PROYECTO SABER HACER

3

Campo magnético

SANTILLANA

Campo magnético

3

PARA COMENZAR

- **¿Por qué las auroras polares se observan casi exclusivamente en latitudes altas, en regiones cercanas a los polos?**

  Porque los polos magnéticos de la Tierra se encuentran situados muy cerca de los polos geográficos.

- **¿Qué relación existe entre las auroras polares y las tormentas solares?**

  Las tormentas solares provocan un incremento en el número de partículas con carga eléctrica que llegan a la Tierra. Entonces, tras producirse tormentas solares, cuando dichas partículas cargadas llegan a la Tierra tiene lugar un incremento del número de auroras, o estas son más intensas.

ACTIVIDADES

1. Los imanes están presentes en muchos dispositivos cotidianos. Utiliza los imanes para diseñar un personaje que acerca la mano cuando se le ofrece algo que le gusta y la retira cuando no le gusta.

Respuesta libre. Hay que tener en cuenta que los polos del mismo tipo se repelen y los polos de tipos opuestos se atraen.

2. El levitrón es otro dispositivo basado en imanes. Explica el funcionamiento del que se muestra en la imagen.

En el levitrón se produce una repulsión magnética entre los imanes que existen en la base que se apoya sobre una mesa, por ejemplo, y los imanes que están en el interior del dispositivo, de manera que este flota, pues la fuerza magnética compensa la atracción gravitatoria ejercida por la Tierra.

3. Un electrón penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme *B* con velocidad constante *v*. Contesta.

a) ¿Qué fuerza actúa sobre el electrón?

b) ¿Bajo qué condiciones el campo magnético no influye en su movimiento?

a) Sobre el electrón actúa la fuerza de Lorentz, cuyo módulo es igual al producto del campo magnético por la carga de la partícula y por la velocidad que lleva. Además, hay que multiplicar por el seno del ángulo que forman la velocidad y el campo magnético.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

b) El campo magnético no influye en su movimiento cuando el producto vectorial de la velocidad por el campo magnético es cero, es decir, cuando ambos forman un ángulo de 0°: son paralelos.

4. Una partícula con carga *q* y velocidad *v* entra en un campo magnético perpendicular a la dirección de movimiento.

a) Analiza el trabajo realizado por la fuerza magnética y la variación de energía cinética de la partícula.

b) Si la partícula se moviese en dirección paralela al campo, ¿qué ocurriría ahora con el trabajo realizado por la fuerza magnética? ¿Y con la variación de energía cinética de la partícula? Explica las diferencias entre ambos casos.

a) Si el campo magnético es perpendicular a la dirección de movimiento, ejercerá sobre la partícula una fuerza llamada fuerza de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} \to F_B = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}\,\alpha = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}\,90^\circ = q\cdot v\cdot B$$

Como vemos en la expresión anterior, la fuerza es perpendicular a la velocidad de la partícula; en consecuencia, no se realiza trabajo porque el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento es nulo al intervenir un ángulo de 90° en el producto escalar:

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} = 0$$

En consecuencia, como el trabajo es igual a la variación de energía cinética, no habrá variación en la energía cinética de la partícula. La partícula cambia de dirección, pero el módulo de su velocidad no varía.

b) Si la partícula se mueve en dirección paralela al campo, la fuerza de Lorentz será nula, y entonces tampoco habrá trabajo realizado, y tampoco habrá variación en la energía cinética de la partícula.

5. En una región del espacio hay un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje X y dado por $\vec{B} = -2{,}8\cdot 10^{-5}\ \vec{i}$ T. Calcula la fuerza magnética que actúa sobre una partícula de carga $q = 2\cdot 10^{-6}$ C que penetra en el seno del campo magnético con una velocidad $\vec{v} = 2\cdot 10^4\ \vec{k}$ m/s.

La fuerza de Lorentz ejercida sobre la partícula vendrá dada por:

$$\vec{F}_B = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} \to \vec{F} = 2\cdot 10^{-6}\ \text{C}\cdot 2\cdot 10^4\ \text{m/s}\cdot 2{,}8\cdot 10^{-5}\ \text{T}\cdot\left[\vec{k}\times\left(-\vec{i}\right)\right] = -1{,}12\cdot 10^{-6}\ \vec{j}\ \text{N}$$

6. En una región del espacio existe un campo magnético constante perpendicular al plano del papel y sentido hacia dentro del mismo. Penetran por los extremos de la región donde hay campo magnético dos electrones con la misma velocidad y dirección, pero en sentidos contrarios, tal y como indica la figura.

a) Dibuja la fuerza magnética que actúa sobre cada electrón. Justifica y dibuja las trayectorias de los dos electrones e indica el sentido de giro.

b) Imagina que eliminamos este campo magnético y lo sustituimos por otro campo magnético. En este caso, los electrones no se desvían cuando entran en esta región. Dibuja cómo debe ser este nuevo campo magnético. Justifique la respuesta.

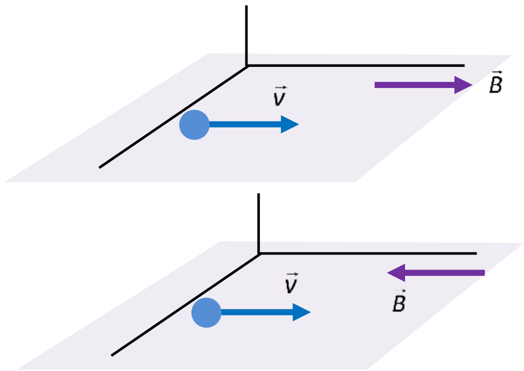
Nota: No es válida la respuesta $\vec{B} = 0$.

a) Respuesta gráfica.

La fuerza es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad de cada electrón y viene dada por la fuerza de Lorentz ($\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$). En la imagen para el electrón que penetra con velocidad hacia la derecha, la fuerza tendrá un sentido vertical y hacia abajo, pues se trata de una partícula con carga negativa. Por tanto, este electrón girará hacia abajo, en el sentido de las agujas del reloj.

Razonando de forma similar para el electrón que se mueve hacia la izquierda en la figura la fuerza tendrá sentido hacia arriba. Por tanto, este electrón girará hacia arriba, en el sentido de las agujas del reloj también.

b) Si en la región existe, en vez de este, otro campo magnético que no desvía los electrones, es porque este campo magnético es paralelo al movimiento de los electrones y entonces la fuerza de Lorentz es nula. Es decir, el campo magnético debe estar contenido en el plano del papel y sus líneas de campo, paralelas al movimiento de los electrones, bien hacia la derecha o hacia la izquierda.

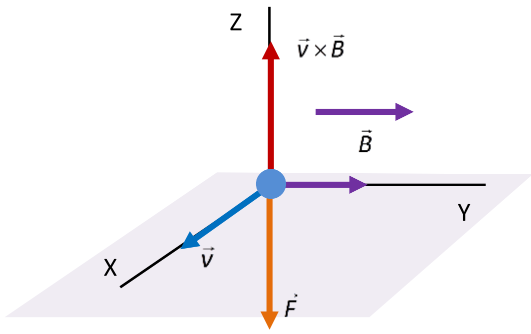


La fuerza de Lorentz ejercida sobre la partícula vendrá dada por:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = 0 \rightarrow v \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow \text{sen}\ \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0^\circ \text{ o } \alpha = 180^\circ$$

7. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$ en la dirección positiva del eje Y. En esta región entra un electrón que se mueve con velocidad *v* en la dirección positiva del eje X. Indica cuál será la trayectoria que seguirá el electrón en esa región.

El producto vectorial de la velocidad por el campo magnético tiene dirección vertical y sentido hacia abajo, pues el electrón tiene carga negativa. Por tanto, el electrón sufrirá una fuerza vertical y hacia abajo, y se moverá en el plano XZ siguiendo una curva.



$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 0 = -|q| \cdot v \cdot B \cdot \left(\vec{\text{i}} \times \vec{\text{j}}\right) = -|q| \cdot v \cdot B \cdot \vec{\text{k}}$$

8. Un protón penetra con una velocidad $\vec{v}$ en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Explica la trayectoria que seguirá el protón:

a) Si la velocidad del protón es paralela a $\vec{B}$.

b) Si la velocidad del protón es perpendicular a $\vec{B}$.

a) Según la expresión de la fuerza de Lorentz ($\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$), si la velocidad es paralela al campo magnético el ángulo que forman es 0º, por lo que la fuerza es nula. Por tanto, si la velocidad del protón es paralela al campo magnético, el protón no sufrirá fuerza alguna y seguirá moviéndose como lo hacía antes, con movimiento rectilíneo.

b) Si la velocidad es perpendicular al campo magnético, existirá una fuerza de Lorentz perpendicular a la velocidad del protón y al campo magnético, de modo que la trayectoria del protón se curvará.

9. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme de inducción 0,8 mT en el sentido positivo del eje OX. Penetra en el campo un electrón que se mueve en dirección OY y con una energía cinética de $8 \cdot 10^{-18}$ J.

a) Calcula la velocidad con la que penetra el electrón en el campo magnético.

b) Halla el módulo de la fuerza a la que está sometido el electrón.

c) ¿Qué tipo de movimiento tiene el electrón?

d) Determina el radio de la trayectoria que describe.

Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) La velocidad del electrón se puede calcular a partir de su energía cinética.

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 4{,}19 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

b) El módulo de la fuerza a la que está sometido el electrón viene dado por la expresión de la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 0 \rightarrow |F| = |q| \cdot v \cdot B = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 4{,}19 \cdot 10^6\ \text{m/s} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{T} = 5{,}37 \cdot 10^{-16}\ \text{N}$$

c) La fuerza es perpendicular al movimiento del electrón, por lo que la trayectoria del electrón se curva. El módulo de su velocidad no varía, pero sí su dirección. Por tanto, el electrón tendrá un movimiento circular.

d) Podemos identificar la fuerza de Lorentz con la fuerza centrípeta que hace girar al electrón y así calcular el radio de la trayectoria que sigue el electrón.

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = |q| \cdot v \cdot B \rightarrow r = \frac{m \cdot v^{\cancel{2}}}{|q| \cdot \cancel{v} \cdot B} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 4{,}19 \cdot 10^6\ \text{m/s}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{T}} = 2{,}978 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 2{,}978\ \text{cm}$$

10. Un protón penetra en el seno de un campo magnético $\vec{B}$ con velocidad $\vec{v}$ perpendicular al campo. El protón describe una trayectoria circular con un periodo de 2 · 10⁻⁶ s.

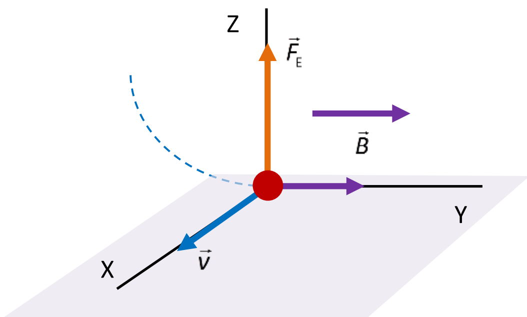
a) Dibuja un esquema con los vectores $\vec{v}$, $\vec{B}$ y $\vec{F}$ en un punto de la trayectoria.

b) Calcula el valor del campo magnético.

c) Si introdujéramos en el campo un electrón con la misma velocidad $\vec{v}$, ¿cómo cambiaría la trayectoria?

Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Respuesta gráfica. El protón seguirá una trayectoria circular en un plano perpendicular al campo magnético.



b) La fuerza magnética es la fuerza centrípeta que obliga al protón a describir una órbita circular. Por tanto, podemos escribir:

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m_p \cdot v^{\cancel{2}}}{r} = |q| \cdot \cancel{v} \cdot B \rightarrow \frac{m_p \cdot v}{r} = |q| \cdot B$$

Teniendo en cuenta que la velocidad lineal es igual al producto de la velocidad angular por el radio de la trayectoria:

$$v = \omega \cdot r$$

Y que la velocidad angular, a su vez, está relacionada con el periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Obtenemos:

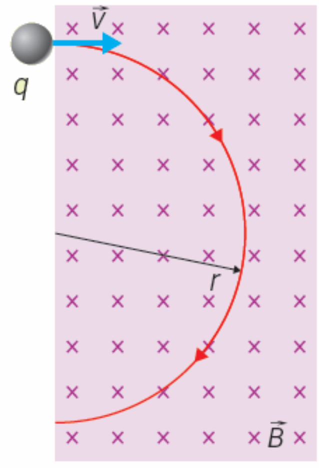
$$\frac{m_p \cdot \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)}{r} = |q| \cdot B \rightarrow \frac{m_p \cdot 2\pi \cdot \cancel{r}}{\cancel{r} \cdot T} = |q| \cdot B \rightarrow B = \frac{2\pi \cdot m_p}{|q| \cdot T} = \frac{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{s}} = 3{,}27 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

c) Si introducimos un electrón con la misma velocidad el sentido del giro será opuesto, puesto que tiene carga negativa. Además, como la masa del electrón es bastante menor que la del protón, el periodo de la órbita descrita por el electrón será diferente del periodo del protón. En el caso del electrón, el periodo se puede calcular así:

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m_e \cdot v^{\cancel{2}}}{r} = |q| \cdot \cancel{v} \cdot B \rightarrow \frac{m_e \cdot v}{r} = |q| \cdot B \rightarrow \frac{m_e \cdot \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)}{r} = |q| \cdot B \rightarrow \frac{m_e \cdot 2\pi \cdot \cancel{r}}{\cancel{r} \cdot T} = |q| \cdot B \rightarrow$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m_e}{|q| \cdot B} = \frac{2\pi \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3{,}27 \cdot 10^{-2}\ \text{T}} = 1{,}09 \cdot 10^{-9}\ \text{s}$$

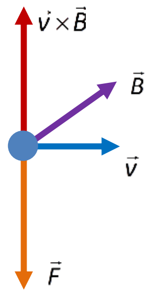
11. **En una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al plano del dibujo se introduce una carga eléctrica, con velocidad $\vec{v}$ constante. Determina cuál debe ser el signo de la carga eléctrica para que esta se desvíe en el campo siguiendo la trayectoria indicada en la figura. Justifica la respuesta.**



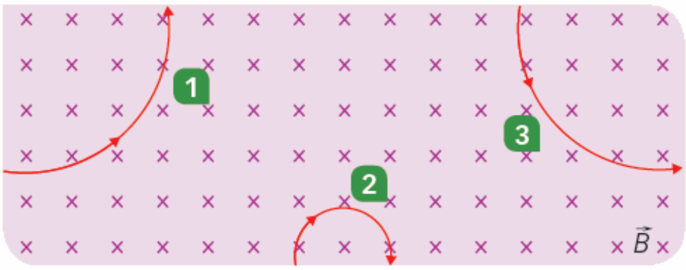
La carga sufre una fuerza cuyo sentido está determinado por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Si aplicamos la regla de la mano derecha al producto vectorial de los vectores velocidad y campo magnético, obtenemos un vector perpendicular a ambos y con sentido hacia arriba. Como la trayectoria se curva hacia abajo, eso implica que la carga tiene que ser negativa para que el sentido de la fuerza sea hacia abajo y produzca esta trayectoria.



12. **Observa la figura. Se representan las trayectorias de tres partículas en el seno de un campo magnético uniforme. Si todas tienen la misma masa y carga:**



a) **Determina el signo de las cargas que siguen las trayectorias 1, 2 y 3.**

b) **¿Cuál es la partícula más rápida?**

a) Numeramos las partículas de izquierda a derecha. El signo de la carga va a venir determinado por la expresión de la fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.

Para la partícula 1 si hacemos el producto vectorial de la velocidad y el campo magnético, obtenemos un vector perpendicular a ambos y con sentido hacia arriba, como la trayectoria se curva en ese sentido es porque la carga de la partícula 1 es positiva.

Para la partícula 2, razonando de forma similar a como se ha hecho en la partícula 1, al hacer el producto vectorial del vector velocidad y el campo magnético, obtenemos un vector perpendicular a ambos y con sentido hacia la izquierda, como la trayectoria se curva hacia la derecha es porque la carga de la partícula 2 es negativa.

Para la partícula 3 si hacemos el producto vectorial de la velocidad y el campo magnético, obtenemos un vector perpendicular a ambos y con sentido hacia la derecha, como la trayectoria se curva en ese sentido es porque la carga de la partícula 3 es positiva.

b) La partícula más rápida es la que sufre una fuerza mayor, tal y como se deduce de la expresión de la fuerza de Lorentz.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Por tanto, la más rápida es aquella cuya trayectoria se curva más, es decir, la partícula 2.

13. Una carga negativa penetra en una región con un campo eléctrico y otro magnético sin desviarse. Si la partícula fuera positiva, ¿se desviaría?, ¿y si lo hiciera, hacia dónde se desviaría? Justifica la respuesta.

Si la partícula con carga negativa no se desvía, es porque la fuerza eléctrica y la fuerza magnética se compensan. Por ejemplo, si la partícula se mueve horizontalmente hacia la derecha y el campo eléctrico es vertical hacia abajo, la fuerza eléctrica es vertical y hacia arriba (la carga es negativa) y la fuerza magnética debe ser vertical y hacia abajo. Entonces, el campo magnético será perpendicular al plano que definen la velocidad y el campo eléctrico, tal que:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_M = 0 \rightarrow \vec{F}_E = \vec{F}_M \rightarrow \cancel{q} \cdot \vec{E} = \cancel{q} \cdot \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

En nuestro caso, para que esto ocurra el campo magnético debe entrar en el papel.

Si la carga es un protón el resultado no varía, porque en este caso la fuerza eléctrica estaría dirigida hacia abajo, en el sentido del campo eléctrico, y la fuerza magnética estaría dirigida hacia arriba. Igual que en el caso anterior, la fuerza neta sería nula.

14. Un ion de potasio, K^+, penetra en un campo magnético uniforme de intensidad $\vec{B} = 0{,}2\,\vec{k}$ T con una velocidad $\vec{v} = 16 \cdot 10^4\ \vec{i}$ m/s. Si describe una trayectoria circular de 65 cm de diámetro, calcula:

a) La masa de la partícula.

b) El módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que habría que aplicar en esa región para que el ion no se desvíe.

Dato: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Si describe una trayectoria circular, es porque sufre una fuerza de Lorentz donde podemos identificar dicha fuerza con la fuerza centrípeta. Por tanto, podemos escribir:

$$F_C = F_{Lorentz} \rightarrow \frac{m \cdot v^{\cancel{2}}}{r} = |q| \cdot \cancel{v} \cdot B \rightarrow \frac{m \cdot v}{r} = |q| \cdot B \rightarrow m = \frac{|q| \cdot B \cdot r}{v} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}2\ \text{T} \cdot 0{,}65\ \text{m}}{16 \cdot 10^4\ \text{m/s}} = 1{,}3 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$$

b) Para que el ion no se desvíe la fuerza magnética debe ser del mismo módulo y dirección que la fuerza eléctrica, pero de sentido opuesto. Es decir:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_M = 0 \rightarrow \vec{F}_E = -\vec{F}_M \rightarrow \cancel{q} \cdot \vec{E} = -\cancel{q} \cdot \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -16 \cdot 10^4\ \vec{i}\ \text{m/s} \times 0{,}2\ \vec{k}\ \text{T} = 32\,000\ \vec{j}\ \text{N/C}$$

El campo eléctrico debe ser perpendicular tanto a la velocidad como al campo magnético, y su sentido debe ser el opuesto al que indica el producto vectorial de la velocidad por el campo magnético.

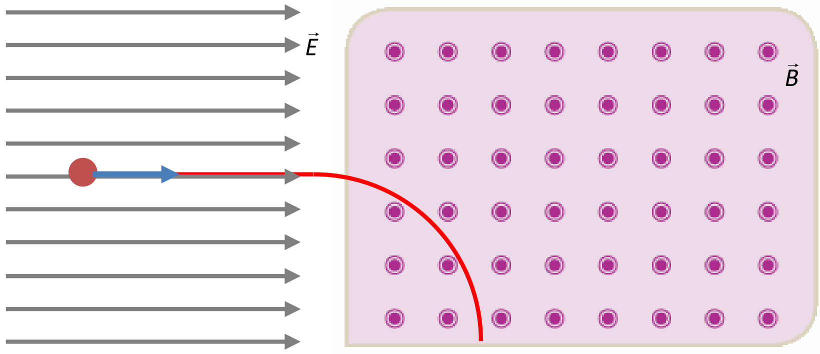
15. Una partícula α en reposo es acelerada por una diferencia de potencial de 2500 V. A continuación, se introduce en un campo magnético de 125 mT perpendicular a su velocidad.

a) Dibuja un esquema de la trayectoria de la partícula y calcula la velocidad con la que penetra en el campo magnético.

b) Calcula el radio de la trayectoria.

Datos: $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Un esquema de la situación presentada sería el siguiente. Si el campo sale del papel:



En la primera parte la partícula es acelerada debido a la existencia de un campo eléctrico. La diferencia de potencial es de 2500 V. Al principio, la partícula solo tiene energía potencial debido a esta diferencia de potencial al final de la zona donde está el campo eléctrico, solo posee energía cinética. Por tanto, aplicando el principio de conservación de la energía en la zona del campo eléctrico podemos calcular la velocidad que adquiere:

$$E_P = E_C \rightarrow q_\alpha \cdot V = \frac{1}{2} \cdot m_\alpha \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q_\alpha \cdot V}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2500\ \text{V}}{6{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 4{,}89 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

Esta es la velocidad con la que penetra en la región donde existe el campo magnético.

b) La trayectoria se curva porque aparece una fuerza de Lorentz dirigida hacia abajo, perpendicular tanto a la velocidad como al campo magnético. Esta fuerza se puede identificar con la fuerza centrípeta y de aquí deducir el radio de la trayectoria:

$$F_C = F_{\text{Lorentz}} \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = |q| \cdot v \cdot B \rightarrow r = \frac{m \cdot v^{\cancel{2}}}{|q| \cdot \cancel{v} \cdot B} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 4{,}89 \cdot 10^5\ \text{m/s}}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 125 \cdot 10^{-3}\ \text{T}} = 0{,}082\ \text{m} = 8{,}2\ \text{cm}$$

16. Un protón y una partícula α parten del reposo y son acelerados mediante diferencias de potencial distintas. A continuación, entran en el seno de un campo magnético uniforme $B = 4$ T, perpendicular a las velocidades de las partículas. Si ambas partículas describen trayectorias circulares con el mismo radio, calcula:

a) El radio de la trayectoria.

b) El cociente entre las velocidades de las dos partículas (v_α/v_p).

c) La diferencia de potencial con la que se ha acelerado cada partícula.

Datos: $q_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $v_p = 10^7$ m/s; $m_\alpha = 6{,}646 \cdot 10^{-27}$ kg.

a) La fuerza magnética que sufren las partículas es la fuerza centrípeta. Como tenemos el dato de la velocidad del protón, podemos escribir:

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m_p \cdot v_p^2}{r} = |q_p| \cdot v_p \cdot B \rightarrow r = \frac{m_p \cdot v_p^{\cancel{2}}}{|q_p| \cdot \cancel{v_p} \cdot B} \rightarrow r = \frac{m_p \cdot v_p}{|q_p| \cdot B} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 10^7\ \text{m/s}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 4\ \text{T}} = 2{,}61 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 2{,}61\ \text{cm}$$

b) Escribimos la expresión para el radio para ambas partículas y las igualamos, puesto que nos dicen que el radio de las órbitas descritas es el mismo. Como la partícula α está formada por dos protones y dos neutrones, su carga será el doble que la del protón. Por tanto, obtenemos:

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{m_p \cdot v_p}{|q_p| \cdot B} \\ r &= \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{|q_\alpha| \cdot B} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{m_p \cdot v_p}{|q_p| \cdot \cancel{B}} = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{|q_\alpha| \cdot \cancel{B}} \rightarrow \frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{m_p}{m_\alpha} \cdot \frac{|q_\alpha|}{|q_p|} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{6{,}646 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} \cdot \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} \simeq 0{,}5$$

c) La diferencia de potencial con la que se ha acelerado cada partícula se puede calcular a partir de la velocidad adquirida aplicando el principio de conservación de la energía.

Para el protón:

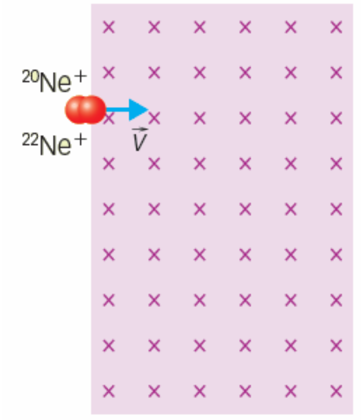
$$E_C = E_P \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_p \cdot v_p^2 = q_p \cdot V_p \rightarrow V_p = \frac{m_p \cdot v_p^2}{2\cdot q_p} = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\cdot\left(10^7\ \text{m/s}\right)^2}{2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 5{,}2\cdot 10^5\ \text{V}$$

Para la partícula α:

$$E_C = E_P \rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_\alpha \cdot v_\alpha^2 = q_\alpha \cdot V_\alpha \rightarrow V_\alpha = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2\cdot q_\alpha} = \frac{6{,}646\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\cdot\left(0{,}5\cdot 10^7\ \text{m/s}\right)^2}{2\cdot 2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 2{,}6\cdot 10^5\ \text{V}$$

La partícula α ha sido acelerada con un potencial igual a la mitad del empleado para acelerar el protón.

17. El espectrómetro de masas es muy útil en la separación de isótopos. Las partículas cargadas llegan con una velocidad dentro de un campo magnético uniforme. Conocida la velocidad con la que penetran en el campo magnético, a partir de la trayectoria, podemos calcular su masa.



Un haz de iones compuesto por los isótopos de neón: $^{20}Ne^+$ y $^{22}Ne^+$, entra en el espectrómetro de masas de la figura. La velocidad de los iones es $2\cdot 10^5$ m/s y el campo magnético del espectrómetro es de 0,25 T, perpendicular hacia el interior del plano del dibujo.

a) ¿Qué tipo de trayectoria describe cada uno de los iones dentro del campo? ¿Qué trabajo realizará la fuerza que ejerce el campo magnético en esta trayectoria? Justifica la respuesta.

b) Calcula a qué distancia del punto de entrada impactará cada uno de los iones.

Datos: $m(^{22}Ne^+) = 22{,}0$ u; $m(^{20}Ne^+) = 20{,}0$ u; $q(^{22}Ne^+) = q(^{20}Ne^+) = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ C; 1 u $= 1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg.

a) Los iones describen una trayectoria curva dentro del espectrómetro, ya que tienen carga eléctrica y en el espectrómetro hay un campo magnético. Sufren una fuerza de Lorentz dada por la siguiente expresión:

$$F_B = q\cdot \vec{v}\times\vec{B}$$

La trayectoria curva que siguen tiene un radio que se puede deducir identificando la fuerza magnética que sufren los iones con la fuerza centrípeta. Como la velocidad es perpendicular al campo magnético:

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m_{\text{Ion}}\cdot v_{\text{Ion}}^2}{r} = |q_{\text{Ion}}|\cdot v_{\text{Ion}}\cdot B \rightarrow r = \frac{m_{\text{Ion}}\cdot v_{\text{Ion}}^{\cancel{2}}}{|q|\cdot \cancel{v_{\text{Ion}}}\cdot B} \rightarrow r = \frac{m_{\text{Ion}}\cdot v_{\text{Ion}}}{|q_{\text{Ion}}|\cdot B}$$

Ambos iones tienen igual carga eléctrica, pero como tienen diferente masa, el radio de la curva que siguen será diferente. El ion con una masa mayor se desviará menos, puesto que la fuerza es la misma para ambos:

$$r\left(^{22}\text{Ne}^+\right) = \frac{m\left(^{22}\text{Ne}^+\right)\cdot v_{\text{Ion}}}{|q_{\text{Ion}}|\cdot B} = \frac{22\ \cancel{\text{u}}\cdot\dfrac{1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}}\cdot 2\cdot 10^5\ \text{m/s}}{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 0{,}25\ \text{T}} = 0{,}1824\ \text{m} = 18{,}24\ \text{cm}$$

$$r\left(^{20}\text{Ne}^+\right) = \frac{m\left(^{20}\text{Ne}^+\right)\cdot v_{\text{Ion}}}{|q_{\text{Ion}}|\cdot B} = \frac{20\ \cancel{\text{u}}\cdot\dfrac{1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}}\cdot 2\cdot 10^5\ \text{m/s}}{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{C}\cdot 0{,}25\ \text{T}} = 0{,}1658\ \text{m} = 16{,}58\ \text{cm}$$

El radio es mayor para el ion más masivo, lo que indica que se desvía menos.

La fuerza magnética no realiza trabajo, puesto que la velocidad de los iones no varía al entrar en el espectrómetro.

b) La distancia a la que impactará cada ion respecto al punto de entrada será igual al diámetro de la órbita descrita. Para cada ion:

$$d\left({}^{22}\text{Ne}^+\right)=2\cdot r\left({}^{22}\text{Ne}^+\right)=2\cdot 18{,}24\text{ cm}=36{,}48\text{ cm}$$

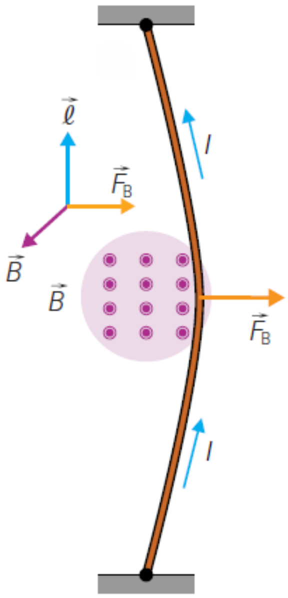
$$d\left({}^{20}\text{Ne}^+\right)=2\cdot r\left({}^{20}\text{Ne}^+\right)=2\cdot 16{,}58\text{ cm}=33{,}16\text{ cm}$$

18. Considera un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente eléctrica $I = 1$ A en el interior de un campo magnético uniforme $B = 4$ T. Si el conductor está dispuesto perpendicular al campo magnético:

a) Dibuja en un esquema el campo B, el conductor (indicando el sentido de la corriente) y la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor.

b) Calcula el módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre un trozo de conductor rectilíneo de longitud $\ell = 2$ m.

c) Y si se coloca el conductor paralelo al campo magnético, ¿cuánto valdría el módulo de la fuerza?



a) Respuesta gráfica. La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor es perpendicular tanto al campo magnético como al conductor.

b) La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el conductor viene dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F}_B=I\cdot\vec{\ell}\times\vec{B}\rightarrow F=I\cdot\ell\cdot B=1\text{ A}\cdot 2\text{ m}\cdot 4\text{ T}=8\text{ N}$$

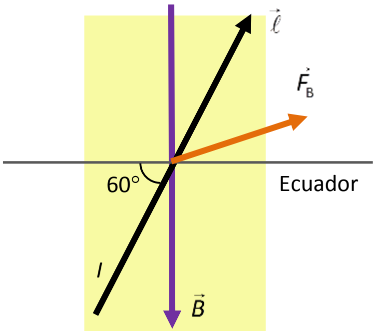
c) Si el conductor se coloca paralelo al campo, no existirá ninguna fuerza magnética, puesto que el producto vectorial de la expresión anterior será cero, ya que ambos vectores formarán 0º o 180º.

$$\vec{F}_B=I\cdot\vec{\ell}\times\vec{B}\rightarrow F=I\cdot\ell\cdot B\cdot\text{sen }0^\circ=0$$

19. Sabiendo que la Tierra ejerce un campo magnético de intensidad $0{,}5\cdot 10^{-4}$ T, calcula la fuerza a la que se ve sometido un tramo de cable de alta tensión que, en dirección suroeste-noreste y formando un ángulo de 60° con el ecuador, se extiende entre dos torres separadas 150 m si transporta una corriente de 1 kA. ¿Influye en algo el sentido en que circula la corriente? Razona la respuesta.

Si el cable forma 60° con el ecuador, entonces, si suponemos que el campo magnético terrestre está orientado en la dirección norte-sur, la fuerza que sufre el conductor se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\vec{F}_B=I\cdot\vec{\ell}\times\vec{B}\rightarrow\left|\vec{F}_B\right|=I\cdot\ell\cdot B\cdot\text{sen }150^\circ=$$
$$=1000\text{ A}\cdot 150\text{ m}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-4}\text{ T}\cdot\text{sen }150^\circ=3{,}75\text{ N}$$



El sentido en el que circula la corriente influye en el sentido de la fuerza que sufre el cable, pero no sobre el módulo de la fuerza. En el dibujo, la fuerza ejercida es perpendicular al plano que forman el campo magnético y el cable, y está dirigida hacia el suelo. Si el sentido de la corriente se invierte, la fuerza ejercida estará dirigida en sentido opuesto.

20. Discute si hay alguna posibilidad de que el cable de alta tensión del que se trata en el ejercicio anterior no sufra el efecto del campo magnético terrestre.

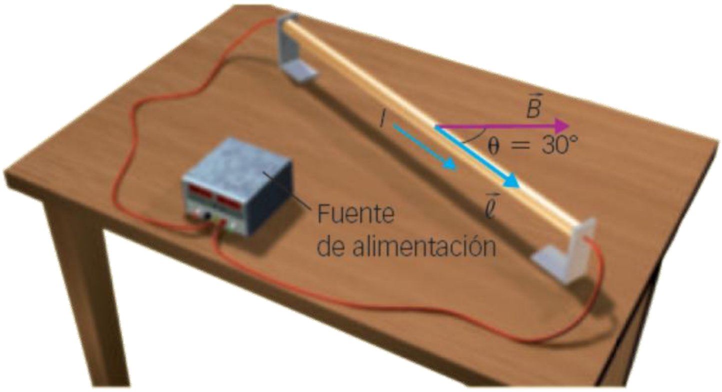
Para que el cable del ejemplo anterior no sufra el efecto del campo magnético terrestre debe orientarse de manera que la fuerza magnética sea nula. Esto solamente ocurre si está orientado de forma paralela al campo magnético, es decir, si la corriente circula en la dirección y sentido norte-sur o sur-norte.

21. **Hacemos un montaje de laboratorio en el que un conductor rectilíneo paralelo a la mesa y apoyado sobre unos soportes que lo levantan 3 cm transporta una corriente de 5 A. Sobre la mesa colocamos un imán que genera un campo magnético de 1,5 T que forma un ángulo de 30° con el conductor y apunta hacia la derecha. Calcula:**

a) **El módulo de la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre el conductor.**

b) **Si el conductor tiene una longitud de 50 cm, determina en qué sentido debe circular la corriente y cuál debe ser su masa para que pueda levitar sin necesidad de soportes.**

Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.



a) La fuerza magnética por unidad de longitud se calcula mediante la expresión:

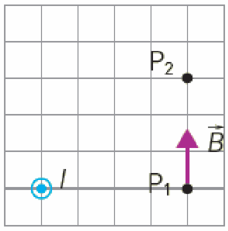
$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \rightarrow |\vec{F}| = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha \rightarrow \frac{|F|}{L} = I \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha = 5\ \text{A} \cdot 1{,}5\ \text{T} \cdot \text{sen}\ 30^{\circ} = 3{,}75\ \text{N}$$

La fuerza está dirigida hacia arriba, pues es perpendicular tanto al campo magnético como a la dirección en que se produce la corriente. El sentido está indicado por el producto vectorial $\vec{L} \times \vec{B}$.

b) Para que pueda levitar sin soportes, la fuerza magnética debe ser igual en módulo y de sentido opuesto a la fuerza gravitatoria. Como hemos visto en el apartado anterior, si la corriente circula en el sentido indicado por la figura, la fuerza magnética tiene sentido vertical y hacia arriba. Es decir, para que el cable levite:

$$F_G = F_M \rightarrow m \cdot g = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha \rightarrow m = \frac{I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\,\alpha}{g} = \frac{5\ \text{A} \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot 1{,}5\ \text{T} \cdot \text{sen}\ 30^{\circ}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}191\ \text{kg} = 191\ \text{g}$$

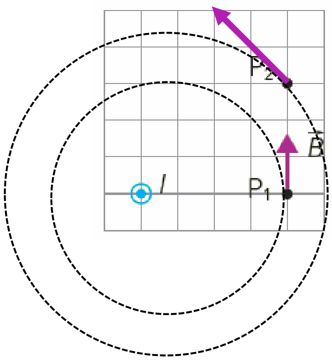
22. **Un hilo de corriente *I* cruza perpendicularmente el plano del dibujo. En el punto P_1, situado a una distancia *d* del conductor, el campo magnético vale $B = 8$ μT.**



a) **Dibuja la dirección y sentido del campo en el punto P_2 situado a una distancia *d* de P_1.**

b) **Calcula el valor del campo magnético en dicho punto.**

a) Si la corriente sale del papel, entonces el campo magnético está contenido en el plano del papel y está dirigido en el sentido opuesto al de las agujas del reloj alrededor del hilo de corriente. En P_1 el campo es vertical, y en P_2 el campo es perpendicular a la línea que une P_2 con el hilo de corriente.



b) Podemos relacionar ambos campos. Del dibujo sabemos, además:

$$d^2 + \left(\frac{3 \cdot d}{4}\right)^2 = r_{P_2}^2 \rightarrow \frac{25}{16} \cdot d^2 = r_{P_2}^2 \rightarrow r_{P_2} = \frac{5}{4} \cdot d$$

El valor del campo en P_1 se calcula integrando a lo largo de una línea de campo situada a una distancia *d* de P_1. En P_1 el campo vale:

$$\int \vec{B}_1 \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot I \rightarrow \int B_1 \cdot d\ell = \mu_0 \cdot I \rightarrow B_1 \cdot \int d\ell = \mu_0 \cdot I \rightarrow B_1 \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I \rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}$$

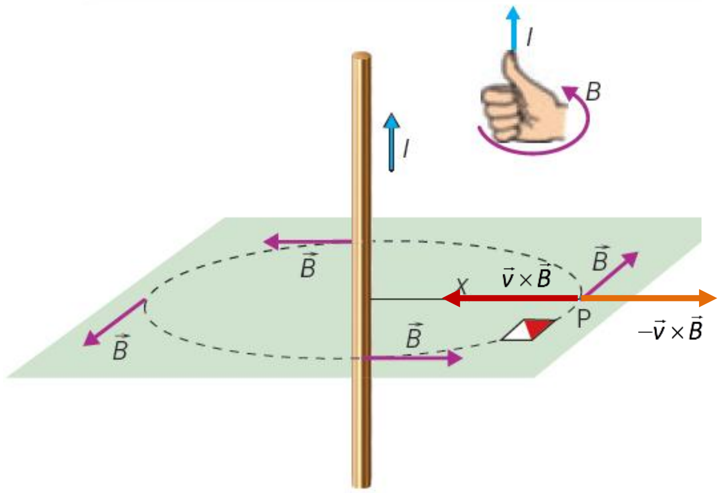
Análogamente para P_2:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot \frac{5}{4} \cdot d}$$

Por tanto, relacionando los campos en ambos puntos

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\dfrac{\cancel{\mu_0 \cdot I}}{\cancel{2\pi} \cdot \frac{5}{4} \cdot \cancel{d}}}{\dfrac{\cancel{\mu_0 \cdot I}}{\cancel{2\pi} \cdot \cancel{d}}} \rightarrow B_2 = \frac{B_1}{\frac{5}{4}} = \frac{8\ \mu\text{T}}{\sqrt{2}} = 6{,}4\ \mu\text{T}$$

23. Sea un hilo recto recorrido por una corriente eléctrica *I*. Una carga eléctrica negativa se mueve paralela y próxima al hilo en el mismo sentido que la corriente. Indica si será atraída o repelida por el hilo.



El hilo genera a su alrededor un campo magnético. Las líneas del campo definen un plano perpendicular al hilo. Si la carga se mueve paralelamente al hilo, sufrirá una fuerza de Lorentz, pues su velocidad y campo magnético son perpendiculares.

$$\vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

El producto vectorial de la velocidad por el campo magnético tiene dirección hacia el hilo. Por tanto, como la carga es negativa, sufrirá una fuerza hacia fuera, es decir, será repelida por el hilo.

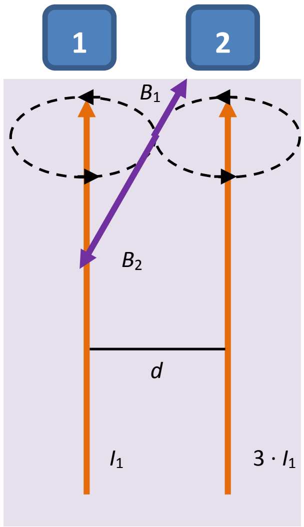
24. Se disponen dos hilos paralelos e infinitos, separados una distancia *d*, de tal forma que por uno de los conductores circula el triple de corriente que por el otro: I_1 e $I_2 = 3 \cdot I_1$, respectivamente. Teniendo en cuenta que ambas corrientes circulan en el mismo sentido, calcula, entre ambos hilos y en el plano en el que se encuentran:

a) El valor de $\vec{B}$ en módulo, dirección y sentido en el punto medio de ambos hilos.

b) Los puntos en los que $\vec{B}$ es nulo.

c) Repite los apartados a) y b) si la intensidad en el segundo conductor I_2 circula en sentido contrario.

En el punto medio el campo creado por el hilo 2 tiene la misma dirección que el campo creado por el hilo 1, pero sentido opuesto. El módulo del campo creado por el hilo 2 es, además, el triple del módulo del campo creado por el hilo 1. El campo creado por el hilo 1, según el dibujo, entra en el papel, mientras que el campo creado por el hilo 2 sale del papel.



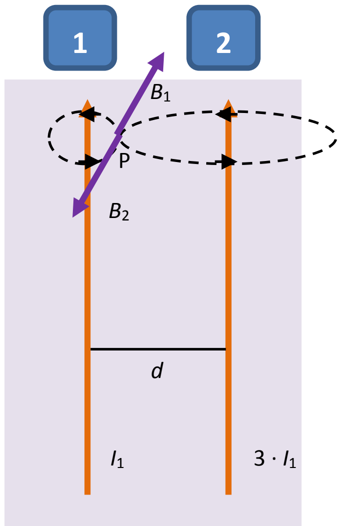
El campo creado por los hilos vale:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\cancel{2}\pi \cdot \frac{d}{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d};\ B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{\cancel{2}\pi \cdot \frac{d}{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 \cdot 3 \cdot I_1}{\pi \cdot d}$$

Por tanto, el módulo del campo total, como ambos campos tienen la misma dirección y sentidos opuestos, se obtiene restando ambos módulos:

$$B_T = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 \cdot 3 \cdot I_1}{\pi \cdot d} - \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d} \cdot (3-1) = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d}$$

a) Entre ambos hilos, el campo magnético total será nulo cuando ambos módulos sean iguales. Esto ocurre en un punto P situado más cerca del hilo 1 que del hilo 2. Si ambos módulos son iguales:



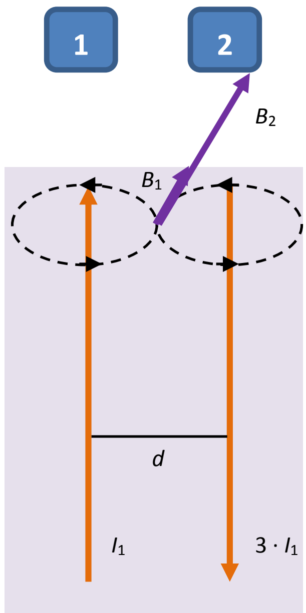
$$B_1 = B_2 \rightarrow \frac{\cancel{\mu_0 \cdot I_1}}{\cancel{\pi} \cdot r_1} = \frac{\cancel{\mu_0} \cdot 3 \cdot \cancel{I_1}}{\cancel{\pi} \cdot (d - r_1)} \rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{3}{d - r_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3 \cdot r_1 = d - r_1 \rightarrow 4 \cdot r_1 = d \rightarrow r_1 = \frac{d}{4}$$

Entonces:

$$r_2 = d - r_1 = d - \frac{d}{4} = \frac{3 \cdot d}{4}$$

b) En el punto medio el campo creado por el hilo 2 tiene la misma dirección y sentido que el campo creado por el hilo 1. El módulo del campo creado por el hilo 2 es, además, el triple del módulo del campo creado por el hilo 1. Los campos creados por ambos hilos, según el dibujo, entran en el papel.



El campo creado por los hilos vale:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\cancel{2}\pi \cdot \frac{d}{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d};\ B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{\cancel{2}\pi \cdot \frac{d}{\cancel{2}}} = \frac{\mu_0 \cdot 3 \cdot I_1}{\pi \cdot d}$$

Por tanto, el módulo del campo total, como ambos campos tienen la misma dirección y sentidos, se obtiene sumando ambos módulos:

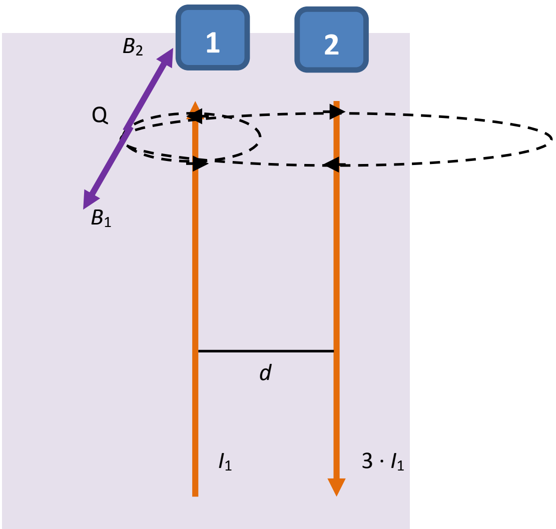
$$B_T = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d} + \frac{\mu_0 \cdot 3 \cdot I_1}{\pi \cdot d} = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot I_1}{\pi \cdot d}$$

Ahora, si la intensidad por el hilo 2 circula en sentido contrario, habrá un punto Q situado «fuera» de los hilos donde los campos magnéticos tendrán sentidos opuestos y el mismo módulo.

En este caso podemos escribir:

$$B_1 = B_2 \rightarrow \frac{\cancel{\mu_0} \cdot \cancel{I_1}}{\cancel{\pi} \cdot r'_1} = \frac{\cancel{\mu_0} \cdot 3 \cdot \cancel{I_1}}{\cancel{\pi} \cdot (d + r_1')} \rightarrow \frac{1}{r'_1} = \frac{3}{d + r_1'} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3 \cdot r_1' = d + r_1' \rightarrow 2 \cdot r_1' = d \rightarrow r_1' = \frac{d}{2}$$



En el punto Q el campo magnético creado por el hilo 1 sale del papel y el campo magnético creado por el hilo 2 entra en el papel.

Entre los hilos no existirá ningún punto donde el campo magnético total sea nulo, puesto que ambos campos tienen el mismo sentido.

25. Tenemos dos hilos conductores, rectos, paralelos y de longitud infinita en el vacío separados una distancia $d = 2$ m. Por los conductores circula corriente en el mismo sentido y la fuerza medida a lo largo del cable es de $12 \cdot 10^{-7}$ N/m.

a) Si por el conductor 1 pasa una corriente $I_1 = 3$ A. Calcula la corriente que pasa por el conductor 2.

b) Calcula el campo magnético en un punto P situado entre los cables a $d/4$ del conductor 1.

c) Representa gráficamente las fuerzas por unidad de longitud en los hilos y el campo en el punto P.

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.

a) Como las corrientes tienen el mismo sentido, aparece una fuerza de atracción entre los hilos. La fuerza por unidad de longitud se puede expresar así:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

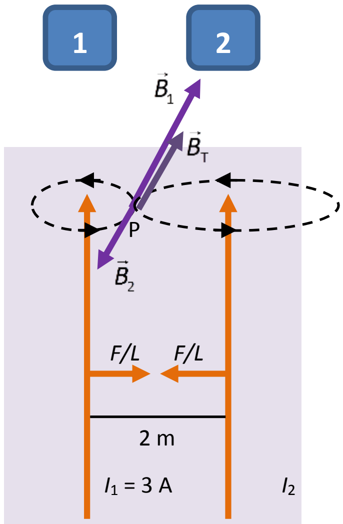
De esta expresión podemos deducir el valor de I_2.

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} \rightarrow I_2 = \frac{F}{L} \cdot \frac{2\pi \cdot d}{\mu_0 \cdot I_1} = 12 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} \cdot \frac{2\cancel{\pi} \cdot 2 \text{ m}}{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 3 \text{ A}} = 4 \text{ A}$$

b) El campo magnético total en el punto pedido se calcula a partir de los campos magnéticos que crea cada conductor:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Como las corrientes tienen el mismo sentido, en medio de ambas los campos magnéticos tendrán la misma dirección y sentidos opuestos. El módulo del campo magnético total se obtiene entonces restando los módulos de ambos campos magnéticos.



$$B_T = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot \frac{d}{4}} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot \left(d - \frac{d}{4}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot \frac{d}{4}} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot \frac{3 \cdot d}{4}} = \frac{4 \cdot \mu_0}{2\pi \cdot d} \cdot \left(I_1 - \frac{I_2}{3}\right) =$$

$$= \frac{4 \cdot 4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{2\cancel{\pi} \cdot 2 \text{ m}} \cdot \left(3 \text{ A} - \frac{4}{3} \text{ A}\right) = 6{,}\widehat{6} \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

c) Respuesta en el esquema de la derecha.

26. Dos hilos conductores largos y rectos se colocan paralelos y separados una distancia de 8 cm. Por los hilos circula una corriente de 10 A y 20 A respectivamente en el mismo sentido.

a) Calcula la fuerza por unidad de longitud que se ejercen entre sí los dos conductores. Indica su dirección y sentido.

b) Calcula el campo magnético en un punto P equidistante a ambos hilos y contenido en el plano de los conductores. Indica en un esquema la dirección y sentido de dicho campo.

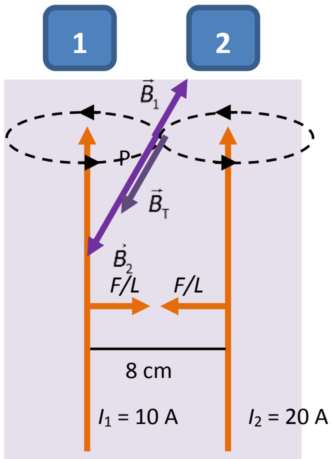
Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A = $4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.

a) Si por los hilos circula corriente en el mismo sentido, aparecerá una fuerza de atracción entre ambos.

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\cdot 10\ \text{A}\cdot 20\ \text{A}}{2\cancel{\pi}\cdot 0{,}08\ \text{m}} = 5\cdot 10^{-4}\ \text{N/m}$$

La dirección será en cada punto, perpendicular al hilo y dirigida hacia el otro hilo por el que circula la corriente.

b) En el punto medio los campos magnéticos creados por ambos hilos tendrán la misma dirección y sentidos opuestos. Tendrá mayor módulo el que produce el hilo por el que circula una mayor intensidad de corriente, es decir, el hilo 2. Como la intensidad por el hilo 2 es el doble que por el hilo 1, el módulo del campo magnético creado por el hilo 2 será el doble del módulo del campo magnético creado por el hilo 1. Entonces podemos escribir:



$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \rightarrow B_T = B_2 - B_1 = B_2 - \frac{B_2}{2} = \frac{B_2}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_0 \cdot I_2}{\cancel{2}\pi\cdot\frac{d}{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\cdot 20\ \text{A}}{\cancel{\pi}\cdot 0{,}08\ \text{m}} = 5\cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

El campo total estará dirigido hacia fuera del papel, como $\vec{B}_2$.

27. Considera un anillo de cobre de 4 cm de radio y una corriente de 2 A.

a) Si colocamos otro anillo concéntrico al primero por el que circula una corriente de 1,5 A, calcula el radio para que el campo magnético total en el centro sea cero.

b) Y si colocamos un hilo recto de longitud indefinida que lleva 10,4 A, ¿a qué distancia del centro y cómo se debería colocar el hilo para que anule el campo en el centro del anillo? Haz un esquema.

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.

a) El campo que crea un anillo en su centro puede calcularse mediante la siguiente expresión:

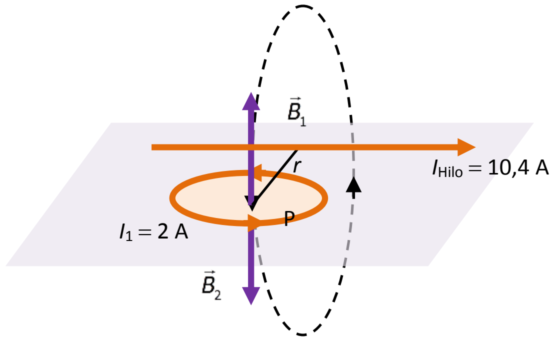
$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot R_1}$$

Entonces, para anular este campo magnético el segundo anillo debe crear un campo magnético igual en módulo y dirección y de sentido opuesto al primero. Es decir, la corriente debe circular en sentido opuesto al primer anillo y el módulo debe valer:

$$B_2 = B_1 \rightarrow \frac{\cancel{\mu_0}\cdot I_2}{\cancel{2}\cdot R_2} = \frac{\cancel{\mu_0}\cdot I_1}{\cancel{2}\cdot R_1} \rightarrow R_2 = \frac{I_2}{I_1}\cdot R_1 = \frac{1{,}5\ \text{A}}{2\ \text{A}}\cdot 4\ \text{cm} = 3\ \text{cm}$$

b) El hilo debe colocarse paralelo al plano que define el anillo. De esta manera el campo magnético creado por el hilo puede compensar el que crea el anillo. Observa el esquema.

El módulo del campo magnético que crea el hilo debe ser igual al del campo magnético que crea el anillo. Entonces:



$$B_{\text{Hilo}} = B_1 \rightarrow \frac{\cancel{\mu_0} \cdot I_{\text{Hilo}}}{\cancel{2}\pi \cdot r} = \frac{\cancel{\mu_0} \cdot I_1}{\cancel{2} \cdot R_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow r = \frac{I_{\text{Hilo}}}{I_1} \cdot \frac{R_1}{\pi} = \frac{10{,}4 \text{ A}}{2 \text{ A}} \cdot \frac{4 \text{ cm}}{\pi} = 6{,}62 \text{ cm}$$

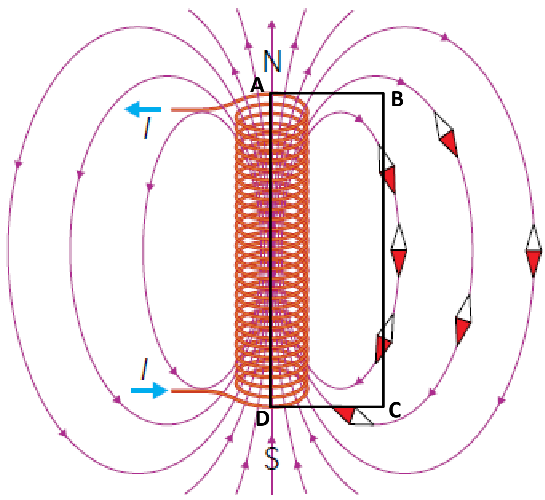
28. Por dos solenoides circula la misma corriente. Uno de ellos tiene 200 espiras, una longitud de 20 cm y un diámetro 0,5 cm. El otro solenoide tiene la mitad de espiras que el primero, una longitud de 5 cm y un diámetro de 0,3 cm. Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justifica la respuesta.

«El campo magnético en el interior del solenoide 1 es mayor que en el interior del solenoide 2».

Para calcular el campo magnético en el interior del solenoide aplicamos la ley de Ampère. A continuación consideramos un rectángulo como el de la figura, e integramos sobre el perímetro del rectángulo.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_k I_k \rightarrow$$

$$\rightarrow \int_A^B B \cdot dl + \int_B^C B \cdot dl + \int_C^D B \cdot dl + \int_D^A B \cdot dl = \mu_0 \cdot N \cdot I$$



En los tramos AB y CD la integral es nula porque ahí el campo magnético $\vec{B}$ es perpendicular a $d\vec{l}$.

En BC también es nula porque el campo fuera del solenoide es prácticamente cero. Por tanto:

$$\int_A^B B \cdot dl + \int_B^C B \cdot dl + \int_C^D B \cdot dl + \int_D^A B \cdot dl = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow$$

$$\rightarrow B \cdot \int_D^A dl = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow B \cdot L = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{L}$$

Entonces podemos comparar los módulos de los campos magnéticos creados por ambos solenoides:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\cancel{\mu} \cdot N_1 \cdot \cancel{I}}{\cancel{\mu} \cdot N_2 \cdot \cancel{I}} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{L_2}{L_1}$$

La relación entre los módulos de los campos magnéticos depende del número de espiras y de la longitud, puesto que la corriente es la misma en ambos.

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{200}{100} \cdot \frac{5 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$$

Como vemos, el campo magnético en el interior del segundo solenoide es mayor que en el primer solenoide, exactamente el doble.

29. Un toroide de 10 cm de radio está formado por 1000 espiras.

a) Calcula la corriente que debe circular por el toroide para que el campo en el círculo central sea de 3 mT.

b) Y si el núcleo del toroide fuese de hierro dulce, ¿cuánta corriente debería circular por el toroide?

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N · A^{-2}; $\mu_{r \text{ hierro dulce}} = 5000$.

a) Aplicamos la ley de Ampère e integramos en una circunferencia de radio R, centrada en el centro del toroide para calcular el campo en el interior de un toroide:

$$\int \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu\cdot\sum_k I_k \to \int B\cdot dl = \mu_0\cdot N\cdot I \to B\cdot\int dl = \mu_0\cdot N\cdot I \to B\cdot 2\pi\cdot R = \mu_0\cdot N\cdot I \to B = \frac{\mu_0\cdot N\cdot I}{2\pi\cdot R}$$

Sustituimos los datos:

$$B = \frac{\mu_0\cdot N\cdot I}{2\pi\cdot R} \to I = \frac{B\cdot 2\pi\cdot R}{\mu_0\cdot N} = \frac{3\cdot 10^{-3}\ \text{T}\cdot 2\cancel{\pi}\cdot 0{,}10\ \text{m}}{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}\cdot 1000} = 1{,}5\ \text{A}$$

b) Si el toroide es de hierro dulce, el campo varía:

$$B = \frac{\mu\cdot N\cdot I}{2\pi\cdot R} \to I = \frac{B\cdot 2\pi\cdot R}{\mu_0\cdot \mu_r\cdot N} = \frac{3\cdot 10^{-3}\ \text{T}\cdot 2\cancel{\pi}\cdot 0{,}10\ \text{m}}{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}\cdot 5000\cdot 1000} = 3\cdot 10^{-4}\ \text{A}$$

30. Explica qué quiere decir que el campo magnético es no conservativo.

a) Que la energía no se conserva.

b) Que no existe un potencial escalar del que se derive el campo.

c) Que no existe un potencial vectorial del que se derive el campo.

Respuesta correcta: b. Que no sea conservativo significa que no podemos definir un potencial escalar del que se derive el campo. En este caso podremos definir un potencial vector, pero no escalar.

31. ¿En qué se diferencian las líneas del campo eléctrico y las líneas del campo magnético?

a) En que unas nacen en las cargas eléctricas, y otras, no.

b) En que las líneas del campo eléctrico son abiertas y las del campo magnético son cerradas.

c) En que las líneas del campo eléctrico son tangentes al campo y las del campo magnético son perpendiculares al campo.

Respuesta correcta: b. Las líneas del campo eléctrico son abiertas, pues existen cargas libres, mientras que las líneas del campo magnético son cerradas. Esto implica que no existen polos magnéticos aislados.

32. Explica el efecto de un campo magnético sobre una carga eléctrica en reposo. ¿Qué ocurre si está en movimiento?

Un campo magnético no ejerce ninguna influencia sobre una carga eléctrica en reposo. Sin embargo, si la carga se mueve, entonces el campo magnético ejercerá una fuerza magnética sobre la carga cuyo valor vendrá dado por la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q\cdot\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

33. Justifica si las siguientes afirmaciones, referentes a una partícula cargada, son verdaderas o falsas:

a) Si se mueve en un campo magnético uniforme, su velocidad aumenta a medida que se desplaza en la dirección de las líneas del campo.

b) Si se mueve en una región en la que coexisten un campo magnético y un campo eléctrico, se puede mover sin experimentar ninguna fuerza.

c) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

a) Falso. La velocidad de la partícula no cambia de módulo. Además, si se desplaza siguiendo la dirección de las líneas del campo, no sufrirá fuerza alguna.

b) Verdadero. Puede ocurrir que la fuerza eléctrica y magnética se compensen si tienen igual dirección y módulo y sentidos opuestos. En ese caso la partícula se moverá sin sufrir ninguna fuerza neta.

c) Falso. El campo eléctrico es conservativo y el trabajo necesario para desplazar una carga depende únicamente de la posición final y de la posición inicial, no del camino seguido por la partícula.

34. Un electrón se mueve con una velocidad 4 · 10^6 m · s^{-1} en el seno de un campo magnético uniforme de 2,8 T. Si el campo ejerce una fuerza sobre el electrón de 4 · 10^{-13} N, determina la componente de la velocidad del electrón en la dirección del campo.

Dato: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

El módulo de la fuerza magnética sufrida por el electrón viene dado por la expresión de Lorentz:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = q \cdot \left[(\vec{v}_{\text{Paralela}} + \vec{v}_{\text{Perpendicular}}) \times \vec{B} \right] = q \cdot \left[(\vec{v}_{\text{Perpendicular}}) \times \vec{B} \right] \rightarrow F = q \cdot v_{\text{Perpendicular}} \cdot B \rightarrow$$

$$\rightarrow v_{\text{Perpendicular}} = \frac{F}{q \cdot B} = \frac{4 \cdot 10^{-13}\ \text{N}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2{,}8\ \text{T}} = 8{,}92 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

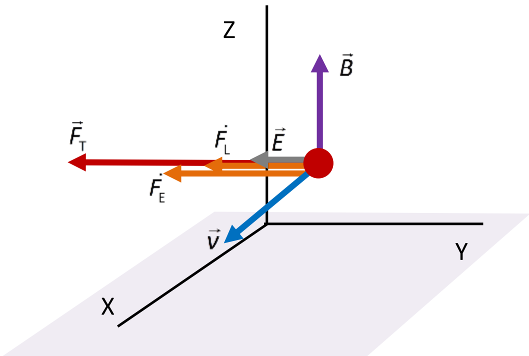
Por tanto, podemos calcular la otra componente de la velocidad, pues sabemos el módulo de la velocidad:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{Paralela}} + \vec{v}_{\text{Perpendicular}} \rightarrow v^2 = (v_{\text{Paralela}})^2 + (v_{\text{Perpendicular}})^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_{\text{Paralela}} = \sqrt{v^2 - (v_{\text{Perpendicular}})^2} = \sqrt{(4 \cdot 10^6\ \text{m/s})^2 - (8{,}92 \cdot 10^5\ \text{m/s})^2} = 3{,}90 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

35. Una partícula cargada de 4 μC entra en una región del espacio en la que coexisten un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -3\vec{j}$ N / C y un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2\,\vec{k}$ mT con una velocidad $\vec{v} = 10^3\ \vec{i}$ m / s. Calcula la fuerza total que actúa sobre la partícula. Haz un esquema.

La partícula sufre una fuerza eléctrica con dirección horizontal y hacia la izquierda, en el mismo sentido que el campo eléctrico, puesto que la carga eléctrica es positiva. Además, sufre una fuerza magnética que es perpendicular tanto a la velocidad como al campo magnético. Es decir, tiene la dirección que se muestra en el esquema, en la dirección negativa del eje Y.



Calculamos la fuerza eléctrica:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot (-3\vec{j}\ \text{N/C}) = -1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{N}$$

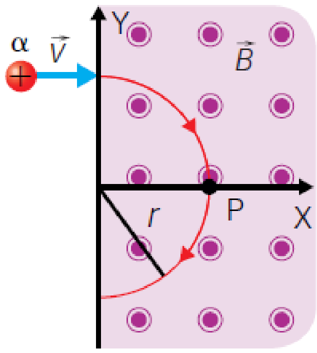
Calculamos la fuerza magnética:

$$\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot (10^3\ \vec{i}\ \text{m/s} \times 2 \cdot 10^{-3}\ \vec{k}\ \text{T}) = -8 \cdot 10^{-6}\ \vec{j}\ \text{N}$$

Como ambas tienen la misma dirección y sentido, la fuerza total que actúa sobre la partícula vendrá dada por la suma vectorial de estas dos fuerzas:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_E + \vec{F}_B = -1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{N} - 8 \cdot 10^{-6}\ \vec{j}\ \text{N} = -2 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{N}$$

36. En una región del espacio donde hay un campo magnético $\vec{B}$ orientado hacia arriba entra perpendicularmente una partícula α, cuya energía cinética es 5 · 10^{-17} J. Este campo magnético curva su trayectoria con un radio r = 3 cm. Calcula:



a) El valor del campo magnético.

b) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética en el punto P.

c) El valor que debería tener un campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) que colocado en la misma región del espacio haga que la partícula α continúe su trayectoria rectilínea sin desviarse.

Datos: $m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_\alpha = +3{,}20 \cdot 10^{-19}$ C.

a) La partícula α sufre una fuerza magnética que la hace girar, esta fuerza tiene la dirección del eje Y, y sentido el negativo del eje Y. Por tanto, esta fuerza hace girar a la partícula α en sentido horario.

No sabemos la velocidad de la partícula α, pero podemos deducirla a partir de la energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2} m_\alpha \cdot v_\alpha^2 \rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m_\alpha}}$$

Como la partícula se mueve en una dirección perpendicular al campo magnético, podemos escribir la siguiente expresión identificando la fuerza de Lorentz con la fuerza centrípeta:

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F_C = F_B \rightarrow \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^{\cancel{2}}}{r} = |q_\alpha| \cdot \cancel{v_\alpha} \cdot B \rightarrow$$

$$\rightarrow B = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{|q_\alpha| \cdot r} \rightarrow B = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{|q_\alpha| \cdot r} = \frac{m_\alpha \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m_\alpha}}}{|q_\alpha| \cdot r} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_\alpha}}{|q_\alpha| \cdot r} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^{-17}\ \text{J} \cdot 6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}}{3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}03\,\text{m}} = 8{,}49 \cdot 10^{-2}\ \text{T} = 84{,}9\ \text{mT}$$

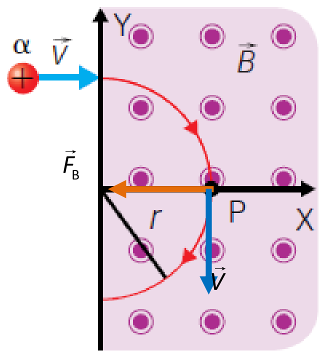
b) En ese punto la fuerza magnética es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad de la partícula:

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90^\circ =$$

$$= q \cdot v \cdot B = q \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m_\alpha}} \cdot B =$$

$$= 3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-17}\ \text{J}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} \cdot 8{,}49 \cdot 10^{-2}\ \text{T} =$$

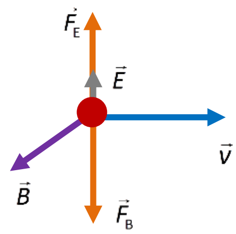
$$= 3{,}33 \cdot 10^{-15}\ \text{N}$$



La dirección de esta fuerza en el punto P es la dirección del eje X. El sentido de la fuerza es el del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético. Es decir, el sentido negativo del eje X.

c) Para que la partícula continúe moviéndose sin desviarse la fuerza neta debe ser cero; es decir, la fuerza eléctrica debe ser igual y de sentido contrario a la fuerza magnética. Entonces podemos escribir:

$$F_E = F_L \rightarrow q \cdot E = F_L \rightarrow E = \frac{F_L}{q} = \frac{3{,}33 \cdot 10^{-15}\ \text{N}}{3{,}20 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}04 \cdot 10^4\ \text{N/C}$$



La dirección debe ser la misma que la de la fuerza de Lorentz (ver esquema). El sentido debe ser tal que la fuerza eléctrica sea opuesta a la fuerza de Lorentz o fuerza magnética.

37. Se aceleran iones $^2H^+$ en línea recta mediante una diferencia de potencial de 3000 V. A continuación penetran en un campo magnético de 0,2 T perpendicular a la velocidad de los iones. Calcula:

a) La velocidad con que los iones penetran en el campo.

b) El radio de la órbita circular que describen los iones.

Datos: $q = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m = 3{,}34 \cdot 10^{-27}$ kg.

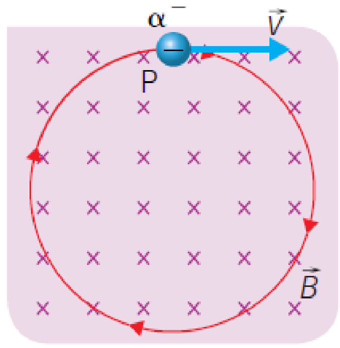
a) Los iones adquieren una energía cinética debido al potencial al que se someten. Entonces podemos deducir el valor de la velocidad sin tener en cuenta efectos relativistas:

$$E_C = q \cdot V = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 3000\ \text{V}}{3{,}34 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 5{,}36 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Al moverse a continuación en un campo magnético, los iones sufren una fuerza de Lorentz, dada por la siguiente expresión:

$$F_L = F_C \rightarrow \frac{m \cdot v^{\cancel{2}}}{r} = q \cdot \cancel{v} \cdot B \cdot \text{sen } 90^\circ \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{3{,}34 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 5{,}36 \cdot 10^5\ \text{m/s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}2\ \text{T}} = 0{,}056\ \text{m} = 5{,}6\ \text{cm}$$

38. Una partícula α, de 12,1 keV de energía cinética, se mueve en una órbita circular en el seno de un campo magnético de 0,75 T perpendicular al plano de la órbita. Determina:



a) El vector fuerza magnética en el punto P.

b) El radio de la órbita, la velocidad angular y el periodo del movimiento.

Datos: $q_\alpha = 6{,}408 \cdot 10^{-19}$ C; $m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg, 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J.

a) El vector fuerza magnética viene dado por la expresión de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

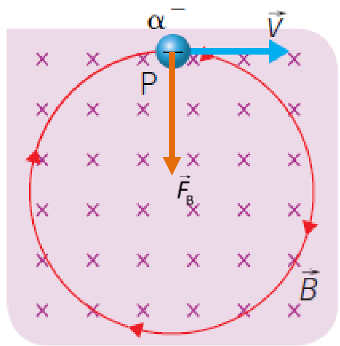
Tiene dirección del eje Y y sentido hacia arriba, tal y como está representado en el dibujo. Como la velocidad y el campo magnético son perpendiculares, su módulo vendrá dado por:

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F_B = q \cdot v \cdot B$$

No conocemos la velocidad de la partícula, pero sí su energía cinética. Por tanto:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}}$$

Sustituyendo en la expresión anterior:



$$\vec{F}_B = q_\alpha \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F_B = q_\alpha \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} \cdot B =$$

$$= 6{,}408 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 12{,}1 \cdot 10^3\ \cancel{\text{eV}} \cdot \dfrac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \cancel{\text{eV}}}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} \cdot 0{,}75\ \text{T} =$$

$$= 3{,}67 \cdot 10^{-13}\ \text{N}$$

Por tanto, el vector fuerza magnética será:

$$\vec{F}_B = -3{,}67 \cdot 10^{-13}\ \vec{j}\ \text{N}$$

b) Para calcular el radio de la órbita podemos identificar la fuerza de Lorentz con la fuerza centrípeta:

$$F_C = F_B \rightarrow \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^{\cancel{2}}}{r} = |q_\alpha| \cdot \cancel{v_\alpha} \cdot B \rightarrow r = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{|q_\alpha| \cdot B} = \frac{m_\alpha \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_C}{m_\alpha}}}{|q_\alpha| \cdot B} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_C \cdot m_\alpha}}{|q_\alpha| \cdot B} =$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot 12{,}1 \cdot 10^3\ \cancel{\text{eV}} \cdot \dfrac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \cancel{\text{eV}}} \cdot 6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}}{6{,}408 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}75\ \text{T}} = 1{,}06 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}06\ \text{cm}$$

La velocidad angular se calcula conociendo la velocidad lineal y el radio:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\sqrt{\dfrac{2 \cdot E_C}{m_\alpha}}}{r} = \frac{\sqrt{\dfrac{2 \cdot 12{,}1 \cdot 10^3\ \cancel{\text{eV}} \cdot \dfrac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \cancel{\text{eV}}}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}}}{1{,}06 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 7{,}21 \cdot 10^7\ \text{rad/s}$$

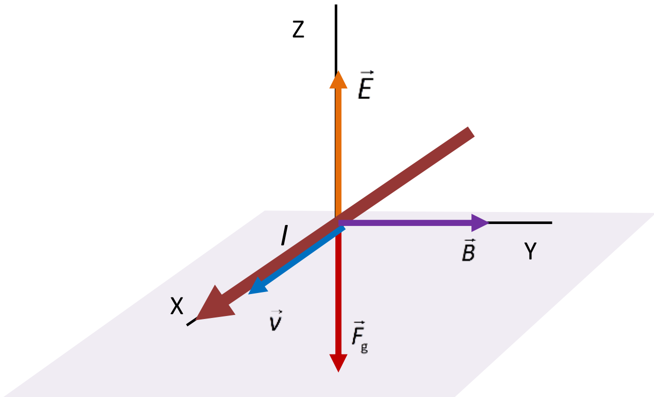
El periodo del movimiento será:

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\pi\cdot r}{\sqrt{\frac{2\cdot E_C}{m_\alpha}}}=\frac{2\pi\cdot 1{,}06\cdot 10^{-2}\ \text{m}}{\sqrt{\frac{2\cdot 12{,}1\cdot 10^{3}\ \cancel{\text{eV}}\cdot\frac{1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \cancel{\text{eV}}}}{6{,}64\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}}}=8{,}72\cdot 10^{-8}\ \text{s}$$

39. **Un hilo recto situado a lo largo del eje OX está en presencia del campo magnético uniforme $\vec{B}=0{,}5\ \vec{j}$ T. Deduce el sentido y el valor que debe tener la corriente para que la fuerza magnética sea de sentido contrario a la fuerza gravitatoria, $\vec{F}_g=-F_g\ \vec{k}$ y equilibre el peso del hilo.**

Datos: $g = 9{,}8$ m s^{-2}; $L = 0{,}4$ m; $m = 1{,}6$ g.

La corriente debe circular en el sentido que se indica en el esquema: en el sentido positivo del eje X. De esta manera el producto vectorial de la velocidad por el campo magnético tiene sentido vertical y hacia arriba, opuesto a la fuerza gravitatoria que sufre el cable.



El módulo de esta fuerza magnética puede calcularse así:

$$\vec{F}_L=q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})\rightarrow F_L=q\cdot v\cdot B\cdot\text{sen }90^\circ=$$
$$=q\cdot v\cdot B=(I\cdot t)\cdot v\cdot B=I\cdot\underbrace{t\cdot v}_{L}\cdot B$$

Si el módulo de la fuerza magnética es igual a la fuerza gravitatoria:

$$F_L=F_g\rightarrow I\cdot\underbrace{t\cdot v}_{L}\cdot B=m\cdot g\rightarrow I=\frac{m\cdot g}{L\cdot B}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{0{,}4\ \text{m}\cdot 0{,}5\ \text{T}}=0{,}0784\ \text{A}$$

40. **Explica cómo se podría deducir sin tocarlo que por un conductor circula una corriente.**

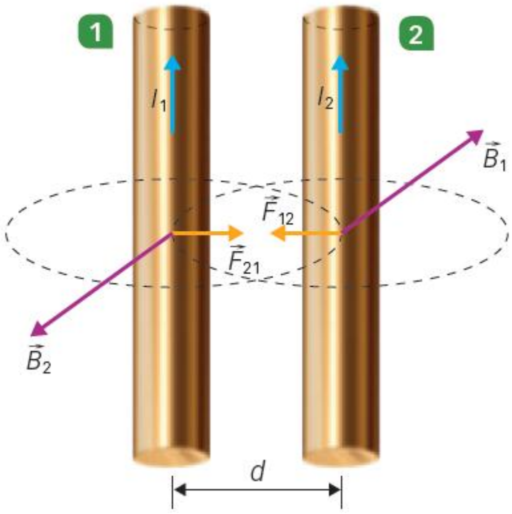
Por ejemplo, midiendo si existe un campo magnético alrededor del conductor. Podríamos acercar una aguja imantada y comprobar si se orienta en relación al hilo conductor.

41. **Los axones son una parte de las neuronas que transmiten el impulso nervioso. Por un axón circula una corriente eléctrica produciendo un campo magnético equivalente al que produciría un hilo conductor rectilíneo e infinito. Tenemos dos axones paralelos por los que circula una corriente de $1{,}5\cdot 10^{-5}$ A en el mismo sentido.**

a) **Haz un esquema en el que se represente el campo magnético que produce cada axón en la posición que ocupa el otro y la fuerza que actúa sobre cada uno causada por la corriente que circula por el otro.**

b) **Calcula el módulo de la fuerza que actúa sobre 2 cm del axón 2 si el campo magnético que produce el axón 1 en la posición del axón 2 es 10^{-10} T.**

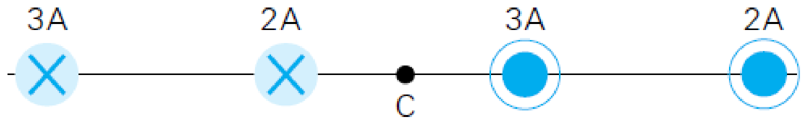
a) Respuesta en el esquema adjunto.



b) La fuerza magnética ejercida sobre un conductor depende del valor del campo magnético creado en la posición del conductor:

$$\vec{F}_L=q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})\rightarrow F_L=q\cdot v\cdot B=(I\cdot t)\cdot v\cdot B=I\cdot\underbrace{t\cdot v}_{L}\cdot B\rightarrow$$
$$\rightarrow F=I\cdot L\cdot B=1{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{A}\cdot 0{,}02\ \text{m}\cdot 10^{-10}\ \text{T}=3\cdot 10^{-17}\ \text{N}$$

42. Tenemos cuatro hilos rectos paralelos y largos, separados 5 cm entre sí que transportan corrientes eléctricas de las intensidades indicadas en la figura. Calcula:



a) La fuerza sobre el primer hilo debida a los otros tres.

b) El campo magnético en el punto medio C debido a la corriente en los cuatro hilos.

c) Qué corriente debería transportar un anillo de 2 cm de radio cuyo centro coincida con el punto C para generar un campo magnético que anule el de los cuatro hilos.

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.

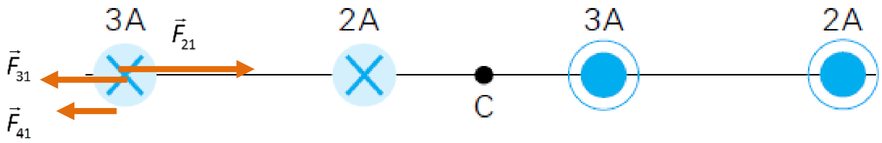
a) Sobre el hilo 1 el hilo 2 ejerce una fuerza de atracción, pues la corriente circula en el mismo sentido. Por el contrario, los hilos 3 y 4 ejercen fuerzas de repulsión. Entonces, la fuerza neta tendrá como módulo la fuerza que ejerce el hilo 2 menos la fuerza que ejerce el hilo 3 menos la fuerza que ejerce el hilo 4.

$$\vec{F}_B = q\cdot\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) \rightarrow F_B = q\cdot v\cdot B = \left(I\cdot t\right)\cdot v\cdot B = I\cdot \underbrace{t\cdot v}_{L}\cdot B \rightarrow F_B = I\cdot L\cdot B$$

Y el campo magnético creado por un hilo viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}$$

Si consideramos el eje X dirigido hacia la derecha, en el plano del papel:



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = F_{21}\ \vec{i} - F_{31}\vec{i} - F_{41}\vec{i}$$

$$\vec{F}_1 = F_{21}\ \vec{i} - F_{31}\vec{i} - F_{41}\vec{i} \rightarrow \frac{\vec{F}_1}{L} = \frac{F_{21}}{L}\vec{i} - \frac{F_{31}}{L}\vec{i} - \frac{F_{41}}{L}\vec{i} = \frac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\pi\cdot d_{21}}\vec{i} - \frac{\mu\cdot I_1\cdot I_3}{2\pi\cdot d_{31}}\vec{i} - \frac{\mu\cdot I_1\cdot I_4}{2\pi\cdot d_{41}}\vec{i} =$$

$$= \frac{\mu\cdot I_1}{2\pi}\cdot\left(\frac{I_2}{d_{21}} - \frac{I_3}{d_{31}} - \frac{I_4}{d_{41}}\right) = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \text{A/m}^2\cdot 3\ \text{A}}{2\cancel{\pi}}\cdot\left(\frac{2\ \text{A}}{0{,}05\ \text{m}} - \frac{3\ \text{A}}{0{,}10\ \text{m}} - \frac{2\ \text{A}}{0{,}15\ \text{m}}\right)\vec{i} = -2\cdot 10^{-6}\ \vec{i}\ \text{N}$$

b) En el punto medio las contribuciones de los cuatro hilos se suman, pues el campo magnético ejercido por todos ellos tiene el mismo sentido: hacia abajo según el dibujo. Por tanto, el campo magnético total estará dirigido hacia arriba y su valor vendrá dado por la suma de los módulos de todos los campos:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \rightarrow B_T = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = \frac{\mu_0\cdot I_1}{2\pi\cdot r_1} + \frac{\mu_0\cdot I_2}{2\pi\cdot r_2} + \frac{\mu_0\cdot I_3}{2\pi\cdot r_3} + \frac{\mu_0\cdot I_4}{2\pi\cdot r_4} =$$

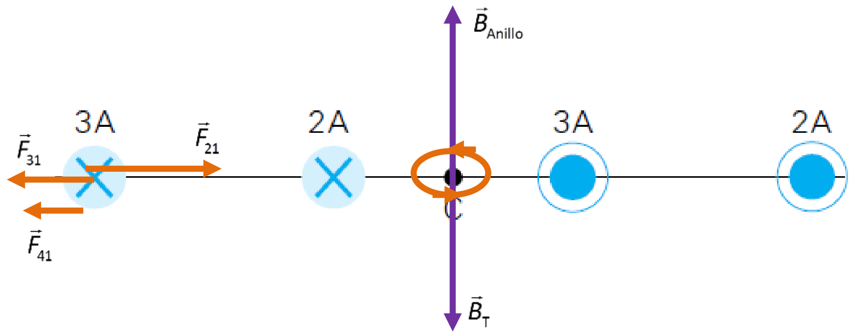
$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} + \frac{I_4}{r_4}\right) = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\ \text{A/m}^2}{2\cancel{\pi}}\cdot\left(\frac{3}{0{,}075\ \text{m}} + \frac{2}{0{,}025\ \text{m}} + \frac{3}{0{,}025\ \text{m}} + \frac{2}{0{,}075\ \text{m}}\right) = 5{,}\widehat{3}\cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Es decir:

$$\vec{B}_T = -5{,}\widehat{3}\cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{T}$$

c) Para que el campo magnético que cree el anillo anule este campo magnético, debe ser igual en módulo y dirección, y con sentido opuesto.

Para que el campo esté dirigido hacia arriba según el esquema anterior, el anillo debe estar situado en un plano perpendicular al papel, es decir, paralelo al plano que contiene a los cuatro hilos. Además, el sentido de la corriente debe ser el indicado en el esquema.



El campo magnético que crea el anillo viene dado por la siguiente expresión:

$$B_{Anillo} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$$

Entonces, para que el módulo del campo magnético creado por el anillo sea igual al módulo del campo magnético total creado por los cuatro hilos conductores, tiene que circular la siguiente intensidad de corriente:

$$\vec{B}_T = -\vec{B}_{Anillo} \rightarrow B_T = B_{Anillo} \rightarrow B_T = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \rightarrow I = \frac{2 \cdot R \cdot B_T}{\mu_0} = \frac{2 \cdot 0{,}02\ \text{m} \cdot 5{,}\widehat{3} \cdot 10^{-5}\ \text{T}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{A/m}^2} = 1{,}70\ \text{A}$$

43. Un electrón en reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 75 V. Después, avanza a 25 cm paralelo a un cable rectilíneo por el que circula una corriente de 30 A. Calcula.

a) La velocidad que adquirió el electrón libre debido a la diferencia de potencial.

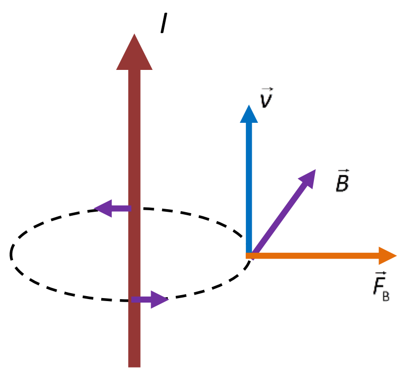
b) La fuerza, debida al campo magnético creado por el cable, que actúa sobre el electrón.

Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.

a) El electrón adquiere energía cinética a costa de disminuir su energía potencial. La energía cinética que gana es igual a la energía potencial que pierde. Podemos escribir:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = |q| \cdot V \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{|q| \cdot V}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 75\ \text{V}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 5{,}13 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

b) La fuerza que actúa sobre el electrón es la fuerza de Lorentz. Depende del valor del campo magnético creado por el hilo conductor. Si el electrón se mueve en una dirección paralela al hilo conductor, su velocidad será perpendicular al campo magnético creado por el conductor, tal y como se observa en el esquema.



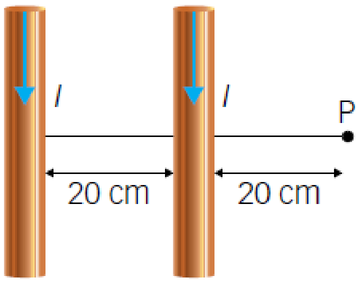
El campo magnético que crea un hilo conductor a una distancia r de este viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Por tanto, la fuerza magnética valdrá:

$$\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow F_B = q \cdot v \cdot B = q \cdot v \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 5{,}13 \cdot 10^6\ \text{m/s} \cdot \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A} \cdot 30\ \text{A}}{2\cancel{\pi} \cdot 0{,}25\ \text{m}} = 1{,}97 \cdot 10^{-17}\ \text{N}$$

44. **Contenidos en el plano XY hay dos cables rectilíneos, largos y paralelos entre sí por los que circula una corriente en el mismo sentido de 4 A y 6 A, respectivamente. Determina:**



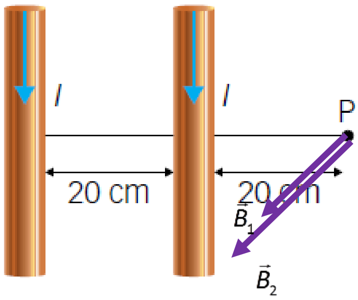
a) El campo magnético total en el punto P.

b) La fuerza sobre un electrón que pasa a una velocidad $\vec{v} = -10^6\ \vec{i}$ m / s por el punto P.

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A; $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) En el punto P los campos magnéticos creados por los hilos tienen ambos la misma dirección y sentido. Saliendo del papel.

El módulo del campo magnético total se obtiene sumando los módulos de cada uno de los campos magnéticos creados por cada hilo, es decir:



$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2}\right) =$$

$$= \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}}{2\cancel{\pi}} \cdot \left(\frac{4\ \text{A}}{0{,}2\ \text{m}} + \frac{6\ \text{A}}{0{,}2\ \text{m} + 0{,}2\ \text{m}}\right) = 7 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

En forma vectorial:

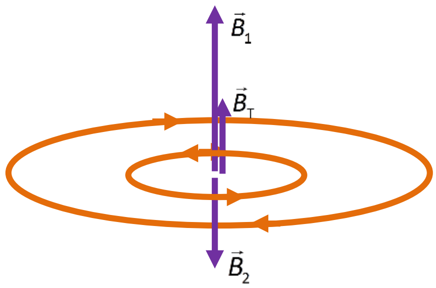
$$\vec{B} = 7 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ \text{T}$$

b) La fuerza sobre el electrón se calcula aplicando la expresión de la fuerza de Lorentz utilizando el campo magnético anterior, calculado en el punto P:

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot \left(-10^6\ \vec{i}\ \text{m/s} \times 7 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ \text{T}\right) = 1{,}12 \cdot 10^{-18}\ \vec{j}\ \text{N}$$

45. **Calcula el campo magnético en el centro de dos espiras concéntricas de 40 cm y 80 cm de radio por las que circula una corriente de 2,4 A en sentidos contrarios. Dibújalas e indica el sentido de la corriente y del campo.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N · A^{-2}.



Denominamos espira 1 a la de menor radio, y espira 2 a la mayor.

Como se aprecia en el dibujo, los campos magnéticos creados por las espiras tienen ambos la misma dirección, pero sentidos opuestos. Por tanto, el campo magnético total estará dirigido hacia donde está dirigido el campo de mayor módulo; es decir, hacia donde está dirigido el campo magnético que crea la espira 1, pues en el centro es mayor el campo que crea la espira 1 que el que crea la espira 2, ya que esta tiene un radio mayor.

El módulo del campo magnético que crea una espira en su centro es:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$$

Por tanto:

$$B_T = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot R_1} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot R_2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{N/A}^2 \cdot 2{,}4\ \text{A}}{2} \cdot \left(\frac{1}{0{,}4\ \text{m}} - \frac{1}{0{,}8\ \text{m}}\right) = 1{,}88 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$

La dirección del campo magnético es perpendicular al plano determinado por las espiras. Y su sentido, hacia arriba.

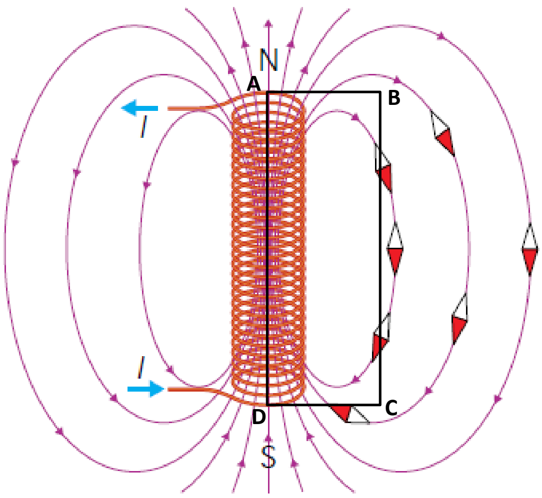
46. Un solenoide largo que transporta una corriente de 10 A tiene 50 vueltas/cm. Calcula el campo magnético en el interior del solenoide. ¿Y si estuviera lleno de plata?

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A; $\mu_{r\ plata} = 0{,}999\ 97$.

Para calcular el campo magnético en el interior del solenoide aplicamos la ley de Ampère. A continuación consideramos un rectángulo como el de la figura, e integramos sobre el perímetro del rectángulo.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_k I_k \rightarrow$$

$$\rightarrow \int_A^B B \cdot dl + \int_B^C B \cdot dl + \int_C^D B \cdot dl + \int_D^A B \cdot dl = \mu_0 \cdot N \cdot I$$



En los tramos AB y CD la integral es nula porque ahí el campo magnético $\vec{B}$ es perpendicular a $d\vec{l}$.

En BC también es nula porque el campo fuera del solenoide es prácticamente cero. Por tanto:

$$\int_A^B B \cdot dl + \int_B^C B \cdot dl + \int_C^D B \cdot dl + \int_D^A B \cdot dl = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow$$

$$\rightarrow B \cdot \int_D^A dl = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow B \cdot L = \mu \cdot N \cdot I \rightarrow B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{L}$$

Entonces:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A} \cdot 50 \cdot 10\ \text{A}}{0{,}01\ \text{m}} = 6{,}28 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

Si el solenoide está lleno de plata:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{L} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{r\ plata} \cdot N \cdot I}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A} \cdot 0{,}999\ 97 \cdot 50 \cdot 10\ \text{A}}{0{,}01\ \text{m}} = 6{,}2798 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$$

Por tanto, si está lleno de plata, la variación en el valor del campo magnético es insignificante ya que la $\mu_{r\ plata}$ es prácticamente 1.

FÍSICA EN TU VIDA

1. ¿Qué quiere decir que la cabeza lectora es un pequeño electroimán? ¿Cómo funciona un electroimán?

Quiere decir que se comporta como un imán cuando circula la corriente eléctrica: atrayendo o repeliendo otros imanes y creando un campo magnético a su alrededor.

2. ¿Cómo se almacena la información en un disco duro?

En un disco duro la información se almacena magnetizando el material. Para leer la información se analiza esa magnetización.

3. ¿Por qué se dota a los platos de una elevada velocidad de rotación (hasta 7200 revoluciones por minuto? ¿Qué se consigue con ello?

Con una elevada velocidad de rotación, la cabeza lectora del disco puede grabar y analizar rápidamente la información magnética sobre la superficie del disco y el acceso a la información es más rápido.

4. ¿Qué utilidad tiene dotar a los discos duros de varios platos donde almacenar la información? ¿No sería mejor usar un solo plato de mayor superficie con una sola cabeza lectora?

Al utilizar varios discos se consigue almacenar más información en un espacio reducido. Un solo disco haría que el recorrido de la cabeza lectora fuese mayor y entonces la velocidad de grabación de los datos y la velocidad de lectura de la información también sería menor.

5. Busca información sobre varios discos duros disponibles en el mercado y averigua:

a) El tiempo de acceso y la velocidad de transferencia de datos, en MB/s.

b) La velocidad a la que giran los platos. ¿Cómo se modifica este valor en el caso de equipos portátiles? ¿Por qué ocurre esto?

a) Respuesta personal. Podemos buscar en la web de alguno de los principales fabricantes, como Seagate. Ahí comprobamos el tiempo de acceso a la información: en torno a 10 ms. La velocidad de transferencia de datos en discos duros magnéticos es del orden de 180 MB/s.

b) En los equipos de sobremesa es habitual usar discos que giran a 7200 rpm. En el caso de portátiles se emplean muchos discos con una velocidad menor: 5400 rpm. Esto es así para reducir el consumo energético.