} N/C = $2{,}5 \cdot 10^8$ m/s $\cdot B_0 \Rightarrow B_0 = 4 \cdot 10^{-12}$ T

La ecuación del campo magnético es: $B_{x,\,t} = 4 \cdot 10^{-12}$ A cos (5 A 10^{10} A t - 200 A x)

Está confinado en el plano ZX los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación.

7. Una onda electromagnética que tiene una longitud de onda de 10 nm está polarizada linealmente y se propaga en el vacío en el sentido positivo del eje OX. Si la amplitud del campo eléctrico es E_0 = 24 N/C y vibra en el plano XY, escribe las ecuaciones vectoriales del campo eléctrico y del campo magnético.

Las constantes que permiten describir las ecuaciones de los campos son:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{10 \cdot 10^{-9}\ m} = 2 \cdot 10^8 \cdot \pi\, m^{-1}$$

$c = \dfrac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = c \cdot k = 3 \cdot 10^8\ m/s \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot \pi\ m^{-1} = 6 \cdot 10^{16} \cdot \pi$ rad/s

La amplitud del campo magnético es: $E_0 = c \cdot B_0$; 24 N/C = $3 \cdot 10^8$ m/s $\cdot B_0 \Rightarrow B_0 = 8 \cdot 10^{-8}$ T

El campo eléctrico vibra en el plano XY y perpendicular al eje X, y su expresión vectorial es:

$\vec{E}_{x,t} = 24\ N/C \cdot \cos(6 \cdot 10^{16} \cdot \pi \cdot t - 2 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot x)\ \vec{j}$ en unidades SI

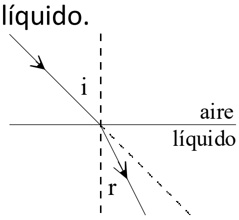
El campo magnético es perpendicular al campo eléctrico y a la dirección de propagación, luego vibra en el plano ZX y su expresión vectorial es:

$\vec{B}_{x,t} = 8 \cdot 10^{-8}\ T \cdot \cos(6 \cdot 10^{16} \cdot \pi \cdot t - 2 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot x)\ \vec{k}$ en unidades SI

8. Un rayo luminoso incide sobre una superficie plana de separación aire-líquido. Cuando el ángulo de incidencia es de 45° el de refracción vale 30° ¿Qué ángulo de refracción se produciría si el haz incidiera con un ángulo de 60º.

a) Aplicando la ley de Snell a la primera refracción se calcula el índice de refracción del líquido.

$n_{aire} \cdot$ sen i = $n_{líquido} \cdot$ sen r; 1 · sen 45º = $n_{líquido} \cdot$ sen 30º $\Rightarrow n_{líquido} = 1{,}4$



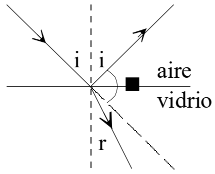
Aplicando nuevamente la ley de Snell a la segunda refracción se calcula el nuevo ángulo de refracción:

$n_{aire} \cdot$ sen i = $n_{líquido} \cdot$ sen r; 1 · sen 60º = 1,4 · sen r $\Rightarrow$ r = 38,2º

9. Un rayo de luz se propaga por el aire e incide con un ángulo de 30º con la dirección normal a la superficie de un vidrio. Si el índice de refracción en el vidrio es 1,5. Calcula el ángulo que forman el rayo reflejado y el rayo refractado.

El ángulo de reflexión es de 30º y el de refracción se calcula aplicando la ley de Snell.

$n_{aire} \cdot \text{sen } i = n_{vidrio} \cdot \text{sen } r$; $1 \cdot \text{sen } 30 = 1{,}5 \cdot \text{sen } r \Rightarrow r = 19{,}47º$



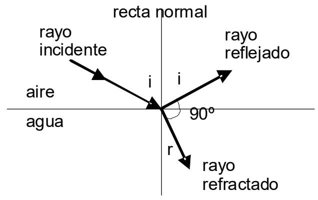
Si ϕ es el ángulo pedido, de la figura adjunta se deduce que:

$i + \phi + r = 180º \Rightarrow \phi = 180º - 30º - 19{,}47º = 130{,}53º$

10. Un rayo de luz incide sobre una superficie plana de un vidrio con un índice de refracción n=1,5. Si el ángulo formado por el rayo reflejado y el refractado es de 90°, calcule los ángulos de incidencia y de refracción.

Como el ángulo de reflexión, i, es igual al ángulo de incidencia, de la figura adjunta se deduce que:

$180º = i + 90º + r$; $90º = i + r \Rightarrow r = 90º - i$

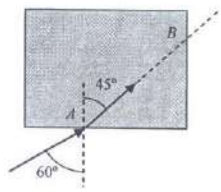


Aplicando la ley de Snell, resulta: $n_{aire} \cdot \text{sen } i = n_{vidrio} \cdot \text{sen } r$

Sustituyendo: $1 \cdot \text{sen } i = 1{,}5 \cdot \text{sen } (90º - i) \Rightarrow \text{sen } i = 1{,}5 \cdot \cos i$

Operando: $\text{tag } i = 1{,}5 \Rightarrow i = \text{arc tg } 1{,}5 = 56{,}31º$; $r = 90º - i = 33{,}69º$

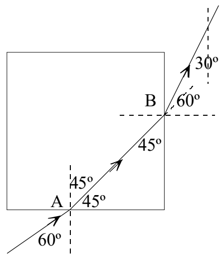
11. Sobre un prisma cúbico de índice de refracción n situado en el aire incide un rayo luminoso con un ángulo de 60°. El ángulo que forma el rayo emergente con la normal es de 45°. Determina el índice de refracción n del prisma. ¿Qué ángulo forman entre sí la dirección del rayo incidente en A con la dirección del rayo emergente en B de la figura?



a) Aplicando la ley de Snell a la refracción que se produce en el punto A, se tiene que:

$n_{aire} \cdot \text{sen } i = n_{prisma} \cdot \text{sen } r$; $1 \cdot \text{sen } 60º = n_{prisma} \cdot \text{sen } 45º \Rightarrow$

$n_{prisma} = 1{,}225$



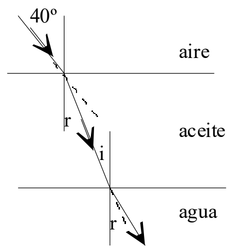
b) El ángulo de incidencia en el punto B es de 45º, aplicando la ley de la refracción a este punto:

$n_{prisma} \cdot \text{sen } i = n_{aire} \cdot \text{sen } r$; $1{,}225 \cdot \text{sen } 45º = 1 \cdot \text{sen } r \Rightarrow r = 60º$

El rayo incidente forma un ángulo de 60º con la vertical y el emergente lo forma de 30º. Por tanto, las direcciones de estos rayos forman entre sí un ángulo de 30º.

12. Una capa de aceite, de índice de refracción n_{aceite} = 1,45 flota sobre una capa de agua de índice de refracción n_{agua} = 1,33. Un rayo de luz penetra desde al aire en el aceite con un ángulo de 40º respecto de la recta normal. Calcula el ángulo de refracción dentro del agua y presenta en un esquema la trayectoria de los rayos.

Aplicando la ley de Snell a las dos refracciones que se producen, resulta que:



$n_{aire} \cdot \text{sen } i_{aire} = n_{aceite} \cdot \text{sen } r_{aceite}$; $1 \cdot \text{sen } 40º = 1{,}45 \cdot \text{sen } r_{aceite} \Rightarrow r_{aceite} = 26{,}3º$

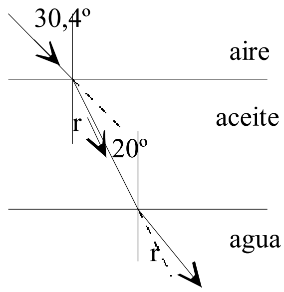
El ángulo de incidencia en la superficie del agua es el mismo que el ángulo de refracción en el aceite. Por tanto:

$n_{aceite} \cdot \text{sen } i_{aceite} = n_{agua} \cdot \text{sen } r_{agua}$; $1{,}45 \cdot \text{sen } 26{,}3º = 1{,}33 \cdot \text{sen } r_{agua}$

Despejando: $r_{agua} = 28{,}9º$

13. Una capa de aceite flota sobre una capa de agua de índice de refracción n_{agua} = 1,33. Un rayo de luz incide desde el aire formando un ángulo de 30,4º respecto de la recta normal en el punto de incidencia. El rayo se refracta en el aceite e incide en la superficie del agua formando un ángulo de 20º respecto de la recta normal. Calcula el índice de refracción del aceite y el ángulo de refracción en el agua.

El ángulo de refracción en la superficie del aceite es el mismo que el incidencia en la superficie del agua.



$n_{aire} \cdot \text{sen } i_{aire} = n_{aceite} \cdot \text{sen } r_{aceite}$; $1 \cdot \text{sen } 30{,}4º = n_{aceite} \cdot \text{sen } 20º$

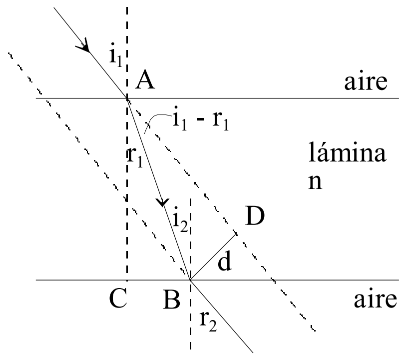
Despejando: $n_{aceite} = 1{,}48$

Aplicando la ley de Snell a la segunda refracción:
$n_{aceite} \cdot \text{sen } i_{aceite} = n_{agua} \cdot \text{sen } r_{agua}$; $1{,}48 \cdot \text{sen } 20º = 1{,}33 \cdot \text{sen } r_{agua}$

Despejando: $r_{agua} = 22{,}4º$

14. Un rayo de luz atraviesa una lámina, de 5 cm de espesor, de un material transparente de índice refracción n = 1,4. Deduce que el rayo que el rayo que emerge de la lámina es paralelo al rayo incidente. Calcula el desplazamiento que ha experimentado el rayo emergente respecto del rayo incidente cuando el ángulo de incidencia es de 30º.

El rayo incide desde el aire en una cara con un ángulo i_1 y se refracta, acercándose a la normal, con un ángulo r_1, pasando al interior; atraviesa la lámina e incide en la parte interior de la otra cara con un ángulo i_2 refractándose, alejándose de la normal, saliendo al aire con un ángulo emergente r_2.



a) Aplicando la ley de Snell a las dos refracciones que se producen en las caras de la lámina, se tiene:
$n_{aire} \cdot \text{sen } i_1 = n_{lámina} \cdot \text{sen } r_1$; $n_{lámina} \cdot \text{sen } i_2 = n_{aire} \cdot \text{sen } r_2$

De la figura se deduce que: $r_1 = i_2$, y por tanto:
$n_{aire} \cdot \text{sen } i_1 = n_{aire} \cdot \text{sen } r_2 \Rightarrow i_1 = r_2$

Luego el rayo emergente sale de la lámina paralelo al incidente pero desplazado lateralmente una distancia igual a d.

b) Aplicando la ley de Snell a la primera cara se obtiene el valor del ángulo de refracción r_1.
$n_{aire} \cdot \text{sen } i_1 = n_{lámina} \cdot \text{sen } r_1$; $1 \cdot \text{sen } 30º = 1{,}4 \cdot \text{sen } r_1 \Rightarrow r_1 = 20{,}92º$

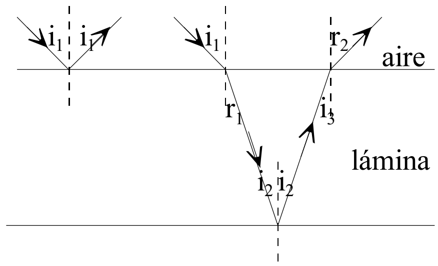
Del triángulo rectángulo ACB de la figura se obtiene la distancia AB recorrida por el rayo dentro de la lámina:

$$AB = \frac{AC}{\cos r_1} = \frac{5\,\text{cm}}{\cos 20{,}92º} = 5{,}35 \text{ cm}$$

Del triángulo rectángulo ADB de la figura se obtiene el desplazamiento lateral BD.
$d = BD = AB \cdot \text{sen } (i_1 - r_1) = 5{,}35 \text{ cm} \cdot \text{sen } (30º - 20{,}92º) = 0{,}84 \text{ cm}$

15. Demostrar que dos rayos paralelos que inciden sobre una lámina plana, reflejándose uno de ellos en la primera cara de la lámina y el otro en la segunda, después de haberse refractado en su paso por la primera, salen otra vez al medio de incidencia siendo paralelos.

El rayo que se refleja en la primera lámina se refleja con un ángulo igual al de incidencia: i_1.



Para el segundo rayo que refracta en la primera cara se cumple la ley de Snell:
$n_{aire} \cdot \text{sen } i_1 = n_{lámina} \cdot \text{sen } r_1$

Al llegar a la segunda cara se refleja con un ángulo de incidencia i_2 y el ángulo de reflexión también es i_2.

De la figura se deduce que $r_1 = i_2$ y que $i_2 = r_3$
Por tanto el ángulo de incidencia, al pasar al aire del rayo que se refleja en la segunda cara es:
$i_3 = i_2 = r_1$

Aplicando la ley de Snell a esta refracción: $n_{lámina} \cdot \text{sen } i_3 = n_{aire} \cdot \text{sen } r_2$;

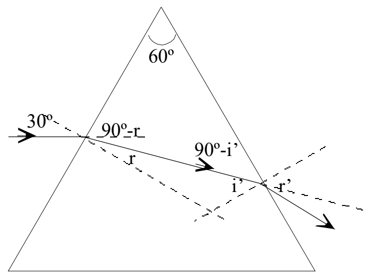
Operando: $n_{lámina} \cdot \text{sen } r_1 = n_{aire} \cdot \text{sen } r_2$

Comparando esta ecuación con la de la primera refracción se deduce que:
$n_{aire} \cdot \text{sen } i_1 = n_{aire} \cdot \text{sen } r_2 \Rightarrow i_1 = r_2$

Y por tanto los dos rayos son paralelos.

16. Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio de índice de refracción $\sqrt{2}$ y cuya base es un triángulo equilátero. Calcula el ángulo con el que emerge el rayo del prisma si el ángulo de incidencia es de 30º. Dibuja un esquema gráfico con la trayectoria de los rayos.

Como la base del prisma es un triángulo equilátero, el ángulo entre cualquiera de sus caras es de 60º.
El ángulo de refracción dentro del prisma se calcula aplicando la ley de Snell al rayo incidente a la cara del prisma.



n_{aire} A sen 30º = n_{prisma} A sen r; 1 A $\frac{1}{2} = \sqrt{2}$ A sen r $\Rightarrow$ r = 20,71
Es el ángulo de refracción en la primera cara del prisma.

Del triángulo formado por la trayectoria del rayo dentro del prisma y uno de sus vértices se deduce el valor del ángulo de incidencia en la segunda cara.
180º = 90º – r + 60º + 90º - i'; r + i' = 60º $\Rightarrow$ i' = 60º - 20,7º = 39,3º

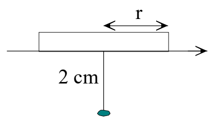
Volviendo a aplicar la ley de Snell a esta segunda reflexión resulta que el ángulo de emergencia es:
$n_{vidrio} \cdot \text{sen } i' = n_{aire} \cdot \text{sen } r'$; $\sqrt{2} \cdot \text{sen } 39{,}3º = 1 \cdot \text{sen } r' \Rightarrow r' = 63{,}6º$

17. El ángulo límite de la luz amarilla de 589 nm en el diamante es de 24,4º. Calcula el índice de refracción del diamante y la velocidad de propagación de esa radiación en su interior.

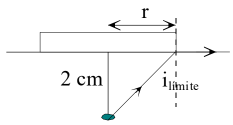
Aplicando la ley de Snell cuando la luz pasa del diamante al aire, resulta que:
$n_{diamante}$ A sen 24º = 1 A sen 90º Ψ $n_{diamante}$ = 2,42

Aplicando la definición de índice de refracción: $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2{,}42} = 1{,}24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

18. Perpendicularmente a un disco de corcho y en su centro se clava un alfiler que sobresale 2 cm. El dispositivo se coloca flotando en el agua de un recipiente con el alfiler hacia abajo. Si el agua tiene un índice de refracción n = 1,33, calcula el radio mínimo del disco par que no se pueda ver la cabeza del alfiler desde fuera del agua.



La cabeza del alfiler no se ve desde el exterior si el corcho tapa a todos los rayos que se refractan en la superficie del agua. Es decir el disco debe ocultar aquellos rayos cuyo ángulo de incidencia sea menor que el ángulo límite. Para los demás rayos se produce el fenómeno de la reflexión total.



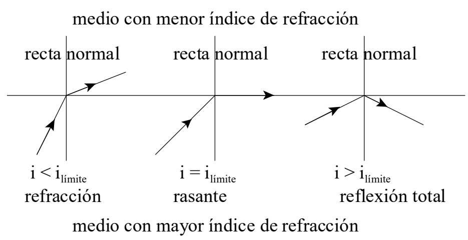
Aplicando la ley de Snell: $n_{agua} \cdot \text{sen } i_{límite} = n_{aire} \cdot \text{sen } 90$

Despejando: $i_{límite} = \text{arc sen } \dfrac{1}{1{,}33} = 48{,}75º$

De la figura se deduce que: $\text{tag } i_{límite} = \dfrac{r}{2\,\text{cm}} \Rightarrow r = 2\text{ cm} \cdot \text{tag } 48{,}75º = 2{,}28\text{ cm}$

19. Un rayo de luz verde pasa de una placa de vidrio de índice de refracción *n* = 1,5 al aire. La longitud de onda de la luz en la placa es 333·10^{-9} m. Calcula la longitud de onda de la luz verde en el aire y el ángulo crítico a partir del cual se produce la reflexión total.

La frecuencia de una radiación es una cantidad constante ya que solo depende del foco emisor. La longitud de onda siempre aumenta al pasar de un medio transmisor al vacío. Aplicando la definición de índice de refracción de un medio, se tiene:



$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_{aire} \cdot \nu}{\lambda_{vidrio} \cdot \nu} \Rightarrow \lambda_{aire} = n \cdot \lambda_{vidrio} = 1{,}5 \cdot 333\text{ nm} = 499{,}5\text{ nm}$$
$= 499{,}5 \cdot 10^{-9}$ m

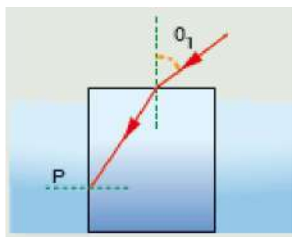
b) El ángulo crítico, $i_{límite}$, es aquel para el cual el rayo refractado sale rasante a la superficie de separación de ambos medios: r = 90E. A este fenómeno se llama **reflexión total** porque, para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite, la luz no se refracta, sino que se refleja totalmente en la superficie de separación de los dos medios.

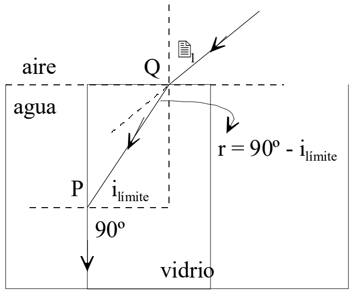
Aplicando la ley de Snell, resulta que:

$n_{vidrio} \cdot \text{sen } i_{limite} = n_{aire}$ A sen 90º

Despejando: $\text{sen } i_{límite} = \dfrac{n_{aire}}{n_{vidrio}} = \dfrac{1}{1{,}5} \Rightarrow i_{límite} = 41{,}81º$

20. Sobre una de las caras de un bloque rectangular de vidrio de índice de refracción n_2 = 1,5 incide un rayo de luz formando un ángulo θ_1 con la normal al vidrio. Inicialmente, el bloque se encuentra casi totalmente inmerso en agua, cuyo índice de refracción es 1,33. Halle el valor del ángulo θ_1 para que en un punto P de la cara normal a la de incidencia se produzca la reflexión total. Si se elimina el agua que rodea al vidrio, halle el nuevo valor del ángulo θ_1 en estas condiciones y explique el resultado obtenido.





a) Sea Q el punto en el que incide la luz en el bloque de vidrio.
Aplicando la ley de Snell en el punto P se calcula el ángulo límite del vidrio frente al agua.

$n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ i_{límite} = n_{agua} \cdot \text{sen}\ 90º$;

$1{,}5 \cdot \text{sen}\ i_{límite} = 1{,}33 \cdot \text{sen}\ 90º \Rightarrow i_{límite} = 62{,}46º$

Para ángulos de incidencia, en el punto P, mayores que 62,46º se produce la reflexión total en esta cara

El ángulo de refracción, r, en la superficie aire-vidrio es:

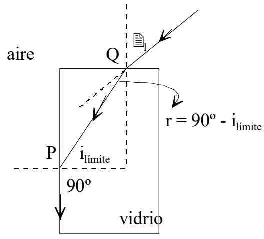
$r = 90 - i_{límite} = 90 - 62{,}46º = 27{,}54º$

Luego el ángulo r debe ser menor que 27,54º.

Aplicando la ley de Snell en el punto Q, resulta que:

$n_{aire} \cdot \text{sen}\ \theta_1 = n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ 27{,}54º$; $1 \cdot \text{sen}\ \theta_1 = 1{,}5 \cdot \text{sen}\ 27{,}54º \Rightarrow \theta_1 = 43{,}91º$

Por tanto el ángulo de incidencia en el punto Q debe ser menor que 43,91º, para que se produzca el fenómeno descrito.



b) Se elimina el agua.
Aplicando la ley de Snell en el punto P se calcula el ángulo límite del vidrio frente al aire.

$n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ i_{límite} = n_{aire} \cdot \text{sen}\ 90º$;

$1{,}5 \cdot \text{sen}\ i_{límite} = 1 \cdot \text{sen}\ 90º \Rightarrow i_{límite} = 41{,}81º$

Para ángulos de incidencia, en el punto P, mayores que 41,81º se produce la reflexión total en esta cara

El ángulo de refracción, r, en la superficie aire-vidrio es:

$r = 90 - i_{límite} = 90 - 41{,}81º = 48{,}19º$

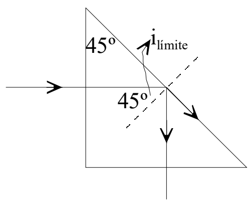
Luego el ángulo r debe ser menor que 48,19º.

Aplicando la ley de Snell en el punto Q, resulta que:

$n_{aire} \cdot \text{sen}\ \theta_1 = n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ 48{,}19º$; $1 \cdot \text{sen}\ \theta_1 = 1{,}5 \cdot \text{sen}\ 48{,}19º \Rightarrow \text{sen}\ \theta_1 = 1{,}118$

Como el seno de un ángulo no puede ser nunca mayor que la unidad, se concluye que el rayo no puede salir por la cara lateral, perpendicular a la cara incidente, es decir para cualquier ángulo de incidencia, el rayo nunca sale del cubo, sufre reflexiones totales dentro de él.

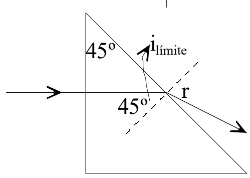
21. Un prisma de vidrio tiene por base un triángulo isósceles, cuyas caras iguales forman entre si un ángulo de 90º. Un rayo láser incide perpendicularmente a una de las caras iguales, (cateto). Si el prisma se coloca en el aire, calcula el índice de refracción mínimo del vidrio para que el rayo salga por la otra cara del prisma, (el otro cateto) que es igual a la primera. Dibuja la trayectoria de los rayos. Dibuja la trayectoria del mismo rayo anterior cuando el prisma se sumerge en agua de índice de refracción 1,33.



Para que el rayo salga por el otro cateto debe sufrir la reflexión total, para ello el ángulo límite debe ser 45º. Aplicando la ley de Snell:

$n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ i_{límite} = n_{aire} \cdot \text{sen}\ 90º$; $n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ 45º = 1$

$$n_{vidrio}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow n_{vidrio} = \sqrt{2}$$

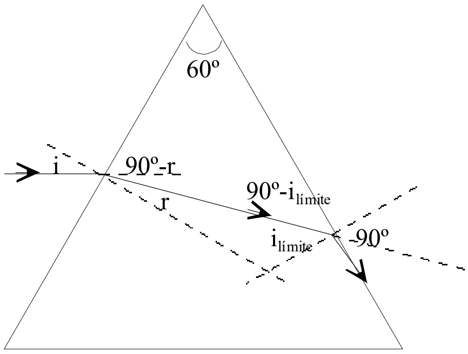


Al sumergir el prisma en el agua y aplicando la ley de Snell en el punto de incidencia de la hipotenusa y como i = 45º, se tiene:

$n_{vidrio} \cdot \text{sen}\ 45º = n_{agua} \cdot \text{sen}\ r$; $\sqrt{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 1{,}33 \cdot \text{sen} r \Rightarrow r = 48{,}75º$

22. Se tiene un prisma de vidrio de índice de refracción $\sqrt{2}$ y cuya base es un triángulo equilátero. ¿Con qué ángulo incidirá un rayo de una en una de las caras para que al propagarse dentro el prisma sufra en otra de las caras el fenómeno de la reflexión total?

Un rayo de luz incide con un ángulo i en una de las caras, se refracta con un ángulo r y se propaga dentro del prisma. Al llegar a la siguiente cara sufre el fenómeno de la reflexión total.



Por tanto aplicando la ley de Snella esta segunda cara, se tiene que:

$n_{vidrio} \cdot$ sen $i_{límite}$ = $n_{aire} \cdot$ sen 90; $\sqrt{2} \cdot$ sen $i_{límite}$ = 1 · sen 90º

Despejando: $i_{límite}$ = 45º

Del triángulo formado por la trayectoria del rayo dentro del prisma y uno de sus vértices se deduce el valor del ángulo de refracción en la primera cara.

180º = 90º – r + 60º + 90º - $i_{límite}$; r + $i_{límite}$ = 60º $\Rightarrow$ r = 60º - 45º = 15º

Aplicando la ley de Snell a la primera refracción resulta que:

n_{aire} A sen i = n_{prisma} A sen r; 1 A sen i = $\sqrt{2}$ A sen 15º $\Rightarrow$ i = 21,5º

Para ángulos de incidencia menores que 21,5º se produce el fenómeno de la reflexión total en la otra cara.

23. Dos focos luminosos emiten en el vacío luces monocromáticas y coherentes con una frecuencia de 5 · 10^{14} Hz. ¿Qué tipo de interferencia se producirá en un punto cuya diferencia de distancia a las fuentes es 1,2 · 10^{-6} m?

La longitud de onda de la luz emitida es: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{5 \cdot 10^{14}\ HZ} = 6 \cdot 10^{-7} m = 600 nm$

Para calcular el tipo de interferencia hay que relacionar la distancia con la longitud de onda.

Δr = 1,2 · 10^{-6} m = $1{,}2 \cdot 10^{-6}\ m \frac{\lambda}{600 \cdot 10^{-9}\ m} = 2 \cdot \lambda$

Las ondas llegan en fase y la interferencia es constructiva.

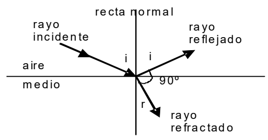
24. Dos fuentes luminosas emiten en el vacío luces monocromáticas y coherentes con una frecuencia de 3,75 · 10^{14} Hz. ¿Qué tipo de interferencia se producirá en un punto cuya diferencia de caminos a las fuentes es de 400 nm?

La longitud de onda de la luz emitida es: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{3{,}75 \cdot 10^{14}\ HZ} = 8 \cdot 10^{-7} m = 800 nm$

La diferencia de caminos es igual a la mitad de la longitud de onda, luego la interferencia es destructiva.

Δr = 400 nm = $400 nm \frac{\lambda}{800 nm} = \frac{\lambda}{2}$

25. El rayo reflejado en una superficie transparente y pulimentada está polarizado linealmente cuando forma un ángulo de 90º con el rayo refractado. Deduce que esas condiciones se producen cuando el índice de refracción del medio es igual a la tangente del ángulo de incidencia.



Como el ángulo de reflexión, i, es igual al ángulo de incidencia, de la figura adjunta se deduce que:
180º = i + 90º + r; 90º = i + r $\Rightarrow$ r = 90º - i

Aplicando la ley de Snell a la refracción, resulta que:
$n_{aire} \cdot \text{sen } i = n_{medio} \cdot \text{sen } r =$

Operando: $1 \cdot \text{sen } i = n_{medio} \cdot \text{sen } (90 - i) = n_{medio} \cdot \cos i$

Despejando: $n_{medio} = \dfrac{\text{sen} i}{\cos i} = \text{tg} i$