PROYECTO SABER HACER

2

Campo eléctrico

SANTILLANA

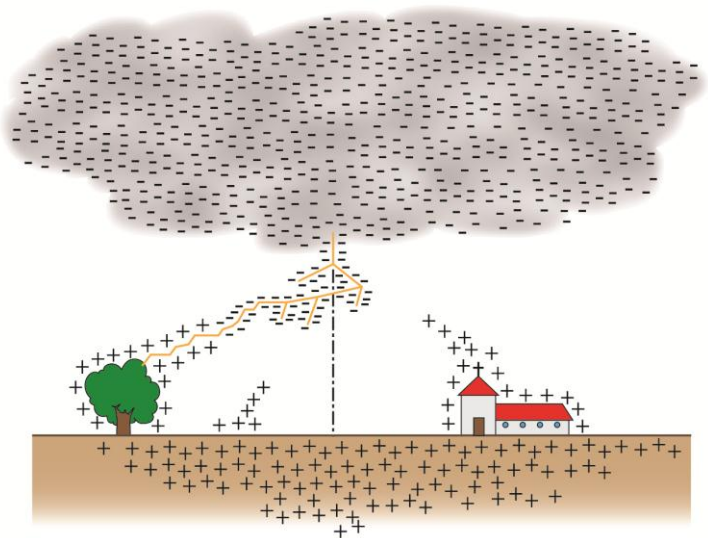
Campo eléctrico

2

PARA COMENZAR

- **¿Cómo puede inducirse carga eléctrica en el suelo situado bajo las nubes de una tormenta? Elabora un esquema para ilustrarlo.**

  La materia que forma las nubes puede electrizarse. Entonces, cuando la parte baja de una nube adquiere carga eléctrica de un tipo, el suelo puede electrizarse con carga del tipo opuesto.



- **¿Cómo se mueven las cargas eléctricas cuando hay otras cargas eléctricas cerca?**

  Las cargas eléctricas positivas se sienten atraídas por las cargas eléctricas negativas y se sienten repelidas por las cargas eléctricas positivas. Así, el movimiento de una carga en presencia de otra es un movimiento acelerado, puesto que existe una fuerza neta sobre la carga.

ACTIVIDADES

1. Calcula a cuántos electrones equivalen 2,5 nC y 1,15 μC.
Dato: $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Usando las conversiones adecuadas:

- $2{,}5\ \text{nC} \cdot \dfrac{10^{-9}\ \text{C}}{1\ \text{nC}} \cdot \dfrac{1\ \text{e}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}56 \cdot 10^{10}\ \text{e}$
- $1{,}15\ \mu\text{C} \cdot \dfrac{10^{-6}\ \text{C}}{1\ \mu\text{C}} \cdot \dfrac{1\ \text{e}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 7{,}19 \cdot 10^{12}\ \text{e}$

2. Calcula la fuerza gravitatoria y la electrostática entre dos protones separados 1 cm. Si tenemos dos electrones separados una distancia *d*, determina la relación entre ambas fuerzas.
Datos: $k = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻²; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²; $q_p = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

La fuerza gravitatoria es:

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{\left(1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}\right)^2}{\left(0{,}01\ \text{m}\right)^2} = 1{,}86 \cdot 10^{-60}\ \text{N}$$

Y la fuerza eléctrica es:

$$F_E = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C\right)^2}{\left(0{,}01\ m\right)^2} = 2{,}3 \cdot 10^{-24}\ N$$

Observa que la fuerza eléctrica es mucho mayor que la fuerza gravitatoria. Aplicamos de nuevo las leyes de Newton y de Coulomb:

- $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
- $F_E = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\cancel{d^2}}}{G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{\cancel{d^2}}} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{G \cdot m_1 \cdot m_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \left(9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg\right)^2} = 4{,}16 \cdot 10^{42}$$

3. En el átomo de hidrógeno el electrón se encuentra a una distancia aproximada de 5,2 · 10^{-11} m del protón, que se encuentra en el núcleo. Calcula la fuerza electrostática y gravitatoria con que se atraen.

Nota: utiliza los datos del problema anterior.

La fuerza eléctrica entre ambos es:

$$F_E = k \cdot \frac{q_p \cdot q_e}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C\right)^2}{\left(5{,}2 \cdot 10^{-11}\ m\right)^2} = 8{,}52 \cdot 10^{-8}\ N$$

La fuerza gravitatoria entre ambos es:

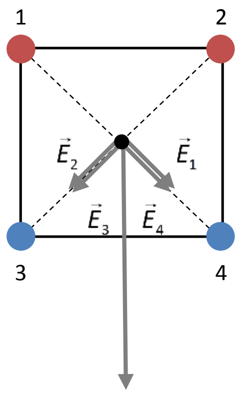
$$F_G = G \cdot \frac{m_p \cdot m_e}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg}{\left(5{,}2 \cdot 10^{-11}\ m\right)^2} = 3{,}75 \cdot 10^{-47}\ N$$

4. Tenemos un cuadrado de 2 m de lado. Considera que en cada uno de sus vértices hay situada una carga puntual de 1 nC. Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico en el centro del cuadrado si las cargas situadas en los vértices superiores son positivas y las situadas en los vértices inferiores son negativas.

b) Si se colocan las cargas positivas y negativas alternativamente en los vértices del cuadrado, ¿cuál sería, en este caso, el campo en el centro del cuadrado?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.



a) En el centro del cuadrado el campo estará dirigido hacia abajo, puesto que las dos cargas superiores crean campos de la misma intensidad y por la simetría del problema sus componentes horizontales se anulan sumándose solamente las componentes verticales.

Algo parecido ocurre con las cargas inferiores, de modo que el campo total será cuatro veces la componente vertical que crea una de las cargas.

La intensidad del campo eléctrico en un punto es la fuerza que el cuerpo de carga Q ejerce por cada unidad de carga positiva colocada en ese punto. Es una magnitud vectorial cuyo módulo viene dado por la expresión:

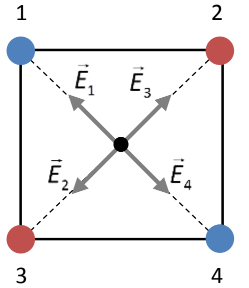
$$E = \frac{F_E}{Q} = k \cdot \frac{q}{r^2}$$

El ángulo que crea cada campo con el eje vertical es de 45°. Por tanto:

$$E = 4 \cdot k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \cos 45^o = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-9}\ C}{\sqrt{\left(1\ m\right)^2 + \left(1\ m\right)^2}^{\,2}} \cdot \cos 45^o = 18\ N/C$$

Por tanto, el vector intensidad del campo eléctrico será: $\vec{E} = -18\,\vec{j}$ N/C .

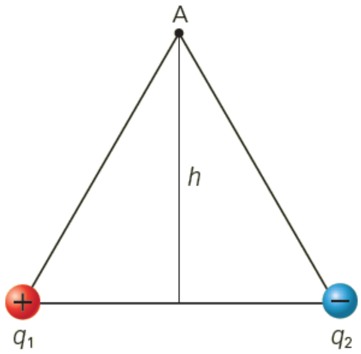
b) Si las cargas se colocan en los vértices alternativamente, en el centro los campos se compensan por completo dos a dos, por lo que en el centro del cuadrado el campo total será nulo.



5. En los vértices de la base de un triángulo equilátero se han colocado dos partículas puntuales iguales y de signo contrario: $q_1 = 1{,}5$ μC y $q_2 = -1{,}5$ μC.

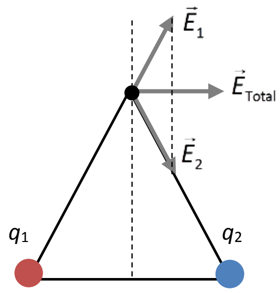
Sabiendo que la altura del triángulo es de 3,5 cm, determina el vector campo eléctrico $\vec{E}$ (módulo, dirección y sentido) en el punto A situado en el vértice superior del triángulo.

Dato: $k = 1/(4\pi \cdot \varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².



Por la simetría del problema vemos que una de las componentes del campo eléctrico creado por una carga se anula con la componente que crea la carga opuesta. En el dibujo, las componentes verticales se compensan y el campo total creado será solamente horizontal, dirigido hacia el lado en que se encuentra la carga negativa.

El módulo que crean ambas cargas es el mismo, puesto que el punto equidista de las dos cargas y las cargas tienen el mismo valor numérico. Además, como el triángulo es equilátero se deduce que el ángulo que forma cada una de las componentes con la horizontal es de 60°.



El campo total será entonces el doble de la componente horizontal de campo que crea una de las cargas:

$$E = 2 \cdot k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \cos 60^o = 2 \cdot 9 \cdot 10^9\, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{\left(3{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)^2} \cdot \cos 60^o = 1{,}10 \cdot 10^7\ \text{N}$$

Por tanto, el vector campo eléctrico viene dado por la siguiente expresión: $\vec{E} = 1{,}10 \cdot 10^7 \vec{i}$ N/C .

6. Tenemos tres cargas eléctricas puntuales de 2 · 10⁻⁶ C cada una colocadas en tres de los cuatro vértices de un cuadrado de lado *L*.

a) Calcula la intensidad del campo en el vértice libre.

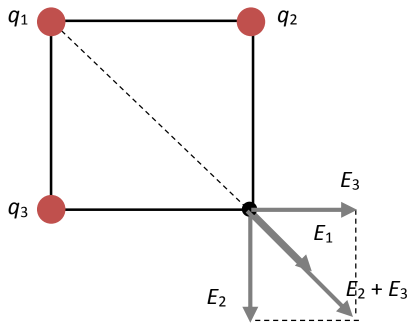
b) Si colocamos una carga de –4 · 10⁻⁶ C en el vértice que queda libre. Determina el módulo, dirección y sentido de la fuerza del campo electrostático sobre dicha carga.

Datos: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻² ; $L = 3$ m.

a) En el vértice se superponen tres campos.

- El que ocasiona la carga del vértice opuesto, que tiene la dirección que une el vértice con dicha carga.
- Los que provocan las cargas algo más cercanas. Estos dos campos, al combinarse, producen un campo que tiene la misma dirección y sentido que el campo que provoca la carga del vértice opuesto, tal y como se aprecia en el dibujo.

Por tanto, el campo total en el vértice donde no hay carga se puede calcular sumando estos dos campos. La dirección será, tal y como se ha representado en la figura, formando –45° con el eje horizontal, y apuntando hacia abajo a la derecha.



El campo que crea la carga más lejana es:

$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(3\ \text{m})^2 + (3\ \text{m})^2} = 1000\ \text{N/C}$$

Las cargas 2 y 3 crean campos del mismo módulo, ya que tienen el mismo valor ($q_2 = q_3$) y se encuentran a la misma distancia ($r_2 = r_3$). Por tanto:

$$E_2 = E_3 = k \cdot \frac{q_3}{r_3^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(3\ \text{m})^2} = 2000\ \text{N/C}$$

Entonces, el módulo del campo que crean las cargas 2 y 3 en conjunto es:

$$E_{2\text{-}3} = \sqrt{E_2^2 + E_3^2} = \sqrt{(2000\ \text{N/C})^2 + (2000\ \text{N/C})^2} = 2828{,}43\ \text{N/C}$$

Y podemos escribir el módulo del campo total en el vértice pedido como:

$$E_T = E_1 + E_{2\text{-}3} = 1000\ \text{N/C} + 2828{,}43\ \text{N/C} = 3828{,}43\ \text{N/C}$$

Por tanto, el vector campo eléctrico en el vértice pedido vendrá dado por la expresión:

$$\vec{E}_T = 3828{,}43 \cdot \cos 45°\ \vec{i}\ \text{N/C} - 3828{,}43 \cdot \text{sen}\ 45°\ \vec{j}\ \text{N/C} = 2707{,}11\ \vec{i}\ \text{N/C} - 2707{,}11\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

b) Si ahora colocamos una carga en ese punto, como conocemos el valor del campo es más sencillo calcular la fuerza a partir del campo que hacerlo mediante la ley de Coulomb. Entonces queda:

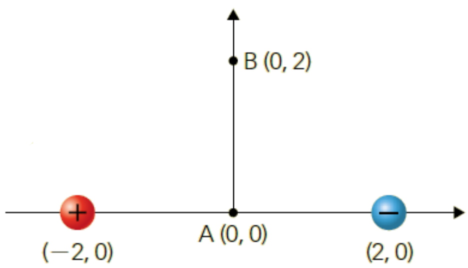
$$F_E = q \cdot E_T = -4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 3828{,}43\ \text{N/C} = -0{,}015\ \text{N}$$

El signo menos indica en este caso que la fuerza tiene sentido opuesto al campo, pues la carga es negativa. Es decir, la fuerza apunta hacia la carga 1, situada en el vértice opuesto.

Por tanto, el vector fuerza del campo electrostático vendrá dado por la expresión:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}_T = -4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(2707{,}11\ \vec{i}\ \text{N/C} - 2707{,}11\ \vec{j}\ \text{N/C}\right) = -1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \vec{i} + 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \vec{j}\ \text{N}$$

7. En los puntos (–2, 0) m y (2, 0) m del plano XY están situadas, como indica la figura, dos cargas eléctricas puntuales de valor $q_1 = 40$ nC , $q_2 = -20$ nC.



a) Determina el vector campo electrostático en los puntos A (0, 0) m y B (0, 2) m.

b) ¿En qué punto o puntos del plano se anula el campo?

Datos: $k = 1/(4\pi \cdot \varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻²; 1 nC = 10⁻⁹ C.

a) En el punto A el campo que crea la carga positiva es:

$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{40 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(2\ \text{m})^2} = 90\ \text{N/C}$$

El campo que crea la carga negativa será la mitad en intensidad, pues la carga negativa tiene un valor que es justo la mitad del valor de la carga positiva. Es decir:

$$E_2 = 45\ \text{N/C}$$

Ambos campos tienen la misma dirección y el mismo sentido, por lo que el campo total estará dirigido en el sentido que apunta hacia la carga negativa. Su valor es igual a la suma de los módulos de las intensidades de ambos campos:

$$E = E_1 + E_2 = 90\,\text{N/C} + 45\,\text{N/C} = 135\,\text{N/C}$$

Por tanto, el vector campo vendrá dado por la expresión: $\vec{E} = 135\,\vec{i}\,\text{N/C}$.

En el punto B los campos creados por ambas cargas tienen una intensidad menor, puesto que B está más lejos que A de ambas. El campo que crea en B la carga positiva es:

$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} + \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{40 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(2\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} + \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) =$$
$$= 45\ \text{N/C} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} + \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right)$$

El campo que crea en B la carga negativa es:

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} - \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(2\ \text{m})^2 + (2\ \text{m})^2} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} - \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) =$$
$$= 22{,}5\ \text{N/C} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} - \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right)$$

El ángulo α es de 45º, puesto que:

$$\cos\alpha = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Sumando ambos campos obtenemos el campo total en B:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 45\ \text{N/C} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} + \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) + 22{,}5\ \text{N/C} \cdot \left(\cos\alpha \cdot \vec{i} - \text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j}\right) =$$
$$= (45\ \text{N/C} + 22{,}5\ \text{N/C}) \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} + (45\ \text{N/C} - 22{,}5\ \text{N/C})\,\text{sen}\,\alpha \cdot \vec{j} =$$
$$= 47{,}73\ \text{N/C}\ \vec{i} + 15{,}91\ \text{N/C}\ \vec{j}$$

El módulo de este vector es:

$$E_T = \sqrt{(47{,}73\ \text{N/C})^2 + (15{,}91\ \text{N/C})^2} = 50{,}31\ \text{N/C}$$

b) Para que el campo se anule, ambos campos, los creados por las cargas positiva y negativa, deben tener la misma dirección y sentidos opuestos. Esto solamente ocurre en la línea que une ambos puntos. Pero no entre ambas cargas, puesto que ahí los campos tienen el mismo sentido, ambos dirigidos hacia la carga negativa.

Así pues, supongamos que el punto donde el campo total se anula está a la derecha de la carga negativa, a una distancia *x* de esta. Ahí el campo que crea la carga 1, la positiva, estará dirigido hacia la derecha, y el que crea la carga 2, la negativa, hacia la izquierda. Entonces, como la distancia que separa ambas cargas es 2 + 2 = 4 m, podemos escribir:

$$E_{1x} = k \cdot \frac{q_1}{(4 + x)^2}\ ;\ E_{2x} = k \cdot \frac{|q_2|}{x^2}$$

El campo se anula si ambos módulos son iguales:

$$E_{1x} = E_{2x} \rightarrow \cancel{k} \cdot \frac{q_1}{(4+x)^2} = \cancel{k} \cdot \frac{|q_2|}{x^2} \rightarrow q_1 \cdot x^2 = |q_2| \cdot (4+x)^2 \rightarrow 40 \cdot \cancel{10^{-9}\ \text{C}} \cdot x^2 = 20 \cdot \cancel{10^{-9}\ \text{C}} \cdot (4+x)^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow 4 \cdot x^2 = 2 \cdot (4+x)^2 \rightarrow 4 \cdot x^2 = 2 \cdot \left(16 + 2x + x^2\right) \rightarrow 2 \cdot x^2 = 16 + 2x + x^2 \rightarrow x^2 - 2x - 16 = 0$$

Las soluciones de esta ecuación son:

$$x = 5{,}12\ \text{m}\ ;\ x = -3{,}12\,\text{m}$$

Solamente es válida la solución con $x > 0$, es decir $x = 5{,}12$ m, puesto que habíamos supuesto que el punto estaba a la derecha de la carga negativa. Y no habrá un punto a la izquierda de la carga negativa porque en esa zona el campo que crea la carga positiva siempre tendrá un módulo mayor que el que crea la carga negativa, pues en esa zona la carga positiva, la mayor, está más cerca del hipotético punto donde se anularía el campo.

8. Un campo electrostático está creado por una carga Q de –10 μC situada en el origen de coordenadas (0, 0).

a) Halla el trabajo necesario para desplazar una carga q de 1 μC desde el punto (2, 0) m hasta el (6, 0) m.

b) Si la carga a desplazar fuera de –1 μC, ¿el trabajo necesario sería mayor o menor que cero?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

a) El trabajo necesario será igual a la diferencia de energía potencial entre ambos puntos, puesto que el campo electrostático es un campo conservativo, es decir:

$$W = -\Delta E_P = -\left(E_{P\ \text{final}} - E_{P\ \text{inicial}}\right) = E_{P\ \text{inicial}} - E_{P\ \text{final}} = q \cdot \left(V_{\text{inicial}} - V_{\text{final}}\right) = q \cdot Q \cdot k \cdot \left(\frac{1}{r_{\text{inicial}}} - \frac{1}{r_{\text{finaL}}}\right) =$$

$$= 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(-10 \cdot 10^{-6}\ \text{C}\right) \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(\frac{1}{2\ \text{m}} - \frac{1}{6\ \text{m}}\right) = -0{,}03\ \text{J}$$

El signo negativo indica que es un trabajo que debemos realizar; la carga no pasa espontáneamente desde la posición inicial a la final.

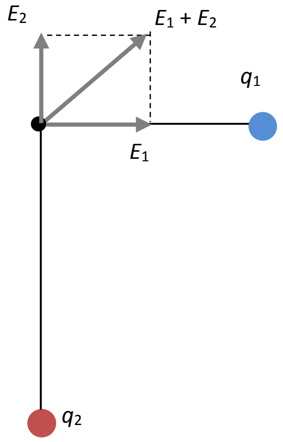
b) Si la carga fuese menor que cero el trabajo sería positivo, puesto que la carga que crea el campo y que está en el origen de coordenadas es negativa. Esto quiere decir que si soltamos la carga negativa en el punto señalado, se desplazará espontáneamente separándose de la carga que se encuentra en el origen de coordenadas, pues aparece una fuerza de repulsión al ser ambas cargas del mismo tipo.

9. En los puntos A (3, 0) m y B (0, –4) m se colocan dos cargas $q_1 = -1{,}6 \cdot 10^{-8}$ C y $q_2 = 10^{-8}$ C.

a) Dibuja el campo eléctrico creado por cada carga y calcula el campo eléctrico total en el origen.

b) Calcula el trabajo necesario para trasladar la carga q_1 desde el punto A (3, 0) m hasta el punto (0, 0).

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².



a) En el origen el campo eléctrico que crea la carga q_1, negativa, está dirigido en la dirección horizontal y sentido hacia la derecha, hacia donde se encuentra la carga.

El campo que crea la otra carga está dirigido alejándose de la carga positiva, es decir, es vertical con sentido positivo del eje de coordenadas. Por tanto, el campo total se calcula sumando vectorialmente ambos campos, por lo que estará dirigido hacia la derecha y hacia arriba.

La componente horizontal tiene mayor módulo que la vertical, puesto que la carga negativa está más cerca y tiene un valor mayor, en valor absoluto, que la carga positiva.

Calculamos el valor de cada campo en el origen de coordenadas. El que crea la carga q_1 es:

$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{C}}{\left(3\ \text{m}\right)^2} \left(-\vec{i}\right) = 16\ \vec{i}\ \text{N/C}$$

El que crea la carga q_2 es:

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-8}\ \text{C}}{\left(4\ \text{m}\right)^2} \left(\vec{j}\right) = 5{,}625\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El campo total es:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 16\ \vec{i}\ \text{N/C} + 5{,}625\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El módulo del campo total es:

$$E_T = \sqrt{E_1 + E_2} = \sqrt{(16\ \text{N/C})^2 + (5{,}625\ \text{N/C})^2} = 16{,}96\ \text{N/C}$$

b) El trabajo necesario será igual a la diferencia de energía potencial entre ambos puntos, puesto que se trata de un campo conservativo, es decir:

$$W = -\Delta E_P = -\left(E_{P\,\text{final}} - E_{P\,\text{inicial}}\right) = E_{P\,\text{inicial}} - E_{P\,\text{final}} = q_1 \cdot \left(V_{\text{inicial}} - V_{\text{final}}\right) = q_1 \cdot q_2 \cdot k \cdot \left(\frac{1}{r_{\text{inicial}}} - \frac{1}{r_{\text{finaL}}}\right) =$$

$$= -1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{C} \cdot \left(10^{-8}\ \text{C}\right) \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{(3\ \text{m})^2 + (4\ \text{m})^2}} - \frac{1}{4\ \text{m}}\right) = 7{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{J}$$

El signo positivo del trabajo indica que la carga q_1 se mueve de forma espontánea desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas.

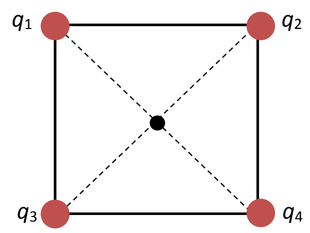
10. Cuatro cargas eléctricas positivas, de 1,00 · 10^{-5} C cada una, se encuentran en los vértices respectivos de un cuadrado de $\sqrt{2}$ m de lado. Calcula:

a) La energía necesaria para la formación del sistema de cargas.

b) El valor de la carga eléctrica negativa que hemos de situar al centro del cuadrado para que la fuerza electrostática sobre cada una de las cargas sea nula.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m^2 · C^{-2}.

a) La energía potencial de un sistema formado por varias partículas es la suma de la energía de todas las parejas de partículas que se puedan formar. Por tanto:



$$E_{P\,T} = \sum_{i \neq j} k \cdot \left(\frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}}\right) =$$

$$= k \cdot \left[\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}}\right) + \left(\frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}}\right) + \left(\frac{q_1 \cdot q_4}{r_{14}}\right) + \left(\frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}}\right) + \left(\frac{q_2 \cdot q_4}{r_{24}}\right) + \left(\frac{q_3 \cdot q_4}{r_{34}}\right)\right]$$

Como todas las cargas son iguales, y como la distancia de la 1 a la 2 es la misma que de la 1 a la 3, que la de la 2 a la 4 y que la de la 3 a la 4, podemos escribir:

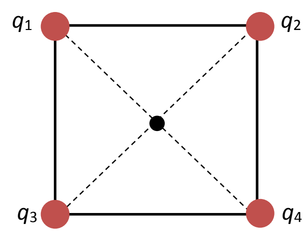
$$E_{P\,T} = k \cdot q_1^2 \left[\left(\frac{1}{r_{12}}\right) + \left(\frac{1}{r_{12}}\right) + \left(\frac{1}{r_{14}}\right) + \left(\frac{1}{r_{14}}\right) + \left(\frac{1}{r_{12}}\right) + \left(\frac{1}{r_{12}}\right)\right]$$

Y ahora podemos sustituir para calcular el valor pedido:

$$E_{P\,T} = k \cdot q_1^2 \left[\left(\frac{4}{r_{12}}\right) + \left(\frac{2}{r_{14}}\right)\right] = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(10^{-5}\ \text{C}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{2}\ \text{m}} + \frac{2}{\sqrt{\left(\sqrt{2}\ \text{m}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\ \text{m}\right)^2}}\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(10^{-5}\ \text{C}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{2\ \text{m}^2}} + \frac{2}{\sqrt{4\ \text{m}^2}}\right) = 3{,}45\ \text{J}$$

b) Para que la fuerza sobre cada carga sea nula, habrá que colocar en el centro del cuadrado una carga negativa. Su valor debe ser tal que la fuerza producida por dicha carga negativa ha de ser igual en módulo a la fuerza total que existe en cada vértice sobre cada carga. En cada vértice del cuadrado la fuerza sobre cada carga tiene la dirección de la diagonal del cuadrado, y el sentido es hacia fuera del cuadrado.



$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$$

Por la simetría del problema:

$$F_{24} = F_{34} = k \cdot \frac{q^2}{L^2} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\left(10^{-5} \ \text{C}\right)^2}{\left(\sqrt{2} \ \text{m}\right)^2} = 0{,}45 \ \text{N}$$

Además:

$$F_{14} = k \cdot \frac{q^2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\left(10^{-5} \ \text{C}\right)^2}{\left(\sqrt{2} \ \text{m}\right)^2 + \left(\sqrt{2} \ \text{m}\right)^2} = 0{,}225 \ \text{N}$$

Además, la composición de las fuerzas que las cargas 2 y 3 ejercen sobre la 4 tiene la misma dirección y sentido que la fuerza que la carga 1 crea sobre la 4. Por tanto, el módulo de la suma de F_{24} y F_{34} es:

$$\left|\vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}\right| = \sqrt{\left(F_{24}\right)^2 + \left(F_{24}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \left(F_{24}\right)^2} = F_{24} \cdot \sqrt{2} = 0{,}45 \cdot \sqrt{2} \ \text{N}$$

Y entonces la fuerza total que sufre la carga 4 es:

$$F_{\text{T4}} = \left|F_{14}\right| + \left|\vec{F}_{24} + \vec{F}_{24}\right| = 0{,}225 \ \text{N} + 0{,}45 \cdot \sqrt{2} \ \text{N} = 0{,}86 \ \text{N}$$

Este valor es también el de la fuerza que debe ejercer una carga negativa situada en el centro del cuadrado para que la fuerza total sobre la carga 4 sea nula. Es decir:

$$F_{\text{T4}} = k \cdot \frac{Q \cdot q_4}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \rightarrow Q = \frac{F_{\text{T4}} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2}{k \cdot q_4} = \frac{0{,}225 \ \text{N} \cdot \left[\left(\frac{\sqrt{2} \ \text{m}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2} \ \text{m}}{2}\right)^2\right]}{9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-5} \ \text{C}} = 2{,}5 \cdot 10^{-6} \ \text{C}$$

Y dada la simetría del problema, todas las cargas sufren la misma fuerza, con lo cual la fuerza neta sobre cada carga será nula si se coloca en el centro del cuadrado una carga con valor $-2{,}5 \cdot 10^{-6}$ C.

11. En un punto del espacio tenemos una carga fija de –2 μC. Otra partícula de 0,5 g y 1 μC se aleja de la primera. ¿A qué distancia la velocidad de la partícula será cero, si a 0,1 m la velocidad es 25 m/s?

En este caso el movimiento no es uniformemente acelerado. La fuerza que la carga fija ejerce sobre la carga en movimiento no es constante, puesto que la distancia entre ambas cargas va variando. Entonces la aceleración no será constante y por consiguiente el movimiento no será MRUA. La carga móvil se seguirá moviendo cierta distancia alejándose de la carga fija, se detendrá al cabo de cierta distancia e invertirá el sentido de su movimiento con una aceleración cada vez mayor, puesto que la distancia a la carga fija va disminuyendo.

El problema puede resolverse aplicando la conservación de la energía. En la posición inicial, a 0,1 m de la carga fija, la carga móvil tiene energía cinética y energía potencial electrostática. Cuando se para, solo tiene energía potencial electrostática. Por tanto:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1} = 0 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2}$$

En esta ecuación hay que despejar r_2:

$$\frac{q_1 \cdot q_2}{r_2} = \frac{1}{2}\frac{m \cdot v^2}{k} + \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1} \rightarrow r_2 = \frac{q_1 \cdot q_2}{\frac{1}{2}\frac{m \cdot v^2}{k} + \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}}$$

$$r_2 = \frac{-2 \cdot 10^{-6} \ \text{C} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \ \text{C}}{\frac{1}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \ \text{kg} \cdot \left(25 \ \text{m/s}\right)^2 + \frac{-2 \cdot 10^{-6} \ \text{C} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \ \text{C}}{0{,}1 \ \text{m}}} = 0{,}76 \ \text{m}$$

12. Sea un campo electrostático generado por una carga puntual negativa, *q*. Dados dos puntos, A más cercano a la carga y B más alejado de la carga. ¿En cuál de los puntos el potencial será mayor?

El potencial que crea una carga a cierta distancia viene dado por la siguiente expresión:

$$V = k \cdot \frac{q}{r}$$

Por tanto, para cada punto:

$$V_A = k \cdot \frac{q}{r_A};\ V_B = k \cdot \frac{q}{r_B}$$

Restando ambas expresiones:

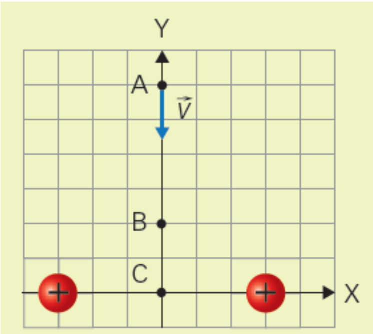
$$V_A - V_B = k \cdot \frac{q}{r_A} - k \cdot \frac{q}{r_B} = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Si B está más alejado que A, y si la carga *q* es negativa, entonces:

$$r_B > r_A \rightarrow \left(\frac{1}{r_A} > \frac{1}{r_B}\right) \rightarrow V_A - V_B < 0 \rightarrow V_A < V_B$$

El potencial es mayor en el punto B, el más alejado de la carga.

13. Dos cargas puntuales de 10 nC están fijas y separadas 6 m como muestra la figura. Una partícula pasa por el punto A con una cierta velocidad en la dirección OY negativo. Si la partícula tiene una masa de 60 g y su carga es de 5 C:



a) ¿Cuál debe ser el módulo de la velocidad de la partícula al pasar por el punto A si al llegar al punto B la velocidad es cero?

b) Haz un esquema cualitativo de las fuerzas que actúan sobre la partícula en el punto B.

c) ¿Qué ocurrirá después de que la velocidad de la partícula se anule al llegar al punto B? Razona si la partícula: seguirá hacia C, se quedará inmóvil o volverá hacia el punto A.

a) En este caso el movimiento no es uniformemente acelerado. La fuerza que las cargas fijas (q_2 y q_3) ejercen sobre la carga en movimiento (q_1) no es constante, puesto que la distancia entre las cargas va variando. Entonces la aceleración no será constante y por consiguiente el movimiento no será MRUA.

El problema puede resolverse aplicando la conservación de la energía. En la posición inicial la carga móvil tiene energía cinética y energía potencial electrostática. Cuando llega a B la velocidad es cero, por lo que ahí solo tiene energía potencial electrostática. Por tanto:

$$E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{2A}} + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{3A}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{2B}} + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{3B}}$$

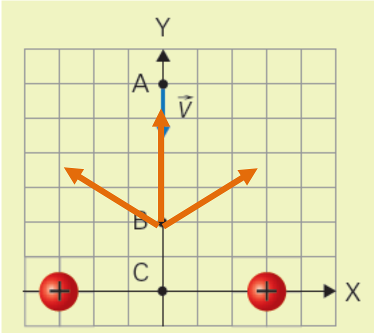
Como las cargas 2 y 3 son iguales ($q_2 = q_3 = q$) y $r_{2A} = r_{3A} = r_A$ y $r_{2B} = r_{3B} = r_B$:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 + 2 \cdot k \cdot \frac{q_1 \cdot q}{r_A} = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1 \cdot q}{r_B} \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot k \cdot q_1 \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)}{m}} =$$

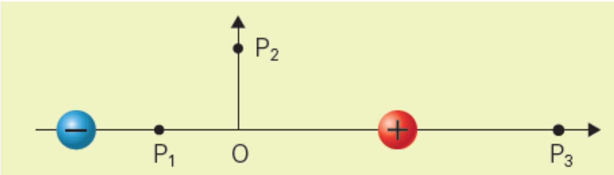
$$= \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 5\ \text{C} \cdot 10 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{(2\ \text{m})^2 + (3\ \text{m})^2}} - \frac{1}{\sqrt{(6\ \text{m})^2 + (3\ \text{m})^2}}\right)}{0{,}06\ \text{kg}}} = 62{,}04\ \text{m/s}$$

b) En el punto B las cargas positivas fijas ejercen fuerzas de repulsión sobre la carga móvil. Dada la simetría del problema, las componentes horizontales de ambas fuerzas se compensan entre sí y solo queda una componente vertical y hacia arriba que hace que la partícula móvil vaya frenando.

c) Cuando la partícula llega al punto B su velocidad se anula, pero no su aceleración. En ese punto la fuerza neta tiene dirección vertical y hacia arriba, por lo que la partícula móvil se moverá en dirección vertical y hacia arriba, hacia el punto de donde venía.



14. Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas iguales, pero de signos contrarios. En la figura se muestra un dipolo cuyas cargas, separadas una pequeña distancia, se sitúan simétricamente a ambos lados del origen de coordenadas O.



Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y razona la respuesta.

a) El campo eléctrico y el potencial en el origen de coordenadas O son ambos iguales a cero.

b) El potencial eléctrico en el punto P_1 es negativo.

c) El potencial eléctrico en el punto P_2 es igual a cero, pero el campo eléctrico no.

d) El potencial eléctrico en el punto P_3 puede ser positivo o negativo dependiendo del valor de las cargas.

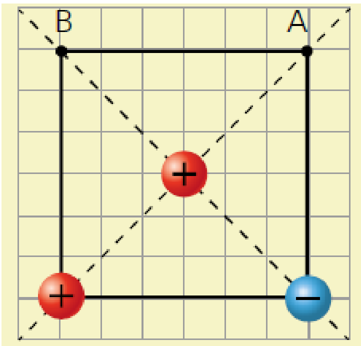
a) Falsa. El campo eléctrico no es nulo, pero sí es nulo el potencial eléctrico.

b) Verdadero, pues P_1 está más cerca de la carga negativa.

c) Verdadero. Como P_2 equidista de ambas cargas, el potencial eléctrico es nulo, pero el campo eléctrico no lo es porque los campos en P_2 no tienen la misma dirección.

d) Falsa. En un dipolo las cargas son iguales. Por tanto, el potencial en P_3 es positivo, pues la carga positiva está más cerca. Si se tuviese un sistema de cargas de diferente valor, entonces el potencial en P_3 podría ser positivo o negativo en función del valor de las cargas.

15. En el centro y en dos de los vértices de un cuadrado de 2 m de lado hay tres cargas de 10 μC y –10 μC respectivamente. Observa la figura y calcula:



a) El vector intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto A.

b) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de +2 μC desde el punto A hasta el punto B.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

a) Si el lado mide 2 m, entonces la diagonal mide:

$$d^2 = L^2 + L^2 \rightarrow d = \sqrt{2 \cdot L^2} = \sqrt{2} \cdot L = \sqrt{2} \cdot 2 \text{ m}$$

Y la mitad de la diagonal valdrá:

$$\frac{d}{2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

El campo eléctrico que crea la carga central, a partir de ahora denominada q_1, en el punto A está dirigido hacia arriba a la derecha, formando un ángulo de 45° con la horizontal. Su valor es:

$$\vec{E}_1 = k\cdot\frac{q_1}{r_{1A}^2}\vec{u}_{1A} = k\cdot\frac{q_1}{r_{1A}^2}\left(\cos\alpha\ \vec{i} + \text{sen}\ \alpha\ \vec{j}\right) = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{10\cdot10^{-6}\,\text{C}}{\left(\sqrt{2}\right)^2\ \text{m}^2}\cdot\left(\cos 45^\circ\ \vec{i} + \text{sen}\ 45^\circ\ \vec{j}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{E}_1 = 31\,819{,}8\ \vec{i}\ \text{N/C} + 31\,819{,}8\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El campo eléctrico que crea la otra carga positiva, a partir de ahora denominada q_2, en el punto A está dirigido hacia arriba a la derecha, formando un ángulo de 45° con la horizontal. Su valor es:

$$\vec{E}_2 = k\cdot\frac{q_2}{r_{2A}^2}\vec{u}_{2A} = k\cdot\frac{q_2}{r_{2A}^2}\left(\cos\alpha\ \vec{i} + \text{sen}\ \alpha\ \vec{j}\right) = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{10\cdot10^{-6}\,\text{C}}{\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^2\ \text{m}^2}\cdot\left(\cos 45^\circ\ \vec{i} + \text{sen}\ 45^\circ\ \vec{j}\right)\rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{E}_2 = 7954{,}96\ \vec{i}\ \text{N/C} + 7954{,}96\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

Se podría haber calculado teniendo en cuenta que si la distancia se duplica el campo disminuye a la cuarta parte.

El campo eléctrico que crea la carga negativa, a partir de ahora denominada q_3, en el punto A está dirigido hacia abajo. Su valor es:

$$\vec{E}_3 = k\cdot\frac{q_3}{r_{3A}^2}\cdot\vec{u}_{3A} = k\cdot\frac{q_3}{r_{3A}^2}\ \vec{j} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{\left(-10\cdot10^{-6}\,\text{C}\right)}{(2\ \text{m})^2}\ \vec{j}\rightarrow \vec{E}_3 = -22\,500\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El campo eléctrico total en el punto A será:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 31\,819{,}8\ \vec{i}\ \text{N/C} + 31\,819{,}8\ \vec{j}\ \text{N/C} + 7954{,}96\ \vec{i}\ \text{N/C} + 7954{,}96\ \vec{j}\ \text{N/C} - 22\,500\ \vec{j}\ \text{N/C} =$$
$$= 39\,774{,}76\ \vec{i}\ \text{N/C} + 17\,274{,}76\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

Utilizando el principio de superposición, el potencial será el debido a la contribución de las tres cargas. Las tres cargas son iguales en módulo ($q_1 = q_2 = q$ y $q_3 = -q$), obtenemos:

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} + V_{3A} = k\cdot\left(\frac{q_1}{r_{1A}} + \frac{q_2}{r_{2A}} + \frac{q_3}{r_{3A}}\right) = k\cdot q\cdot\left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}} - \frac{1}{r_{3A}}\right) =$$
$$= 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot10\cdot10^{-6}\,\text{C}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\cdot\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) = 50\,459{,}42\ \text{V}$$

b) El trabajo para trasladar la carga puede calcularse a partir de la energía potencial del sistema en los puntos A y B. Ya sabemos el potencial en A. El potencial en B será, análogamente:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} + V_{3B} = k\cdot\left(\frac{q_1}{r_{1B}} + \frac{q_2}{r_{2B}} + \frac{q_3}{r_{3B}}\right) = k\cdot q\cdot\left(\frac{1}{r_{1B}} + \frac{1}{r_{2B}} - \frac{1}{r_{3B}}\right) =$$
$$= 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot10\cdot10^{-6}\,\text{C}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}\right) = 76\,819{,}81\ \text{V}$$

Entonces el trabajo pedido será:

$$W = -\left(\Delta E_P\right) = -\left(E_{PB} - E_{PA}\right) = E_{PA} - E_{PB} = Q\cdot\left(V_A - V_B\right) = 2\cdot10^{-6}\ \text{C}\cdot\left(50\,459{,}42\ \text{V} - 76\,819{,}81\ \text{V}\right) = -0{,}053\ \text{J}$$

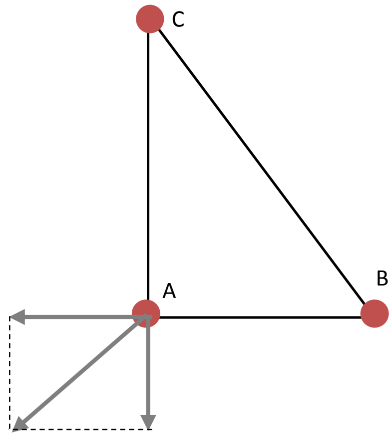
16. **En los vértices de un triángulo rectángulo están situadas tres cargas iguales, de 4 μC cada una. Tomando de referencia el ángulo recto sobre el origen de coordenadas, las posiciones de las cargas en cada vértices del triángulo son A (0, 0), B (12, 0) y C (0, 16) respectivamente.**

a) Calcula el módulo de la fuerza que ejercen las cargas situadas sobre los puntos B y C sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto. Realiza un esquema.

b) Determina el trabajo para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos.

a) La fuerza que ejercen las cargas situadas en B y C sobre la que está en el origen de coordenadas, A, es:

$$\vec{F}_{\text{B-A}} = k \cdot \frac{q_B \cdot q_A}{r^2_{\text{B-A}}} \cdot \left(-\vec{i}\right);\ \vec{F}_{\text{C-A}} = k \cdot \frac{q_C \cdot q_A}{r^2_{\text{C-A}}} \cdot \left(-\vec{j}\right)$$



Sustituyendo valores:

$$\vec{F}_{\text{B-A}} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\left(4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}\right)^2}{\left(12\ \text{m}\right)^2} \cdot \left(-\vec{i}\right) = -10^{-3}\ \vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{\text{C-A}} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{\left(4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}\right)^2}{\left(16\ \text{m}\right)^2} \cdot \left(-\vec{j}\right) = -5{,}625 \cdot 10^{-4}\ \vec{j}\ \text{N}$$

El módulo de la fuerza neta será:

$$F = \sqrt{\left(F_{\text{B-A}}\right)^2 + \left(F_{\text{C-A}}\right)^2} = \sqrt{\left(10^{-3}\text{N}\right)^2 + \left(5{,}625 \cdot 10^{-4}\text{N}\right)^2} = 1{,}15 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

b) El trabajo se calcula a partir de la energía potencial en los puntos inicial (el vértice del ángulo recto), a partir de ahora denominado 1, y final (el punto medio del segmento de vértices B y C), a partir de ahora denominado 2:

$$W = -\left(\Delta E_P\right) = -\left(E_{P2} - E_{P1}\right) = E_{P1} - E_{P2} = q_A \cdot \left(V_1 - V_2\right)$$

Teniendo en cuenta que $q_A = q_B = q_C = q$, el potencial en la posición inicial es:

$$V_1 = V_{1B} + V_{1C} = k \cdot \left(\frac{q_B}{r_{1B}} + \frac{q_C}{r_{1C}}\right) = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{1B}} + \frac{1}{r_{1C}}\right) = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(\frac{1}{12\ \text{m}} + \frac{1}{16\ \text{m}}\right) = 5250\ \text{V}$$

El potencial en la posición final es:

$$V_2 = V_{2B} + V_{2C} = k \cdot \left(\frac{q_B}{r_{2B}} + \frac{q_C}{r_{2C}}\right) = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{2B}} + \frac{1}{r_{2C}}\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\left(6\ \text{m}\right)^2 + \left(8\ \text{m}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(6\ \text{m}\right)^2 + \left(8\ \text{m}\right)^2}}\right) = 7200\ \text{V}$$

Y sustituyendo en la expresión anterior:

$$W = q_A \cdot \left(V_1 - V_2\right) = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(5250\ \text{V} - 7200\ \text{V}\right) = -7{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

El signo negativo indica que es un trabajo que debemos realizar; la carga no pasa espontáneamente desde la posición inicial a la final.

17. Contesta:

a) ¿Pueden cortarse entre sí las líneas de fuerza de un campo eléctrico?

b) Si una partícula cargada se pudiese mover libremente dentro del campo eléctrico, ¿lo haría a lo largo de una línea de fuerza del campo? ¿Influye en algo que la carga sea positiva o negativa?

a) No. Si dos líneas de campo electrostático se cruzaran, en el punto de corte habría dos valores del campo que se diferenciarían, al menos, en su dirección, ya que, por definición, las líneas de campo son tangentes al vector intensidad de campo en cada punto. Y entonces habría dos valores de la intensidad de campo en el mismo punto, lo cual es imposible.

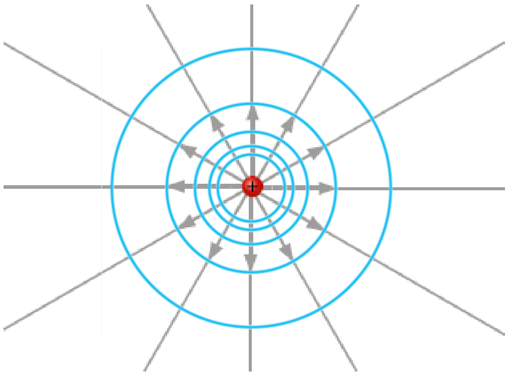
b) Sí, las partículas cargadas se mueven siguiendo las líneas del campo eléctrico, independientemente de que la carga sea positiva o negativa.

18. **Razona las respuestas:**

a) **Dibuja en un mismo esquema las líneas de campo y las superficies equipotenciales de una carga puntual positiva.**

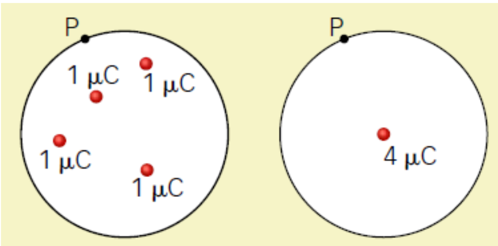
b) **Si se desplaza una carga de un punto a otro a través de una misma superficie equipotencial, ¿qué trabajo se realiza?**

a) Respuesta gráfica.



b) El trabajo sería nulo, puesto que en todos los puntos de una superficie equipotencial el potencial eléctrico tiene el mismo valor, y el trabajo es igual al producto de la carga por la diferencia de potencial entre ambos puntos.

19. **Observa la figura y contesta.**



a) **¿El flujo que atraviesa la esfera es el mismo en ambas situaciones?**

b) **¿El campo eléctrico en el punto P es igual en ambas situaciones?**

a) Sí, puesto que en ambos casos la carga total encerrada es la misma.

b) No, puesto que el campo eléctrico sí depende de la distribución de carga.

20. **Si el flujo neto que atraviesa una superficie cerrada que se sitúa en el interior de un campo eléctrico es cero, ¿pueden existir cargas eléctricas en el interior de dicha superficie? Razona la respuesta.**

Sí; puede haber cargas positivas y negativas, pero la carga total neta debe ser cero.

21. **Dos esferas conductoras de $50 \cdot 10^{-9}$ C cada una se encuentran aisladas en el vacío. Las esferas tienen un radio de 24 y 36 cm, respectivamente, y están separadas 20 m desde sus centros. Si ponemos en contacto las cargas mediante un hilo conductor ideal, se alcanza una situación de equilibrio. Calcula:**

a) **¿Qué fuerza ejerce cada carga sobre la otra cuando están aisladas?**

b) **El potencial al que se encuentra cada una de las esferas antes de ponerlas en contacto.**

c) **Una vez que se establece el equilibrio, ¿cuál es la carga y el potencial de cada esfera?**

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

a) La fuerza entre ambas cargas se calcula mediante la ley de Coulomb:

$$F = k\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{\left(50\cdot10^{-9}\ \text{C}\right)^2}{\left(20\ \text{m}\right)^2} = 5{,}625\cdot10^{-8}\ \text{N}$$

b) El potencial de cada esfera aislada se puede calcular a partir de su carga y su radio:

$$V_1 = k\cdot\frac{q_1}{R_1} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{50\cdot10^{-9}\ \text{C}}{0{,}24\ \text{m}} = 1875\ \text{V}$$

$$V_2 = k\cdot\frac{q_2}{R_2} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{50\cdot10^{-9}\ \text{C}}{0{,}36\ \text{m}} = 1250\ \text{V}$$

c) Al conectarse las esferas y establecerse el equilibrio los potenciales se igualan. Además, como la carga se conserva, la carga total es la suma de las cargas de ambas esferas. Pero las cargas se redistribuyen hasta que ambas esferas adquieren el mismo potencial eléctrico. Entonces podemos escribir:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \cancel{k}\cdot\frac{q'_1}{R_1} = \cancel{k}\cdot\frac{q'_2}{R_2} \rightarrow \frac{q'_1}{0{,}24\ \text{m}} = \frac{q'_2}{0{,}36\ \text{m}}$$

La conservación de la carga nos proporciona la ecuación que nos falta para resolver el problema:

$$q'_1 + q'_2 = 2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C}$$

Nos queda el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{q'_1}{0{,}24\ \text{m}} = \dfrac{q'_2}{0{,}36\ \text{m}}\\ q'_1 + q'_2 = 2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C}\end{array}\right\}$$

Despejamos q'_1 de la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$\left.\begin{array}{l}q'_1 = \dfrac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}}\cdot q'_2\\ q'_1 + q'_2 = 2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C}\end{array}\right\} \rightarrow \frac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}}\cdot q'_2 + q'_2 = 2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C} \rightarrow q'_2\cdot\left(\frac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}} + 1\right) = 2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C} \rightarrow$$

$$\rightarrow q'_2 = \frac{2\cdot50\cdot10^{-9}\ \text{C}}{\dfrac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}} + 1} = 6\cdot10^{-8}\ \text{C}$$

Sustituyendo en la primera ecuación obtenemos el valor de la otra carga:

$$q'_1 = \frac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}}\cdot q'_2 = \frac{0{,}24\ \text{m}}{0{,}36\ \text{m}}\cdot6\cdot10^{-8}\ \text{C} = 4\cdot10^{-8}\ \text{C}$$

El potencial eléctrico de ambas esferas, una vez que se alcanza el equilibrio, es el mismo. Lo calculamos a partir de estas nuevas cargas:

$$V'_2 = V'_1 = k\cdot\frac{q'_1}{R_1} = 9\cdot10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\cdot\frac{4\cdot10^{-8}\ \text{C}}{0{,}24\ \text{m}} = 1500\ \text{V}$$

22. Dos esferas conductoras descargadas de radios $R_1 = 12$ cm y $R_2 = 4$ cm, respectivamente, están separadas por una distancia mucho mayor que sus radios y conectadas mediante un alambre conductor ideal. A continuación, se sitúa una carga puntual $Q = +100$ nC sobre una de las esferas. Calcula:

a) El campo eléctrico en la proximidad de la superficie de cada esfera.

b) El potencial eléctrico en el centro de cada esfera conductora. (Suponemos que la carga sobre el alambre de conexión es despreciable).

Dato: $k = 9\cdot10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$.

a) Al estar conectadas por un alambre las dos esferas conductoras, el potencial se iguala y la carga puede pasar de una a otra. El campo eléctrico en cada esfera se calcula a partir de la carga de cada esfera y de su radio. Debemos conocer, pues, cuál será la carga de cada esfera.

Para ello planteamos un sistema de ecuaciones donde la primera ecuación se obtiene de la igualdad de los potenciales:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \cancel{k} \cdot \frac{q_1}{R_1} = \cancel{k} \cdot \frac{q_2}{R_2} \rightarrow \frac{q_1}{0{,}12\ \text{m}} = \frac{q_2}{0{,}04\ \text{m}} \rightarrow q_1 = \frac{0{,}12\ \text{m}}{0{,}04\ \text{m}} \cdot q_2 = 3 \cdot q_2$$

Por otra parte, sabemos que la carga total es de 100 nC. Por tanto, la segunda ecuación se obtiene de la conservación de la carga:

$$q_1 + q_2 = 100 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$$

Sustituyendo el valor de q_1 en función de q_2 de la primera ecuación en la segunda obtenemos el valor de q_2:

$$3 \cdot q_2 + q_2 = 100 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \rightarrow 4 \cdot q_2 = 100 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \rightarrow q_2 = \frac{100 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{4} = 25 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$$

Y entonces q_1 vale:

$$q_1 = 3 \cdot q_2 = 3 \cdot 25 \cdot 10^{-9}\ \text{C} = 75 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$$

Ahora ya podemos calcular el campo eléctrico en las inmediaciones de cada esfera:

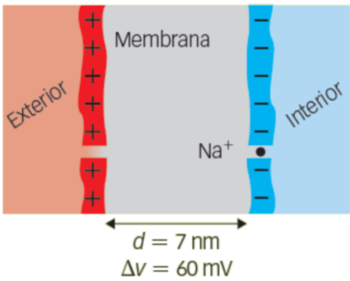
$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{R_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{75 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(0{,}12\ \text{m})^2} = 4{,}69 \cdot 10^4\ \text{N/C}$$

$$E_2 = k \cdot \frac{q_2}{R_2^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{25 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{(0{,}04\ \text{m})^2} = 1{,}41 \cdot 10^5\ \text{N/C}$$

b) El potencial eléctrico en el centro de cada esfera conductora coincide con el potencial en la superficie, puesto que el potencial es constante. Además, como las esferas están conectadas, el potencial es el mismo en ambas esferas. Por tanto:

$$V_2 = V_1 = k \cdot \frac{q_1}{R_1} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{75 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{0{,}12\ \text{m}} = 5625\ \text{V}$$

23. Muchos de los procesos de nuestro organismo tienen lugar en las membranas celulares, que dependen de su estructura eléctrica. figura muestra el esquema de una membrana biológica.



a) ¿Cuál sería el campo eléctrico en el interior de la membrana de la figura? Indica el módulo, la dirección y el sentido.

b) ¿Cuánta energía es necesaria para transportar el ion Na^+ de la cara negativa a la positiva?

Dato: $q(Na^+) = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

a) El campo va desde las cargas positivas hacia las cargas negativas. Tiene dirección horizontal según el dibujo.

El módulo se puede calcular a partir de la diferencia de potencial y de la distancia mediante la expresión:

$$E = \frac{\Delta V}{r} = \frac{60 \cdot 10^{-3}\ \text{V}}{7 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 8{,}57 \cdot 10^6\ \text{V/m}$$

Por tanto, el vector campo eléctrico será:

$$\vec{E} = 8{,}57 \cdot 10^6\ \vec{i}\ \text{V/m}$$

b) La energía necesaria para transportar el ion de la cara negativa a la positiva será igual al trabajo y este viene dado por la variación de la energía potencial entre la posición final, la cara positiva, que denominaremos 2, y la inicial, la cara negativa, que denominaremos 1, por tanto:

$$W = -(\Delta E_P) = -(E_{P2} - E_{P1}) = E_{P1} - E_{P2} = q \cdot (V_1 - V_2) = -q \cdot \Delta V$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$W = -(\Delta E_P) = -q \cdot \Delta V = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 60 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = -9{,}6 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

El signo negativo indica que es un trabajo que debemos realizar; la carga no pasa espontáneamente desde la posición inicial a la final. Por tanto, es energía que tenemos que aportar al sistema: $9{,}6 \cdot 10^{-21}$ J.

24. Se introduce una gota entre dos láminas suficientemente grandes, suspendidas horizontalmente en el aire y separadas una distancia $d = 0{,}3$ m una de otra. La gota tiene una densidad de 0,86 g/mL y su radio es $3{,}75 \cdot 10^{-5}$ cm. Cuando la diferencia de potencial entre las placas es de 55,8 V, la gota se encuentra en equilibrio. ¿Cuántos electrones tiene la gota?

Datos: $q_e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $g = 9{,}8$ N/kg.

Si la gota se encuentra en equilibrio, es porque se igualan la fuerza eléctrica sobre ella, vertical y hacia arriba, y la fuerza peso, vertical y dirigida hacia abajo. La fuerza eléctrica puede calcularse a partir de la diferencia de potencial de las placas, relacionando la diferencia de potencial y el campo eléctrico.

Escribimos la densidad en el SI:

$$0{,}86\ \frac{\cancel{\text{g}}}{\cancel{\text{mL}}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{mL}}}{1\ \cancel{\text{L}}} \cdot \frac{1000\ \cancel{\text{L}}}{1\ \text{m}^3} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \cancel{\text{g}}} = 860\ \text{kg/m}^3$$

Podemos escribir entonces:

$$F_E = F_G \rightarrow q \cdot E = m \cdot g \rightarrow q \cdot \frac{\Delta V}{d} = \rho \cdot V_{\text{Gota}} \cdot g \rightarrow$$

$$\rightarrow q = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot g \cdot d}{\Delta V} = \frac{860\ \text{kg/m}^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot \left(3{,}75 \cdot 10^{-7}\ \text{m}\right)^3 \cdot 9{,}81\ \text{N/kg} \cdot 0{,}3\ \text{m}}{55{,}8\ \text{V}} = 10^{-17}\ \text{C}$$

Y a partir de la carga del electrón deducimos el número de electrones que tiene la gota:

$$10^{-17}\ \cancel{\text{C}} \cdot \frac{1\ \text{e}^-}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \cancel{\text{C}}} = 63\ \text{electrones}$$

25. Un relámpago se produce cuando pasa carga eléctrica desde la nube hasta el suelo o viceversa. Suponemos un relámpago en el que la cantidad de carga transferida es de 60 C. Sabiendo que la diferencia de potencial entre la nube y el suelo es $2 \cdot 10^9$ V:

a) ¿Cuánta energía se libera?

b) El campo eléctrico que se genera entre la nube y el suelo es uniforme y perpendicular a esta. Calcula la intensidad del campo eléctrico si la nube se encuentra a 600 m sobre el suelo.

a) La energía liberada será el trabajo necesario para que la carga eléctrica del relámpago pase de la nube al suelo o viceversa. Depende de la carga neta y de la diferencia de potencial entre la nube y el suelo:

$$W = q \cdot \Delta V = 60\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^9\ \text{V} = 1{,}2 \cdot 10^{11}\ \text{J}$$

b) Como el campo eléctrico es uniforme y perpendicular a la superficie de la Tierra, la relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial es:

$$-\Delta V = \vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \rightarrow |\Delta V| = |\vec{E}| \cdot |\Delta\vec{r}| \rightarrow |\vec{E}| = \frac{|\Delta V|}{|\Delta\vec{r}|} = \frac{2 \cdot 10^9\ \text{V}}{600\ \text{m}} = 3{,}\widehat{3} \cdot 10^6\ \text{N/C}$$

26. Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme de 200 N/C. La velocidad inicial del electrón es de $4 \cdot 10^6$ m/s en la dirección y el sentido del campo.

a) Indica cómo cambia la energía del electrón y calcula la distancia que recorre antes de detenerse.

b) Explica qué ocurriría si la partícula fuese un positrón.

Datos: $q_e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Si el electrón se mueve en la dirección y sentido del campo eléctrico, irá frenando. Su energía cinética irá disminuyendo y entonces irá aumentando su energía potencial. Sufre una fuerza eléctrica que le ocasiona una aceleración en sentido opuesto a su velocidad inicial.

$$\vec{F}=q\cdot\vec{E}\rightarrow m\cdot a=q\cdot E\rightarrow a=\frac{q\cdot E}{m}=\frac{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 200\ \text{N/C}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}=3{,}52\cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2$$

Entonces podemos aplicar las ecuaciones del MRUA:

$$v=v_0-a\cdot t\ ;\ s=v_0\cdot t-\frac{1}{2}a\cdot t^2$$

Como la velocidad final es cero:

$$0=v_0-a\cdot t\rightarrow t=\frac{v_0}{a}$$

Y sustituyendo en la ecuación del espacio en un MRUA:

$$s=v_0\cdot t-\frac{1}{2}a\cdot t^2=v_0\cdot\frac{v_0}{a}-\frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{v_0}{a}\right)^2=\frac{v_0^2}{a}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v_0^2}{a}=\frac{1}{2}\cdot\frac{v_0^2}{a}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(4\cdot 10^6\ \text{m/s}\right)^2}{3{,}52\cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2}=0{,}23\ \text{m}$$

b) Si la partícula fuese un positrón, la aceleración tendría la misma dirección y sentido que la velocidad inicial, por lo que el positrón iría aumentando su velocidad y no se detendría. En este caso la energía cinética iría aumentando y la energía potencial iría disminuyendo.

27. **Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme con una velocidad $\vec{v}_1=4\cdot 10^6\ \vec{i}\ \text{m/s}$. Después de recorrer 100 cm el electrón se detiene debido a la acción del campo. Calcula, despreciando los efectos de la fuerza gravitatoria:**

a) El módulo, la dirección y el sentido del campo.

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico para detener el electrón.

Datos: $m_e=9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg; $q_e=-1{,}602\cdot 10^{-19}$.

a) Si el electrón se detiene, es porque sufre una fuerza en sentido opuesto al de su velocidad. Por tanto, el campo eléctrico tiene la dirección de dicha fuerza y el mismo sentido que la velocidad del electrón.

Podemos hacer un balance energético con los instantes inicial y final. Como se acaba parando, la energía cinética final del electrón es cero.

Por tanto, aplicando el principio de conservación de la energía obtenemos:

$$E_{\text{T}1}=E_{\text{T}2}\rightarrow\frac{1}{2}m\cdot v^2=0+\left|q\cdot\Delta V\right|\rightarrow\frac{1}{2}m\cdot v^2=0+\left|q\cdot E\cdot d\right|\rightarrow$$

$$\rightarrow E=\frac{1}{2}\cdot\frac{m\cdot v^2}{q\cdot d}=\frac{1}{2}\cdot\frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(4\cdot 10^6\ \text{m/s}\right)^2}{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 1\ \text{m}}=45{,}49\ \text{N/C}$$

Es decir, el vector campo eléctrico será:

$$\vec{E}=45{,}49\ \vec{i}\ \text{N/C}$$

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico para detener al electrón coincide con la energía cinética inicial del electrón:

$$W=\frac{1}{2}m\cdot v^2=\frac{1}{2}\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\ \text{kg}\cdot\left(4\cdot 10^6\ \text{m/s}\right)^2=7{,}29\cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

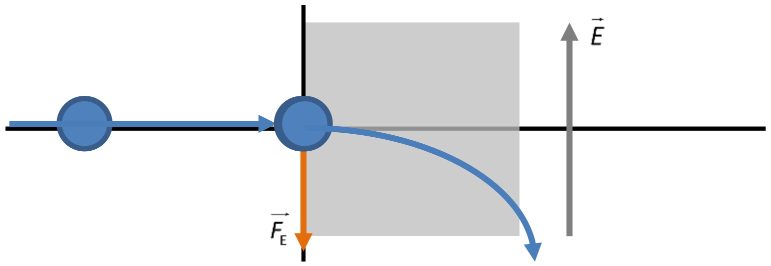
28. **Una partícula de carga negativa se mueve en el sentido positivo del eje X con una velocidad constante de 0,4 m/s. En la región $x>0$ existe un campo eléctrico uniforme de 250 N/C dirigido en el sentido positivo del eje Y. La partícula de 2,5 g de masa y carga eléctrica $q=-3\cdot 10^{-6}$ C continúa su movimiento rectilíneo y uniforme hasta penetrar en la región donde se encuentra el campo.**

a) Haz un esquema de la trayectoria seguida por la partícula y razona si aumenta o disminuye su energía potencial después de penetrar en el campo.

b) Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico para desplazar la partícula desde el punto (0, 0) m hasta la posición que ocupa 10 s más tarde.

Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

a) Tras penetrar en el campo, la partícula sufre una fuerza vertical, en la dirección del campo, y, como tiene carga negativa, en sentido opuesto al campo. Es decir, la trayectoria de la partícula se va curvando hacia abajo, siguiendo un movimiento parabólico, puesto que en la dirección horizontal no existe ninguna fuerza y en la dirección vertical hay una fuerza constante.



Su energía cinética aumenta, puesto que la componente horizontal de su velocidad se mantiene constante y adquiere cierta velocidad en la dirección vertical. Entonces, para que se conserve la energía total la energía potencial debe ir disminuyendo.

b) El trabajo realizado por el campo puede calcularse a partir de la variación de energía cinética. Al penetrar en el campo, la partícula sufre una fuerza que le provoca una aceleración en la dirección vertical. La fuerza eléctrica es mucho mayor que la fuerza gravitatoria, por lo que escribimos:

$$F = q \cdot E \rightarrow m \cdot a \simeq q \cdot E \rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{3 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 250\ \text{N/C}}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}} = 0{,}3\ \text{m/s}^2$$

De este modo:

$$v_{\text{f y}} = v_{0\,\text{y}} + a_{\text{y}} \cdot t$$

Al cabo de 10 s la velocidad en el eje Y habrá aumentado, y valdrá:

$$v_{\text{f y}} = 0 + 0{,}3\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s} = 3\ \text{m/s}$$

Entonces la velocidad total de la partícula al cabo de esos 10 s será:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(0{,}4\ \text{m/s})^2 + (3\ \text{m/s})^2} = 3{,}03\ \text{m/s}$$

Por tanto, haciendo el balance energético podemos escribir el trabajo como la diferencia de energía cinética entre ambas posiciones:

$$W = \Delta E_{\text{C}} \rightarrow W = E_{\text{C}\,2} - E_{\text{C}\,1} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(v^2 - v_0^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \left[(3{,}03\ \text{m/s})^2 - (0{,}4\ \text{m/s})^2\right] = 0{,}011\ \text{J}$$

Es un trabajo positivo porque es un trabajo que realiza el campo.

29. Dos cargas eléctricas puntuales negativas están situadas en dos puntos A y B de una recta. ¿En algún punto de esa recta puede ser nulo el campo eléctrico? ¿Y si las dos cargas fueran positivas? Justifica las respuestas.

El campo será nulo en un punto situado entre ambas cargas. Si ambas cargas son iguales, el campo será nulo en el punto que equidista de ambas cargas. Si una carga es mayor que la otra, el campo será nulo en un punto situado más cerca de la carga de menor valor.

Si las dos cargas son positivas, la respuesta es la misma, puesto que ambas cargas siguen siendo del mismo tipo.

30. Dos cargas q_1 y q_2 están separadas una distancia *d*. Si el campo eléctrico a 3/5 de *d* de la carga q_1 hacia la carga es nulo, ¿qué relación existe entre las cargas?

En el punto señalado los campos creados por ambas cargas deben ser del mismo módulo y tener sentidos opuestos. Estos campos vendrán dados por las siguientes expresiones:

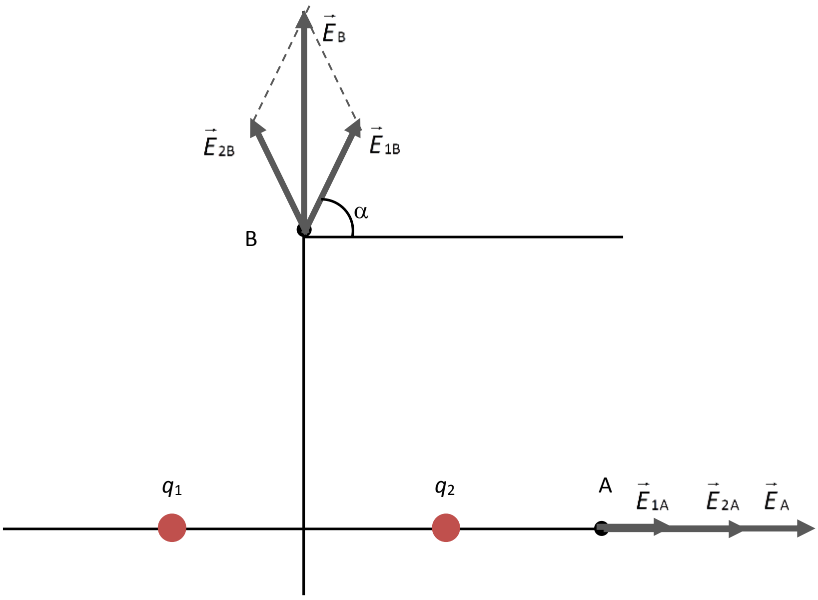
$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2}\ ;\ E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2}$$

Imponiendo que ambos campos son iguales en módulo obtenemos la relación entre las cargas:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \cancel{k} \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = \cancel{k} \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{q_1}{\left(\frac{3}{5}d\right)^2} = \frac{q_2}{\left(\frac{2}{5}d\right)^2} \rightarrow \frac{q_1}{\frac{9}{\cancel{25}}\cancel{d^2}} = \frac{q_2}{\frac{4}{\cancel{25}}\cancel{d^2}} \rightarrow q_1 = \frac{9}{4}q_2$$

31. Dos cargas puntuales iguales y de 4 nC están situadas en los puntos (–2, 0) m y (2, 0) m del plano XY. Determina el vector campo eléctrico en los puntos A (4, 0) m y B (0, 4) m. ¿En qué punto del plano se anulará el campo?

En este caso podemos dibujar la situación presentada. Dada la simetría del problema, los campos pedidos serán del mimo módulo y dirección, y tendrán sentidos opuestos. El campo en el punto A estará dirigido hacia la parte positiva del eje X, mientras que el campo en B estará dirigido hacia la parte positiva del eje Y.



En A (4, 0) podemos calcular el campo total como la suma de dos campos. Teniendo en cuenta que $q_1 = q_2 = q$:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}^2}\vec{i} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2A}^2}\vec{i} = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}^2} + \frac{1}{r_{2A}^2}\right)\vec{i} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot \left(\frac{1}{(6\ \text{m})^2} + \frac{1}{(2\ \text{m})^2}\right)\vec{i} = 10\ \vec{i}\ \text{N/C}$$

Las componentes horizontales del campo creado por las dos cargas en el punto B se anulan, mientras que las componentes verticales se suman. Por tanto, el campo total en B (0, 4) es:

$$\vec{E}_B = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1B}^2} \cdot \text{sen}\alpha\ \vec{j} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2B}^2} \cdot \text{sen}\alpha\ \vec{j}$$

Donde el ángulo α será:

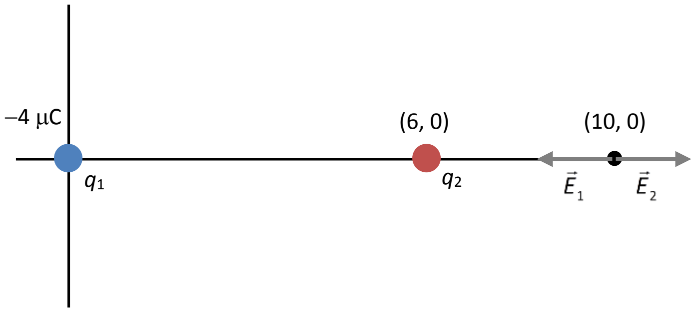
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow \alpha = 63{,}43°$$

Teniendo en cuenta que $q_1 = q_2 = q$ y $r_{1B} = r_{2B} = r$:

$$\vec{E}_B = k \cdot q \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \frac{2}{r^2}\,\vec{j} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot \text{sen}\,63{,}43° \cdot \frac{2}{\left(\sqrt{20}\ \text{m}\right)^2}\,\vec{j} = 3{,}22\,\vec{j}\ \text{N/C}$$

El campo se anulará en un punto entre las cargas. Como ambas cargas son iguales, el campo se anulará en el punto medio entre ambas, es decir, en el origen de coordenadas, en el punto (0, 0).

32. Sean una carga puntual q_1 de –4 μC y otra q_2 de valor desconocido situadas en los puntos (0, 0) m y (6, 0) m, respectivamente. Calcula el valor que debe tener q_2 para que el campo generado por ambas cargas en el punto (10, 0) m sea nulo. Haz un esquema con los vectores campo eléctrico creados por cada una de las cargas en ese punto.



Si la carga situada en (0, 0) es negativa, la otra carga debe ser positiva, para que los campos en el punto (10, 0) tengan la misma dirección y sentidos opuestos y así poder anularse.

Además, puesto que la carga q_2 está más cerca del punto (10, 0), el valor de la carga debe ser menor que el de la carga q_1, para que ambos campos tengan el mismo módulo.

Si el campo total es nulo, el módulo del campo que crea la carga q_1 en el punto (10, 0) debe ser igual al módulo del campo que crea la carga q_2 en el mismo punto. Podemos escribir:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow \cancel{k} \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = \cancel{k} \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \rightarrow q_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot |q_1| = \left(\frac{4}{10}\right)^2 \cdot \left|4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}\right| = 6{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

33. Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «El trabajo realizado por una fuerza de tipo eléctrico en una trayectoria cerrada es siempre cero».

Verdadero, puesto que la fuerza eléctrica es una fuerza conservativa.

34. Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La intensidad de campo eléctrico puede ser nula y el potencial ser distinto de cero en un punto rodeado de cargas eléctricas».

Verdadero. Por ejemplo, si tenemos un sistema de dos cargas iguales, en el punto medio entre ambas el campo eléctrico será nulo y el potencial no lo será.

35. Razona: ¿se puede determinar el campo eléctrico en un punto si conocemos el potencial en dicho punto?

No, en general. El potencial es un escalar, mientras que el campo eléctrico es un vector.

36. En una región del espacio en la que existe un campo eléctrico queremos desplazar una carga desde un punto A a un punto B. Si los potenciales en los puntos A y B valen V_A = 50 V y V_B = 80 V, respectivamente, calcula el trabajo que debe realizar el campo para transportar una carga de 4 μC desde el punto A hasta el punto B.

El trabajo realizado para llevar la carga se calcula a partir de la diferencia de energía potencial en ambos puntos:

$$W = -\Delta E_P = -\left(E_{P\,\text{Final}} - E_{P\,\text{Inicial}}\right) = -q \cdot \left(V_{\text{Final}} - V_{\text{Inicial}}\right) = -4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot \left(80\ \text{V} - 50\ \text{V}\right) = -1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Es un trabajo negativo. Esto quiere decir que la carga no pasa espontáneamente desde el punto A hasta el punto B.

37. Una carga positiva q_1 de 7,4 nC se encuentra fija en un punto. A 3,4 mm de distancia de la primera carga se coloca una partícula q_2 de $5 \cdot 10^{-6}$ kg y 8,4 nC y se deja libre. Calcula la velocidad que alcanza q_2 cuando se encuentra a 6,8 mm de q_1.

La velocidad se puede calcular aplicando el principio de conservación de la energía. La energía final debe coincidir con la energía inicial. Al principio, como la carga q_2 se deja libre, su energía cinética es nula. Pero luego comenzará a moverse por acción de la otra carga (como las dos son positivas, se alejará). Su energía cinética aumentará, pero su energía potencial electrostática disminuirá. Si denotamos con A el instante en el que se encuentran a 3,4 mm ambas cargas y B aquel correspondiente a 6,8 mm, tenemos que, para la carga q_2:

$$E_A = E_B \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow 0 + q_2 \cdot V_A = \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2 + q_2 \cdot V_B \rightarrow$$

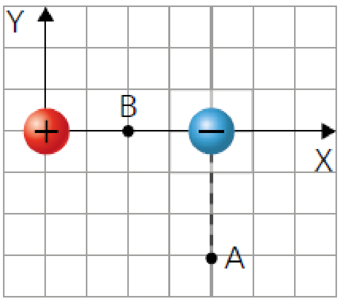
$$\rightarrow q_2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}} = \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2 + q_2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r_{1B}} \rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2 = q_2 \cdot k \cdot q_1 \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}} - \frac{1}{r_{1B}} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2 = q_2 \cdot k \cdot q_1 \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}} - \frac{1}{r_{1B}} \right) - \frac{q_2^2 \cdot k}{r_{2B}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q_2 \cdot k \cdot q_1}{m_2} \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}} - \frac{1}{r_{1B}} \right)}$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-9}\,\text{C} \cdot 9 \cdot 10^9 \,\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 7{,}4 \cdot 10^{-9}\,\text{C}}{5 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}} \cdot \left(\frac{1}{3{,}4 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{6{,}8 \cdot 10^{-3}} \right)} = 5{,}74 \text{ m/s}$$

38. Tenemos dos cargas eléctricas q_1 y q_2 situadas en el plano XY en los puntos (0, 0) m y (8, 0) m, respectivamente, como muestra la figura. Si las cargas tienen los valores $q_1 = 10$ μC y $q_2 = -6$ μC, calcula:

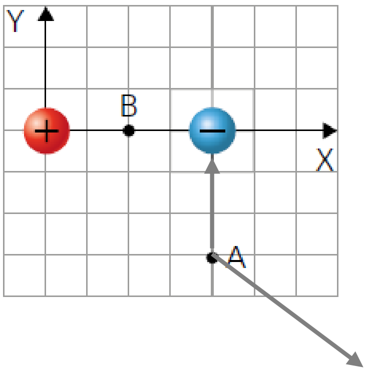


a) El vector campo eléctrico en el punto A (8, –6) m.

b) El potencial eléctrico en el punto B (4, 0) m. Considerando que el potencial eléctrico en el infinito es nulo, ¿cuál es el trabajo necesario para traer una carga de -10^{-12} C desde el infinito hasta el punto B?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C².

a) En A (8, –6) la carga negativa crea un campo vertical y hacia arriba.



La carga positiva crea un campo hacia la derecha y hacia abajo, en la dirección que une A con la carga positiva, tal y como se indica en el esquema.

El ángulo que formará dicho campo con la horizontal puede calcularse fácilmente:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{6}{8} \rightarrow \alpha = 36{,}87^\circ$$

El campo total será el vector resultante de estos dos campos.

Calculemos el campo que crea la carga q_1 en A. Trabajamos en unidades del SI.

$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}^2} \cdot \cos\alpha\ \vec{i} - k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}^2} \cdot \text{sen}\ \alpha\ \vec{j} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(6\ \text{m})^2 + (8\ \text{m})^2} \cdot \frac{8}{\sqrt{(6\ \text{m})^2 + (8\ \text{m})^2}}\ \vec{i} - 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(6\ \text{m})^2 + (8\ \text{m})^2} \cdot \frac{6}{\sqrt{(6\ \text{m})^2 + (8\ \text{m})^2}}\ \vec{j}$$

$$= 720\ \vec{i} - 540\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

Análogamente para el campo que crea la carga q_2 en A:

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_{2A}^2} \cdot \vec{j} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(6\ \text{m})^2} \cdot \vec{j} = 1500\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

Y sumando vectorialmente ambos campos:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 720\ \vec{i} - 540\ \vec{j}\ \text{N/C} + 1500\ \vec{j}\ \text{N/C} = 720\ \vec{i} + 960\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El módulo de este vector es:

$$E_A = \sqrt{720^2 + 960^2} = 1200\ \text{N/C}$$

b) El potencial eléctrico en B se calcula fácilmente a partir del valor de las cargas y de la distancia existente entre el punto y cada una de las cargas:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1B}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2B}}$$

Teniendo en cuenta que $r_{1B} = r_{2B} = r$:

$$V_B = \frac{k}{r} \cdot (q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}{4\ \text{m}} \cdot \left(10 \cdot 10^{-6}\ \text{C} - 6 \cdot 10^{-6}\ \text{C}\right) = 9000\ \text{V}$$

El trabajo necesario para traer una carga desde al infinito al punto B se puede calcular así:

$$W = -\Delta E_P = -\left(E_{P\,B} - E_{P\,\text{Inicial}}\right) = \underbrace{E_{P\,\text{Inicial}}}_{0} - E_{P\,B} = -q \cdot V_B = -\left(-10^{-12}\ \text{C}\right) \cdot 9000\ \text{V} = 9 \cdot 10^{-9}\ \text{J}$$

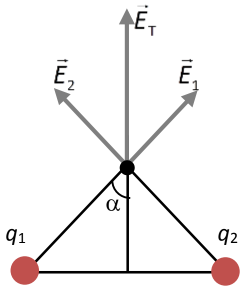
El signo positivo del trabajo indica que esta carga se desplaza de forma espontánea desde el infinito hasta el punto B.

39. Se disponen dos cargas eléctricas q_1 y q_2 colocadas simétricas a 1 m a la izquierda y a la derecha, respectivamente, del origen de coordenadas. Determina:

a) Los valores de las cargas q_1 y q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0, 1) sea $\vec{E} = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{N/C}$.

b) La relación entre las cargas q_1 y q_2 para que el potencial eléctrico a 2 m del origen en sentido OX positivo sea cero.

a) Elaboramos un esquema de la situación. Como se aprecia en el esquema, si el campo tiene únicamente componente vertical, es porque ambas cargas son iguales. En caso contrario, uno de los campos tendría una componente horizontal mayor que el otro.



La distancia de cada carga al punto pedido es:

$$r = \sqrt{(1\ \text{m})^2 + (1\ \text{m})^2} = \sqrt{2}\ \text{m}$$

Entonces:

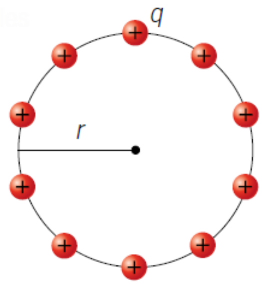
$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_{1x}\vec{i} + E_{1y}\vec{j} - E_{2x}\vec{i} - E_{2y}\vec{j} = 2 \cdot E_{1y}\vec{j} = 2 \cdot E_1 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{j} = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r^2} \cdot \cos\alpha \cdot \vec{j} \rightarrow$$

$$\rightarrow q_1 = \frac{|E_T| \cdot r^2}{2 \cdot k \cdot \cos\alpha} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 3{,}143 \cdot 10^{-5}\ \text{C}$$

b) El potencial eléctrico en el punto (2, 0), a partir de ahora lo denominaremos B, se calcula a partir del valor de las cargas y de la distancia existente entre el punto y cada una de las cargas:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1B}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2B}} = 0 \rightarrow \frac{q_1}{r_{1B}} = -\frac{q_2}{r_{2B}} \rightarrow q_2 = -\frac{r_{2B}}{r_{1B}} \cdot q_1 \rightarrow q_2 = -\frac{1}{3} \cdot q_1$$

40. **Una distribución de cargas puntuales consiste en diez cargas iguales $q = 8\ \mu C$ situadas equidistantes sobre una circunferencia de radio $r = 2$ m, calcula.**



a) El potencial eléctrico en el centro de la circunferencia.

b) El trabajo necesario para traer una carga $q = 2\ \mu C$ desde el infinito hasta el centro de la circunferencia.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

a) El potencial eléctrico en el centro se calcula a partir del valor de las cargas y de la distancia existente entre el punto y cada una de las cargas. Como la distancia a todas las cargas es la misma y las cargas son todas iguales:

$$V = \sum_i V_i = \sum_i k \cdot \frac{q_i}{r} = 10 \cdot k \cdot \frac{q}{r} = 10 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}\ C}{2\ m} = 3{,}6 \cdot 10^5\ V$$

b) El trabajo necesario para traer una carga desde al infinito al punto B se puede calcular así:

$$W = -\Delta E_P = -\left(E_{P\,Centro} - E_{P\,Inicial}\right) = \underset{0}{E_{P\,Inicial}} - E_{P\,Centro} = -q \cdot V = -2 \cdot 10^{-6}\ C \cdot 3{,}6 \cdot 10^5\ V = -0{,}72\ J$$

Es un trabajo negativo; por tanto, es un trabajo que hay que realizar para trasladar la carga.

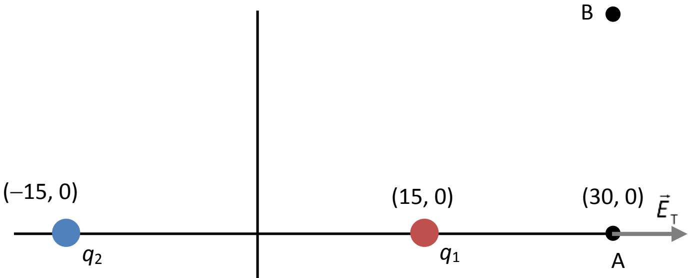
41. **Sean dos cargas eléctricas iguales y de signos contrarios que se encuentran fijas y separadas una distancia de 30 m. La carga positiva se encuentra a 15 m a la derecha del origen de coordenada y la carga negativa, simétrica respecto al origen, a 15 m a la izquierda. En el punto A (30, 0) el campo eléctrico vale $E = 120$ V/m en sentido eje OX positivo.**

a) Calcula el valor de las cargas que crean el campo.

b) Sabiendo que el potencial en el punto B (30, 20) es igual a 598,18 V, determina el trabajo necesario para trasladar una carga de $-2 \cdot 10^{-9}$ C desde B hasta A.

c) Según lo calculado en el apartado anterior, contesta, justificando la respuesta, ¿el trabajo lo realiza el campo eléctrico o debe ser realizado por un agente externo?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.



a) El campo en el punto indicado se puede calcular a partir de los campos que crea cada carga.

Como las cargas son opuestas, en el punto señalado los campos tendrán sentidos opuestos, y el campo se podrá calcular restando los módulos de ambos campos.

Teniendo en cuenta que $q_1 = q_2 = q$:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E = E_1 - E_2 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} - k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow q = \frac{E}{k \cdot \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)} = \frac{120\ N/C}{9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \left(\frac{1}{(15\ m)^2} - \frac{1}{(45\ m)^2}\right)} = 3{,}375 \cdot 10^{-6}\ C$$

Por tanto, $q_1 = 3{,}375 \cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = -3{,}375 \cdot 10^{-6}$ C.

b) Hay que calcular el potencial en A y B. Teniendo en cuenta que q_1 y q_2 tienen el mismo valor pero distinto signo:

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = k \cdot \frac{q_1}{r_{1A}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{2A}} = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_{1A}} + \frac{q_2}{r_{2A}}\right) = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}} - \frac{1}{r_{2A}}\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot 3{,}375 \cdot 10^{-6}\ C \cdot \left(\frac{1}{15\ m} - \frac{1}{45\ m}\right) = 1350\ V$$

Conocido el valor de la carga que queremos desplazar y el potencial en los puntos inicial y final ya podemos calcular el trabajo pedido:

$$W = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = q \cdot (V_B - V_A) = -2 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \cdot (598{,}18\ \text{V} - 1350\ \text{V}) = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

c) Como el trabajo es positivo, esto quiere decir que lo realiza el campo.

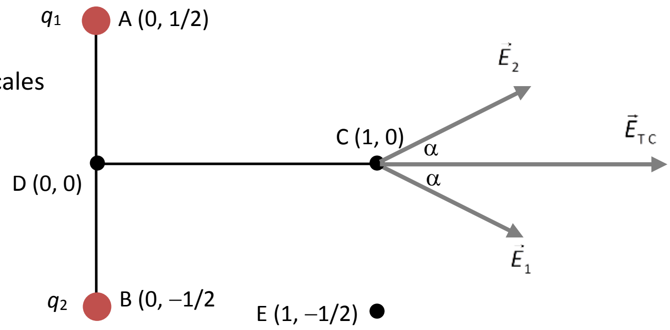
42. Dos cargas eléctricas de +16 μC están situadas en A (0, 1/2) m y B (0, –1/2) m. Calcula:

a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en C (1, 0) m y en D (0, 0) m.

b) Una partícula de masa m = 2 g y carga q = –2 μC se coloca en C con una velocidad inicial de 30 m/s en la dirección negativa del eje X. Si solo intervienen fuerzas eléctricas, calcula la velocidad de esta partícula al llegar al punto D.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

a) El campo en el punto C, por la simetría del problema, tendrá dirección horizontal y hacia la derecha, puesto que las componentes verticales tienen igual módulo y sentidos opuestos, tal y como se aprecia en la figura.



Entonces podemos escribir el módulo del campo total como el doble de la componente horizontal del campo que crea cualquiera de las cargas en dicho punto.

El coseno del ángulo α valdrá:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}25}}$$

Entonces se puede escribir el campo total en C de este modo:

$$\vec{E}_{TC} = 2 \cdot E_1 \cdot \cos\alpha\ \vec{i} = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \cos\alpha\ \vec{i} = -2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{\left(\frac{1}{2}\ \text{m}\right)^2 + (1\ \text{m})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1{,}25}}\ \vec{i} = -2{,}06 \cdot 10^5\ \vec{i}\ \text{N/C}$$

En el punto D el campo total es cero puesto que los campos creados en dicho punto por ambas cargas son iguales en módulo y dirección, y tienen sentidos opuestos.
El potencial en C será:

$$V_C = V_{1\,C} + V_{2\,C} = 2 \cdot V_{1\,C} = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r_{1\,C}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{\sqrt{(1\ \text{m})^2 + \left(\frac{1}{2}\ \text{m}\right)^2}} = 2{,}58 \cdot 10^5\ \text{V}$$

Y en el punto D:

$$V_D = V_{1\,D} + V_{2\,D} = 2 \cdot V_{1\,D} = 2 \cdot k \cdot \frac{q_1}{r_{1\,D}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{1/2\ \text{m}} = 5{,}76 \cdot 10^5\ \text{V}$$

b) Aplicando el principio de conservación de la energía, la energía total de la partícula debe ser la misma en C y en D.

$$E_C = E_D \rightarrow E_{C\,C} + E_{P\,C} = E_{C\,D} + E_{P\,D} \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2}m \cdot v_D^2 + q \cdot V_D \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_D^2 = \frac{1}{2}m \cdot v_C^2 + q \cdot V_C - q \cdot V_D \rightarrow$$

$$\rightarrow v_D = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}m \cdot v_C^2 + q \cdot (V_C - V_D)}{\frac{1}{2}m}} = \sqrt{v_C^2 + \frac{2 \cdot q \cdot (V_C - V_D)}{m}} =$$

$$= \sqrt{(30\ \text{m/s})^2 + \frac{2 \cdot (-2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}) \cdot (2{,}58 \cdot 10^5\ \text{V} - 5{,}76 \cdot 10^5\ \text{V})}{2 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}} = 39{,}19\ \text{m/s}$$

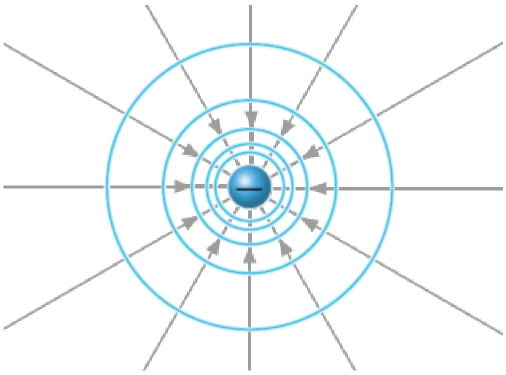
La partícula acelera, puesto que su velocidad inicial tiene el sentido opuesto al campo y la partícula tiene carga negativa. Es decir, sufrirá una fuerza horizontal y hacia la izquierda.

43. Razona la respuesta.

a) Dibuja las líneas de campo y las superficies equipotenciales de una carga puntual negativa.

b) ¿Qué trabajo se realiza si una carga se mueve entre dos puntos a través de una misma superficie equipotencial?

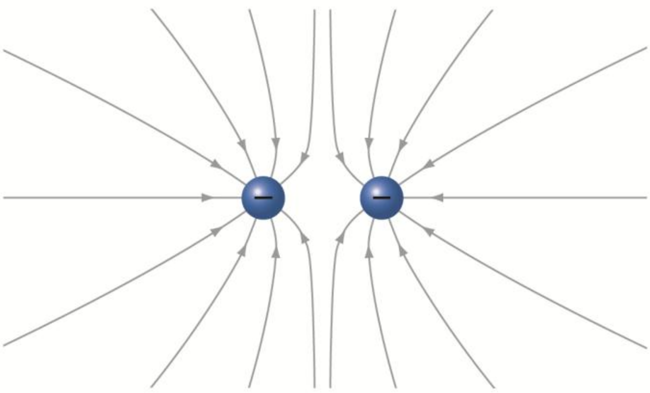
a) Las líneas de campo entran en la carga, mientras que las superficies potenciales son esferas centradas en la carga, puesto que la intensidad del campo depende únicamente de la distancia a la carga y el campo tiene una dirección radial.



b) Si una carga se mueve entre dos puntos de una misma superficie equipotencial, su energía potencial no variará, puesto que en la superficie equipotencial el potencial de una carga es constante. Por tanto, no realizará ningún trabajo.

44. Haz un esquema con las líneas del campo creado por dos cargas negativas iguales y separadas una distancia *d*.

El esquema sería el siguiente:



45. Si en una región del espacio el potencial eléctrico es constante, ¿cómo es el campo eléctrico creado en dicha región?

El campo eléctrico será nulo.

$$-\Delta V = \vec{E} \cdot \vec{r}$$

Si el potencial es constante:

$$-\Delta V = 0 \rightarrow \vec{E} = 0$$

46. Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La unidad del campo eléctrico es N/C y equivale a V/m».

Verdadero. El campo eléctrico puede escribirse así:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \rightarrow [E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Por otra parte:

$$\left.\begin{array}{l} E = k \cdot \dfrac{q}{r^2} \\ V = k \cdot \dfrac{q}{r} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{[E]}{[V]} = \frac{[r]}{[r^2]} = \frac{\text{m}}{\text{m}^2} \rightarrow [E] = \frac{[V]}{\text{m}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

47. Se introduce un electrón, inicialmente en reposo, en el seno de un campo eléctrico uniforme. Contesta:

a) ¿Se desplazará hacia las regiones de mayor o de menor potencial electrostático?

b) ¿Qué ocurriría si introdujéramos un protón?

a) El electrón se desplazará hacia regiones de mayor potencial electrostático, pues tiene carga negativa y sufre una fuerza que se opone en dirección al sentido del campo, y este está dirigido desde potenciales mayores a potenciales menores.

b) Si introducimos un protón, como este tiene carga positiva, sufrirá una fuerza en el mismo sentido que el campo, por lo que se moverá hacia potenciales decrecientes.

48. En la superficie de una esfera conductora se acumula un exceso de un millón de electrones. ¿Cómo crees que será el valor del campo eléctrico en el interior de la esfera: positivo, negativo o nulo? Justifica la respuesta.

El campo en el interior será nulo, puesto que en un conductor la carga se acumula en la superficie y, aplicando el teorema de Gauss, el campo será nulo en cualquier punto interior de la esfera. Si tomamos una esfera de radio menor que el radio de la esfera como superficie de Gauss, la carga encerrada será cero, puesto que la carga solo está en la superficie del conductor, y por tanto el campo en el interior también será cero.

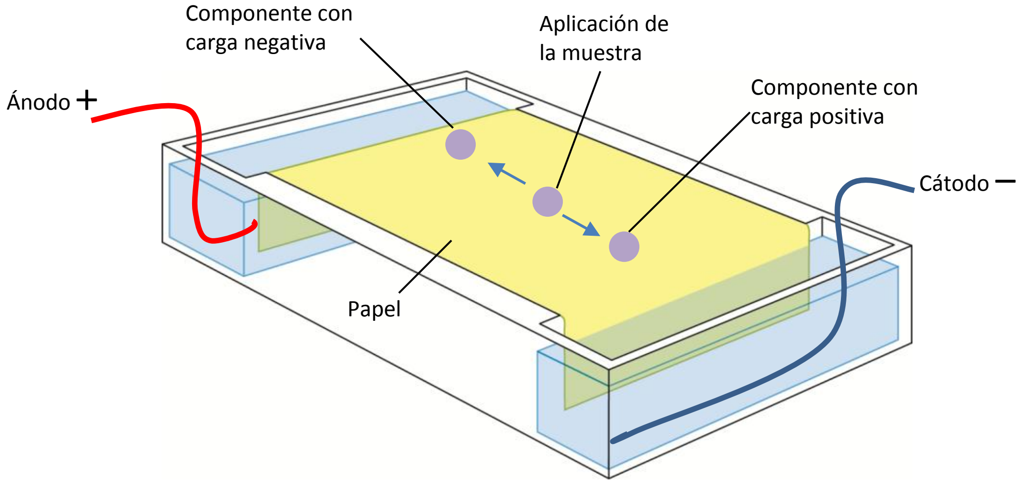
49. La electroforesis es un método para analizar mezclas basado en el desplazamiento de sustancias por la acción de un campo eléctrico. Tenemos una muestra entre dos electrodos separados 20 cm y conectados a una diferencia de potencial de 300 V.

a) Dibuja las líneas del campo eléctrico y las superficies equipotenciales. Indica el potencial de cada superficie.

b) Calcula el valor del campo eléctrico que hay entre los electrodos e indica la dirección y el sentido de las partículas positivas y las negativas.

c) En el aparato de electroforesis las moléculas adquieren carga eléctrica y se desplazan con un movimiento rectilíneo lento y uniforme. Calcula la fuerza eléctrica y la fuerza de fricción que actúan sobre una molécula de timina con una carga de $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Las líneas de campo están dirigidas desde el electrodo a un mayor potencial hasta el electrodo a un menor potencial; es decir, desde el electrodo positivo al negativo. Las superficies equipotenciales son planos perpendiculares a las líneas de campo.



El potencial de cada superficie depende de la distancia a la que se encuentra de los electrodos. Las superficies más cercanas al electrodo positivo tendrán un potencial mayor que las que se encuentran cercanas al electrodo negativo. Si llamamos *d* a la distancia en cm de la superficie equipotencial al electrodo positivo, entonces:

$$V_d = \frac{300}{20}\cdot(20\text{ cm} - d)$$

b) El campo eléctrico puede calcularse a partir de la diferencia de potencial. Estará dirigido desde el electrodo positivo hacia el electrodo negativo.

$$\Delta V = E\cdot r \rightarrow E = \frac{\Delta V}{r} = \frac{300\text{ V}}{0{,}2\text{ m}} = 1500\text{ N/C}$$

Las partículas positivas se moverán en la misma dirección y sentido que tiene el campo, es decir, hacia el electrodo negativo. Las partículas negativas se moverán hacia el electrodo positivo.

c) La fuerza eléctrica se puede calcular multiplicando el valor de la carga por el campo eléctrico. Como la carga es negativa, se moverá en sentido opuesto al campo, hacia el electrodo positivo. La fuerza de fricción es igual a la fuerza eléctrica, puesto que el movimiento es uniforme. El valor de la fuerza es:

$$F_E = |q|\cdot E \rightarrow F = \left|-1{,}6\cdot 10^{-19}\text{ C}\right|\cdot 1500\text{ N/C} = 2{,}4\cdot 10^{-16}\text{ N}$$

50. Dos láminas metálicas separadas 20 cm crean en su interior un campo eléctrico uniforme de 2,5 · 10^4 N/C. Una gota de aceite de 5 · 10^{-14} kg se encuentra, en equilibrio, suspendida a la misma distancia de cada placa.

a) Halla la diferencia de potencial entre las placas indicando el signo de cada una.

b) Halla la carga eléctrica depositada en la gota.

Dato: *g* = 9,8 m/s^2.

a) Existe una relación entre el potencial y el campo eléctrico existente entre las placas:

$$|\Delta V| = E\cdot d = 2{,}5\cdot 10^4\text{ N/C}\cdot 0{,}2\text{ m} = 5000\text{ V}$$

La placa con mayor potencial es aquella de la que parten las líneas de campo, y la de menor potencial, a la que llegan las líneas del campo eléctrico.

b) Si la gota está en equilibrio, es porque se compensan la fuerza gravitatoria y la fuerza eléctrica. Por tanto, podemos escribir:

$$F_E = F_G \rightarrow q\cdot E = F_G \rightarrow q\cdot E = m\cdot g \rightarrow q = \frac{m\cdot g}{E} = \frac{5\cdot 10^{-14}\text{ kg}\cdot 9{,}81\text{ m/s}^2}{2{,}5\cdot 10^4\text{ N/C}} = 1{,}96\cdot 10^{-17}\text{ C}$$

51. En el interior de una cámara aceleradora de 30 cm de longitud los electrones se mueven con un MRUA y una aceleración hacia la derecha de $1{,}20 \cdot 10^{13}$ m/s^2. Supón despreciables los efectos gravitatorios y relativistas.

a) Calcula el vector campo eléctrico en el interior.

b) Calcula la diferencia de potencial entre los extremos de la cámara. ¿Cuánta energía gana cada electrón que atraviesa la cámara?

Datos: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) La aceleración está provocada por una fuerza eléctrica sobre los electrones. Entonces podemos escribir:

$$F_E = q \cdot E = m \cdot a \rightarrow E = \frac{m \cdot a}{q} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 1{,}20 \cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 68{,}24\ \text{N/C}$$

El campo está dirigido en sentido opuesto al de la aceleración de los electrones; por tanto, hacia la izquierda.

b) La diferencia de potencial entre los extremos de la cámara se puede calcular porque en la cámara el campo eléctrico es constante, puesto que la aceleración de los electrones constante implica que la fuerza eléctrica que sufren es constante. Entonces:

$$|\Delta V| = E \cdot d = 68{,}24\ \text{N/C} \cdot 0{,}3\ \text{m} = 20{,}47\ \text{V}$$

La energía que gana cada electrón al atravesar la cámara será igual a la diferencia de energía potencial electrostática entre ambos extremos. Es decir:

$$E_+ - E_- = |\Delta E_P| = E_{P-} - E_{P+} = q \cdot (V_- - V_+) = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 20{,}47\ \text{V} = 3{,}28 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

FÍSICA EN TU VIDA

1. Contesta:

a) ¿Cuál es la función de los condensadores en un flash? ¿Y la del transformador?

b) ¿Por qué es necesario emitir la luz en un periodo corto de tiempo?

a) Los condensadores acumulan carga eléctrica para luego liberarla y producir un destello muy intenso. El transformador modifica el voltaje que llega al aparato.

b) Para que al sensor del teléfono o de la cámara fotográfica solo llegue la luz que refleja el motivo fotografiado.

2. En los flashes profesionales se adjunta un dato llamado tiempo de recarga. Justifica su existencia.

Es el tiempo necesario para recargar el flash después de cada disparo. Esto se debe a que los condensadores necesitan cierto tiempo para adquirir la carga eléctrica.

3. ¿Por qué se ionizan los átomos de xenón que hay dentro del tubo del flash? ¿Qué es lo que los atrae?

Porque se aplica un voltaje muy elevado, lo que consigue atraer a los electrones de los átomos de xenón y arrancárselos, con lo cual los átomos se ionizan. Los atrae una pieza metálica sobre la que se aplica el voltaje tan elevado.

4. ¿Por qué crees que muchos flashes pueden orientarse para que la luz emitida no incida directamente sobre el objeto fotografiado?

Porque así la luz que incide sobre el motivo a fotografiar no es tan directa, es más difusa y las sombras no son tan acusadas. Al inclinar el flash la luz que llega al motivo no proviene solo del flash directamente, sino que también es luz reflejada en un paraguas reflector, por ejemplo, que usan muchos fotógrafos. O en situaciones más normales, la luz emitida por el flash se refleja en techo y paredes antes de incidir sobre el rostro del modelo fotografiado, por ejemplo.

5. **En muchos museos no se permite la fotografía con flash, o directamente no se permite la fotografía. ¿Qué te parecen estas medidas? ¿Crees que sería suficiente con prohibir el flash, pero dejar fotografiar sin él?**

Respuesta personal. La prohibición de fotografiar con flash obedece a dos motivos principalmente:

- Por una parte, algunas obras de arte pueden verse afectadas por los continuos disparos de los visitantes de un museo, por ejemplo. Podemos pensar que realmente un disparo de flash no supone demasiado problema, pero si somos conscientes de los miles de personas que visitan a diario las más conocidas obras de arte de los principales museos, comprenderemos que se pueden producir daños.
- En otros casos la prohibición está más relacionada con el flujo de personas en diferentes salas. Dejar fotografiar con flash implica en muchos casos que los visitantes permanecerán más tiempo en ciertas salas, lo que dificulta el ritmo de visitas en museos muy concurridos. Este es el motivo por el que en muchos museos no se permite fotografiar, ni siquiera sin flash.