PROYECTO SABER HACER

10

Física nuclear

SANTILLANA

Física nuclear

10

PARA COMENZAR

- **¿En qué se diferencian las reacciones nucleares de las reacciones químicas que has estudiado en cursos anteriores?**

  En las reacciones químicas se produce un trasvase de electrones de un átomo a otro. Es decir, los cambios tienen lugar a nivel de la corteza del átomo, mientras que en una reacción nuclear existen cambios a nivel nuclear. Existe un trasvase de protones y de neutrones de un núcleo a otro, generalmente.

- **¿Qué medidas de seguridad se toman para evitar daños en la salud a la hora de manipular materiales radiactivos?**

  Las personas que manipulan material radiactivo deben protegerse empleando prendas especiales, como gruesos chalecos de plomo. Además, hay que vigilar que el tiempo de exposición al material radiactivo sea muy bajo.

ACTIVIDADES

1. Indica en qué se diferencian los tres tipos de radiaciones características de los procesos radiactivos.

En la radiactividad α un núcleo padre emite una partícula α y se convierte en otro núcleo con dos protones y dos neutrones menos. El número másico disminuye en cuatro unidades, y el número atómico, en dos.

En la radiactividad β se produce una emisión de un electrón por parte de un neutrón, que se convierte en el proceso en un protón. De esta manera no varía el número másico, pero se incrementa en una unidad el número atómico.

En la radiactividad γ un núcleo excitado emite un fotón y pasa a un estado con menos energía. En este caso no varían ni el número másico ni el número atómico.

2. Busca la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal de un número.

La relación entre ambos logaritmos es esta:

$$\log_{10} a = \ln a \cdot \log_{10} e$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $15 = 5 \cdot e^x$

b) $10^{-3} = 5 \cdot e^{2x}$

a) Como se trata de una ecuación exponencial, tomamos logaritmos en ambos miembros de la ecuación y utilizando las propiedades del producto y del cociente de los logaritmos obtenemos:

$$\ln 15 = \ln\left(5 \cdot e^x\right) \rightarrow \ln 15 = \ln 5 + \ln e^x \rightarrow \ln 15 - \ln 5 = \ln e^x \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{15}{5}\right) = \cancel{\ln}\ \cancel{e}^x \rightarrow \ln 3 = x = 1{,}099$$

b) De nuevo procedemos como en el caso anterior. Tomamos logaritmos neperianos en ambos miembros:

$$\frac{10^{-3}}{5} = e^{2x} \rightarrow \ln\frac{10^{-3}}{5} = \ln\left(e^{2x}\right) \rightarrow \ln\frac{10^{-3}}{5} = 2x \rightarrow x = \frac{\ln\left(10^{-3}/5\right)}{2} = -4{,}26$$

4. Estudia los siguientes núclidos y establece entre ellos todas las relaciones que puedas. Señala los que pertenecen al mismo elemento químico:

- $^{31}_{16}\text{X}$
- $^{30}_{15}\text{Y}$
- $^{31}_{17}\text{Z}$
- $^{33}_{16}\text{W}$
- $^{34}_{17}\text{P}$

Pertenecen al mismo elemento químico aquellos que tienen igual *Z*. Es decir, los núcleos X y W, por un lado y los núcleos Z y P, por otro. Estos son isótopos entre sí.

Son isóbaros aquellos que tienen el mismo número másico. Es decir, los núcleos X y Z.

Son isótonos los que tienen el mismo número de neutrones. Es decir, aquellos con igual diferencia $A - Z$. En nuestro caso, los núcleos X e Y tienen el mismo número de neutrones. Y también los núcleos W y P.

5. Para el núcleo $^{12}_{6}\text{C}$, cuya masa es 12,0000 u, calcula:

a) El defecto de masa.

b) La energía de enlace total y la energía de enlace por nucleón.

Datos: $m_p = 1{,}0073$ u; $m_n = 1{,}0087$ u; 1 u = 931,5 MeV/c^2.

a) El defecto de masa se calcula a partir de la masa del núcleo y la masa de sus constituyentes. El núcleo de carbono tiene seis protones y seis neutrones, por tanto:

$$\Delta m = \left(6 \cdot m_p + 6 \cdot m_n\right) - m\left({}^{12}\text{C}\right) = \left(6 \cdot 1{,}0073\,\text{u} + 6 \cdot 1{,}0087\,\text{u}\right) - 12\ \text{u} = 0{,}096\,\text{u}$$

b) La energía total de enlace se calcula multiplicando este exceso de masa por la velocidad de la luz. O como nos dan la equivalencia entre u y MeV:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}096\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{931{,}5\,\text{MeV}/\cancel{c^2}}{1\ \cancel{\text{u}}} \cdot \cancel{c^2} = 89{,}424\ \text{MeV}$$

Como hay doce nucleones:

$$\frac{E_{\text{enlace}}}{\text{nucleón}} = \frac{E}{A} = \frac{89{,}424\ \text{MeV}}{12} = 7{,}452\ \text{MeV/nucleón}$$

6. Para el núclido de hierro con $Z = 26$ y $A = 56$ la masa vale 55,9394 u. Calcula:

a) El defecto de masa.

b) La energía de enlace del núcleo y la energía de enlace por nucleón. Expresa el resultado en julios.

Datos: $m_p = 1{,}0073$ u; $m_n = 1{,}0087$ u; 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) El defecto de masa se calcula a partir de la masa del núcleo y la masa de los neutrones y protones:

$$\Delta m = \left[Z \cdot m_p + \left(Z - A\right) \cdot m_n\right] - m\left({}^{56}_{26}\text{Fe}\right) = \left(26 \cdot 1{,}0073\,\text{u} + 30 \cdot 1{,}0087\,\text{u}\right) - 55{,}9394\ \text{u} = 0{,}5114\,\text{u}$$

b) La energía total de enlace se calcula multiplicando este exceso de masa por la velocidad de la luz:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}5114\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} \cdot \left(3 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 = 7{,}64 \cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

Como en este caso hay 56 nucleones la energía de enlace por nucleón será:

$$\frac{E_{\text{enlace}}}{\text{nucleón}} = \frac{E}{A} = \frac{7{,}64 \cdot 10^{-11}\ \text{J}}{56} = 1{,}364 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$$

7. El núclido $^{232}_{90}\text{Th}$ es radiactivo. Se desintegra emitiendo una partícula α, dos partículas β y radiación γ. Entonces, ¿cuál será el núclido resultante de la desintegración?

Primero se desintegra emitiendo una partícula α. Por tanto, la reacción que tiene lugar es:

$$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\text{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha$$

Luego emite dos partículas β. Esto quiere decir que dos neutrones de su núcleo se transforman en dos protones. Por tanto:

$$^{228}_{88}\text{Ra} \rightarrow\ ^{228}_{86}\text{Rn} + \beta^- + \beta^-$$

Es decir, el núclido resultante de la desintegración es el $^{230}_{86}\text{Rn}$.

8. **Observa la siguiente desintegración radiactiva y señala qué tipo de desintegración se produce en cada una de las etapas señaladas:**

$$^{238}_{92}\textbf{U} \rightarrow\ ^{234}_{90}\textbf{Th} \rightarrow\ ^{234}_{91}\textbf{Pa}$$

En la primera etapa se produce una desintegración α. El número másico disminuye en cuatro unidades, y el número atómico, en dos.

$$^{127}_{92}\text{U} \rightarrow\ ^{224}_{90}\text{Th}$$

En la segunda etapa se produce una desintegración β. El número másico no cambia y el número atómico aumenta en una unidad.

$$^{224}_{90}\text{Th} \rightarrow\ ^{224}_{91}\text{Pa}$$

9. **Analizando una muestra radiactiva se comprueba que cuando transcurre un mes (30 días) su actividad es una quinta parte de la que tenía al principio.**

a) **Determina el valor de la constante de desintegración.**

b) **Calcula el periodo de semidesintegración.**

c) **Al cabo de 30 días mide la actividad de la muestra y se determina que vale 7,88 · 10^{14} Bq. Calcula cuántos átomos radiactivos había inicialmente.**

d) **Describe brevemente un proceso de desintegración en el que se emite una partícula β (beta).**

a) La actividad radiactiva va disminuyendo porque cada vez van quedando menos núclidos radiactivos. Depende del tipo de núclido y del número de núclidos, *N*:

$$A = \lambda \cdot N$$

Y el número de núclidos se puede expresar en función del número inicial de núclidos y el tiempo transcurrido como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Comparando la actividad inicial y la actividad tras transcurrir un mes, utilizando las expresiones anteriores, obtenemos:

$$\frac{A_{1\text{ mes}}}{A_0} = \frac{\cancel{\lambda} \cdot N_{1\text{ mes}}}{\cancel{\lambda} \cdot N_0} = \frac{\cancel{N_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{\cancel{N_0}} \rightarrow \frac{A_{1\text{ mes}}}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{A_{1\text{ mes}}}{A_0}\right) = \cancel{\ln}\left(\cancel{e}^{-\lambda \cdot t}\right)$$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{A_{1\text{ mes}}}{A_0}\right) = -\lambda \cdot t \rightarrow \lambda = -\frac{\ln\left(\dfrac{\cancel{A_0}/5}{\cancel{A_0}}\right)}{t}$$

Utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$\lambda = \frac{\ln(5)}{t} = \frac{\ln(5)}{1\text{ mes}} = 1{,}609\text{ mes}^{-1}$$

Lo expresamos en días:

$$\lambda = 1{,}609\text{ mes}^{-1} \cdot \frac{1\text{ mes}}{30\text{ días}} = 5{,}365 \cdot 10^{-2}\text{ días}^{-1}$$

b) El periodo de semidesintegración se calcula a partir de la constante de desintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5{,}365 \cdot 10^{-2}\ \text{días}^{-1}} = 12{,}92\ \text{días}$$

c) Empleando la ecuación usada en el primer apartado:

$$A_0 = \lambda \cdot N_0$$

No sabemos la actividad inicial, pero sí sabemos que era 5 veces mayor que la que tiene cuando ha transcurrido un mes. Por tanto:

$$A_0 = 5 \cdot A_{1\,\text{mes}} = \lambda \cdot N_0 \rightarrow N_0 = \frac{5 \cdot A_{1\,\text{mes}}}{\lambda} = \frac{5 \cdot 7{,}88 \cdot 10^{14}\ \text{Bq}}{5{,}365 \cdot 10^{-2}\ \frac{1}{\text{día}} \cdot \frac{1\ \text{día}}{24 \cdot 3600\ \text{s}}} = 6{,}35 \cdot 10^{21}\ \text{átomos}$$

d) En la desintegración β^- un neutrón se convierte en un protón. En el proceso se emiten un electrón y un neutrino (un antineutrino electrónico).

$$\text{n} \rightarrow \text{p} + \text{e}^- + \bar{\nu}_e$$

10. La gráfica recoge la evolución del número de núclidos de una muestra. A partir de la gráfica, indica el valor de la constante de desintegración radiactiva, λ, para esta sustancia. Al cabo de 100 años, ¿habrá más o menos de la mitad de los núclidos que había al comienzo?

A partir de la gráfica podemos saber que el periodo de semidesintegración es de 10 días, por definición del periodo de semidesintegración, transcurrido ese tiempo la cantidad de núcleos se ha reducido al 50 %.

Entonces se puede calcular el valor de la constante de desintegración radiactiva a partir de la expresión que relaciona el número de núclidos actuales con el número de núclidos iniciales:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

Cuando ha transcurrido un tiempo igual al periodo de semidesintegración, queda la mitad de los núcleos que había inicialmente:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

Resolvemos esta ecuación tomando logaritmos a ambos lados de la igualdad y aplicando propiedades de los logaritmos. De esta forma obtenemos la constante de desintegración radiactiva:

$$\ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \cancel{\ln 1} - \ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{10\ \text{días}} = 0{,}0693\ \text{días}^{-1}$$

Como el tiempo que nos indican es mayor que el periodo de semidesintegración, al cabo de 100 años habrá menos de la mitad de los núcleos que había al comienzo.

11. Completa en tu cuaderno las siguientes reacciones nucleares:

a) $^{9}_{4}\text{Be} + ... \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^{1}_{0}\text{n} ...$

b) $^{23}_{11}\text{Na} + {}^{2}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + ...$

c) $^{27}_{13}\text{Al} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + ...$

d) $^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + ...$

Teniendo en cuenta que en todas las ecuaciones debe conservarse la carga eléctrica y el número de nucleones:

a) $^{9}_{4}\text{Be} + \mathbf{{}^{4}_{2}He} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^{1}_{0}\text{n}$

b) $^{23}_{11}\text{Na} + {}^{2}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + \mathbf{{}^{1}_{1}p}$

c) $^{27}_{13}\text{Al} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + \mathbf{{}^{1}_{0}n}$

d) $^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + \mathbf{{}^{0}_{1}e^{+}}$

12. Una muestra de 2 g de ^{235}U se fisiona, de modo que cada núcleo produce 2 · 10⁶ eV. Si todos los núcleos se fisionan, calcula la energía total que se libera. Expresa el resultado en julios y en kilovatios hora.

Datos: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Debemos calcular cuántos núcleos hay en la muestra y lo hacemos a partir de la cantidad de muestra que tenemos y de su número másico:

$$2\ \cancel{g} \cdot \frac{1\ \cancel{mol}}{235\ \cancel{g}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{núcleos}}{1\ \cancel{mol}} = 5{,}125 \cdot 10^{21}\ \text{núcleos}$$

Sabiendo la energía que libera un núcleo obtenemos la energía total que se libera:

$$5{,}125 \cdot 10^{21}\ \cancel{\text{núcleos}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{6}\ \text{eV}}{1\ \cancel{\text{núcleo}}} = 1{,}025 \cdot 10^{28}\ \text{eV}$$

Expresada en julios es:

$$1{,}025 \cdot 10^{28}\ \cancel{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}} = 1{,}64 \cdot 10^{9}\ \text{J}$$

Ahora relacionamos el kilovatio hora y el julio:

$$1\ \text{kWh} = 1000\ \text{W} \cdot 1\ \text{h} = 1000\ \frac{\text{J}}{\cancel{s}} \cdot 1\ \cancel{h} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1\ \cancel{h}} = 3{,}6 \cdot 10^{6}\ \text{J}$$

Por tanto, podemos expresar la energía en kWh:

$$1{,}64 \cdot 10^{9}\ \cancel{J} \cdot \frac{1\ \text{kWh}}{3{,}6 \cdot 10^{6}\ \cancel{J}} = 455{,}57\ \text{kWh}$$

13. El $^{131}_{53}I$, que está presente en los reactores de las centrales nucleares, es un isótopo muy peligroso para la salud, pues el yodo se fija con mucha facilidad en la glándula tiroides.

a) Escribe la reacción de desintegración de este isótopo radiactivo sabiendo que emite partículas β^-.

b) Calcula cuánta energía libera este núclido al desintegrarse. Expresa el resultado en unidades del sistema internacional.

Datos: $m(^{131}I) = 130{,}906\ 12$ u; $m(^{131}Xe) = 130{,}905\ 08$ u; $m(\beta^-) = 5{,}4891 \cdot 10^{-4}$ u; 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

a) Si el núcleo emite un electrón, es porque un neutrón se convierte en un protón. El número másico no cambia, mientras que el número atómico aumenta en una unidad. La reacción de desintegración correspondiente es:

$$^{131}_{53}\text{I} \rightarrow + ^{131}_{54}\text{Xe} + \beta^- + \bar{\nu}_e$$

b) Al desintegrarse se produce un desprendimiento de energía debido a la disminución de masa. Es decir, la suma de la masa de las partículas originadas es menor que la masa del núclido inicial. La diferencia será:

$$\Delta m = m\left(^{131}_{53}\text{I}\right) - \left(m\left(^{131}_{54}\text{Xe}\right) + m\left(\beta^-\right)\right) = 130{,}906\ 12\ \text{u} - \left(130{,}905\ 08\ \text{u} + 5{,}4891 \cdot 10^{-4}\ \text{u}\right) = 4{,}9109 \cdot 10^{-4}\ \text{u}$$

Ahora convertimos esta masa en energía mediante la fórmula de Einstein. Como nos piden el resultado en unidades del SI, expresamos la masa en kg:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 4{,}9109 \cdot 10^{-4}\ \cancel{u} \cdot \frac{1{,}6605 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{u}} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 7{,}34 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

14. Cuando explota una bomba de hidrógeno se produce la siguiente reacción:

$$^{2}_{1}\text{H} + ^{3}_{1}\text{H} \rightarrow ^{4}_{2}\text{He} + ^{1}_{0}\text{n}$$

Calcula la energía de enlace por nucleón para el $^{4}_{2}$He y la energía liberada al formarse un átomo de helio.

Datos: $m(^{2}_{1}\text{H}) = 2{,}014\ 74$ u; $m(^{3}_{1}\text{H}) = 3{,}017\ 00$ u; $m(^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}002\ 603$ u; $m(^{1}_{0}\text{n}) = 1{,}008\ 665$ u; $m(^{1}_{1}\text{p}) = 1{,}007\ 825$ u; 1 u = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s.

Para calcular la energía de enlace por nucleón calculamos el defecto de masa para el núcleo pedido:

$$\Delta m = \left(2 \cdot m_{\text{p}} + 2 \cdot m_{\text{n}}\right) - m\left(^{4}_{2}\text{He}\right) = \left(2 \cdot 1{,}007\ 825\ \text{u} + 2 \cdot 1{,}008\ 665\ \text{u}\right) - 4{,}002\ 603\ \text{u} = 0{,}030377\ \text{u}$$

La energía de enlace por nucleón será entonces:

$$\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{0{,}030377\ \cancel{\text{u}} \cdot \dfrac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}{4} = 1{,}1414 \cdot 10^{-12}\ \text{J/núcleón}$$

La energía liberada al formarse un núcleo de helio se calcula a partir de las masas de las sustancias que intervienen en la reacción:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = \left[m\left(^{2}_{1}\text{H}\right) + m\left(^{3}_{1}\text{H}\right) - m\left(^{4}_{2}\text{He}\right) - m\left(^{1}_{0}\text{n}\right)\right] \cdot c^2 =$$

$$= \left[2{,}014\ 74\ \cancel{\text{u}} + 3{,}017\ 00\ \cancel{\text{u}} - 4{,}002\ 603\ \cancel{\text{u}} - 1{,}008\ 665\ \cancel{\text{u}}\right] \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2 = 3{,}077 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$$

15. ¿En qué consiste la fisión nuclear? ¿Y la fusión nuclear? Observa las siguientes reacciones nucleares y señala si se trata de reacciones de fisión o de fusión nuclear:

a) $^{2}_{1}\text{H} + ^{3}_{1}\text{H} \rightarrow ^{4}_{1}\text{He} + ^{1}_{0}\text{n}$

b) $^{1}_{1}\text{H} + ^{1}_{0}\text{n} \rightarrow ^{2}_{1}\text{H}$

c) $^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}\text{n} \rightarrow ^{141}_{56}\text{Ba} + ^{92}_{36}\text{Kr} + 3\ ^{1}_{0}\text{n}$

d) $^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}\text{n} \rightarrow ^{140}_{54}\text{Xe} + ^{94}_{38}\text{Sr} + 2\ ^{1}_{0}\text{n}$

La fisión nuclear es el proceso en el que un núclido, generalmente de masa elevada, se rompe en dos o más fracciones de menor masa.

La fusión nuclear es un proceso en el que dos núclidos de masa baja se unen dando un núclido de masa más alta. La masa de los productos de la fusión es ligeramente inferior a la masa de los reactivos, lo que determina la liberación de la cantidad equivalente de energía.

a) Se trata de fusión nuclear, puesto que dos núcleos se unen para dar un núcleo mayor.

b) Se trata de fusión nuclear, puesto que dos núcleos se unen para dar un núcleo mayor.

c) Se trata de fisión nuclear, puesto que un núcleo se divide en dos núcleos más pequeños.

d) Se trata de fisión nuclear, puesto que un núcleo se divide en dos núcleos más pequeños.

16. La gammagrafía se emplea en diferentes ámbitos. Por ejemplo, para diagnosticar tumores. En estos casos se suministra al paciente un isótopo radiactivo del tecnecio, un emisor de rayos gamma. El periodo de semidesintegración de este isótopo es de 6 horas.

Calcula el tiempo que debe transcurrir para que la actividad observada en el paciente sea inferior al 5 % de la actividad medida en el instante en que se le inyectó el radioisótopo.

La actividad de una muestra radiactiva depende del número de núcleos existentes y de la constante de desintegración. Para el caso del tecnecio que nos indican:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{\cancel{\lambda} \cdot N}{\cancel{\lambda} \cdot N_0} = \frac{\cancel{N_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{\cancel{N_0}} \rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \ln\left(e^{-\lambda \cdot t}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda \cdot t$$

A partir de la relación entre el número de núclidos en un momento dado y el inicial podemos expresar la constante de desintegración, λ, en función del periodo de semidesintegración, $T_{1/2}$, que es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad el número de núclidos iniciales:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{\frac{\cancel{N_0}}{2}}{\cancel{N_0}} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

Resolvemos esta ecuación tomando logaritmos a ambos lados de la igualdad y aplicando propiedades de los logaritmos. De esta forma obtenemos la constante de desintegración radiactiva:

$$\ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \cancel{\ln 1} - \ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t$$

Despejando y sustituyendo los valores que indica el enunciado:

$$\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t \rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln 2} \cdot T_{1/2} = -\frac{\ln(0{,}05)}{\ln 2} \cdot 6\ \text{h} = 25{,}93\ \text{h}$$

17. **Tras el accidente ocurrido en la central nuclear de Fukushima (Japón) en 2011 se liberó ^{238}Pu, un isótopo cuyo periodo de semidesintegración es de 88 años. Determina cuánto tiempo transcurrirá hasta que quede una décima parte del ^{238}Pu emitido.**

Escribimos la ecuación que liga la variación de los núcleos emitidos con el periodo de semidesintegración:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \ln\left(e^{-\lambda \cdot t}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t \rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)}{\ln 2} \cdot T_{1/2} \rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{1}{10}\right)}{\ln 2} \cdot 88\ \text{años} = 292{,}33\ \text{años}$$

18. **El ^{60}Co es un isótopo radiactivo que emite rayos γ. Su periodo de semidesintegración es de 5,25 años. Calcula cuánto ^{60}Co tendremos al cabo de dos años si se tiene una muestra inicial de 100 g.**

Aplicamos la ecuación exponencial que liga la masa de una muestra radiactiva con la masa inicial:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = m_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} = 100\ \text{g} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{5{,}25\ \cancel{\text{años}}} \cdot 2\ \cancel{\text{años}}} = 76{,}79\ \text{g}$$

19. **En una cueva se encuentran restos orgánicos y al realizar la prueba del carbono-14 se observa que la actividad de la muestra es de 10^8 desintegraciones · s^{-1}. Calcula:**

a) La masa inicial de la muestra.

b) La actividad cuando han transcurrido 5000 años y la masa de la muestra en ese instante.

Datos: $T_{1/2}$ (^{14}C) = 5730 años; N_A = 6,022 · 10^{23} mol^{-1}; M(^{14}C) = 14 g/mol.

a) Para calcular la masa inicial se emplea la ecuación exponencial que relaciona la masa de una muestra radiactiva con la muestra inicial y la actividad.

$$A=\lambda\cdot N\rightarrow A=\lambda\cdot\frac{m}{M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}\cdot N_{\mathrm{A}}\rightarrow m=\frac{A\cdot M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}{\lambda\cdot N_{\mathrm{A}}}=\frac{A\cdot M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot N_{\mathrm{A}}}=$$

$$=\frac{10^{8}\ \text{des.}\cdot \cancel{\text{s}}^{-1}\cdot 14\ \text{g}/\cancel{\text{mol}}}{\frac{\ln 2}{5730\ \cancel{\text{años}}\cdot\frac{365{,}25\ \cancel{\text{días}}}{1\ \cancel{\text{año}}}\cdot\frac{24\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{día}}}\cdot\frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \cancel{\text{h}}}}\cdot 6{,}022\cdot10^{23}\ \text{át.}/\cancel{\text{mol}}}=6{,}065\cdot10^{-4}\ \text{g}$$

b) Cuando han transcurrido 5000 años la actividad habrá disminuido porque hay menos núclidos.

$$A=\lambda\cdot N=\lambda\cdot N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}\rightarrow\frac{A}{A_0}=\frac{\lambda\cdot N}{\lambda\cdot N_0}=\frac{\cancel{\lambda\cdot N_0}\cdot e^{-\lambda\cdot t}}{\cancel{\lambda\cdot N_0}}\rightarrow A=A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}=A_0\cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t}=$$

$$=10^{8}\ \text{des.}\cdot\text{s}^{-1}\cdot e^{-\frac{\ln 2}{5730\ \text{años}}\cdot 5000\ \text{años}}=5{,}46\cdot10^{7}\text{des.}\cdot\text{s}^{-1}=5{,}46\cdot10^{7}\ \text{Bq}$$

La masa de la muestra se puede calcular a partir de los núclidos que quedan sin desintegrar.

$$A=\lambda\cdot N\rightarrow N=\frac{A}{\lambda}\rightarrow\frac{m}{M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}\cdot N_{\mathrm{A}}=\frac{A}{\lambda}\rightarrow m=\frac{A\cdot M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}{\lambda\cdot N_{\mathrm{A}}}=\frac{A\cdot M\left({}^{14}\mathrm{C}\right)}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot N_{\mathrm{A}}}=$$

$$=\frac{5{,}46\cdot10^{7}\ \text{des}\cdot \cancel{\text{s}}^{-1}\cdot 14\ \text{g}/\cancel{\text{mol}}}{\frac{\ln 2}{5730\ \cancel{\text{años}}\cdot\frac{365{,}25\ \cancel{\text{días}}}{1\ \cancel{\text{año}}}\cdot\frac{24\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{día}}}\cdot\frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \cancel{\text{h}}}}\cdot 6{,}022\cdot10^{23}\ \text{át.}/\cancel{\text{mol}}}=3{,}311\cdot10^{-4}\ \text{g}$$

20. En una excavación arqueológica se encuentra una muestra orgánica en la que queda una décima parte del carbono ^{14}C que contenía la muestra inicialmente.

a) Calcula la edad que tiene la muestra orgánica encontrada en la excavación.

b) Sabemos que actualmente hay 10^{14} átomos de ^{14}C en la muestra. Calcula cuál es entonces su actividad.

Dato: $T_{1/2}$ (^{14}C) = 5730 años.

a) La relación entre los núclidos presentes y los que había al principio se puede relacionar con el periodo de semidesintegración del núclido. Queda:

$$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}\rightarrow\frac{N}{N_0}=e^{-\lambda\cdot t}\rightarrow\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)=\ln\left(e^{-\lambda\cdot t}\right)\rightarrow\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)=-\lambda\cdot t\rightarrow\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)=-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t\rightarrow$$

$$\rightarrow t=-\frac{\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)}{\ln 2}\cdot T_{1/2}\rightarrow t=-\frac{\ln\left(\frac{1}{10}\right)}{\ln 2}\cdot 5730\ \text{años}=19\,034{,}6\ \text{años}$$

b) La actividad está relacionada con la cantidad de núclidos presentes en cada momento:

$$A=\lambda\cdot N=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot N=\frac{\ln 2}{5730\ \cancel{\text{años}}\cdot\frac{365{,}25\ \cancel{\text{días}}}{1\ \cancel{\text{año}}}\cdot\frac{24\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{día}}}\cdot\frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\ \cancel{\text{h}}}}\cdot10^{14}\ \text{núcleos}=383{,}3\ \text{Bq}$$

21. **La masa de un núcleo atómico ¿es mayor o menor que la suma de las masas de las partículas que lo forman? ¿Por qué?**

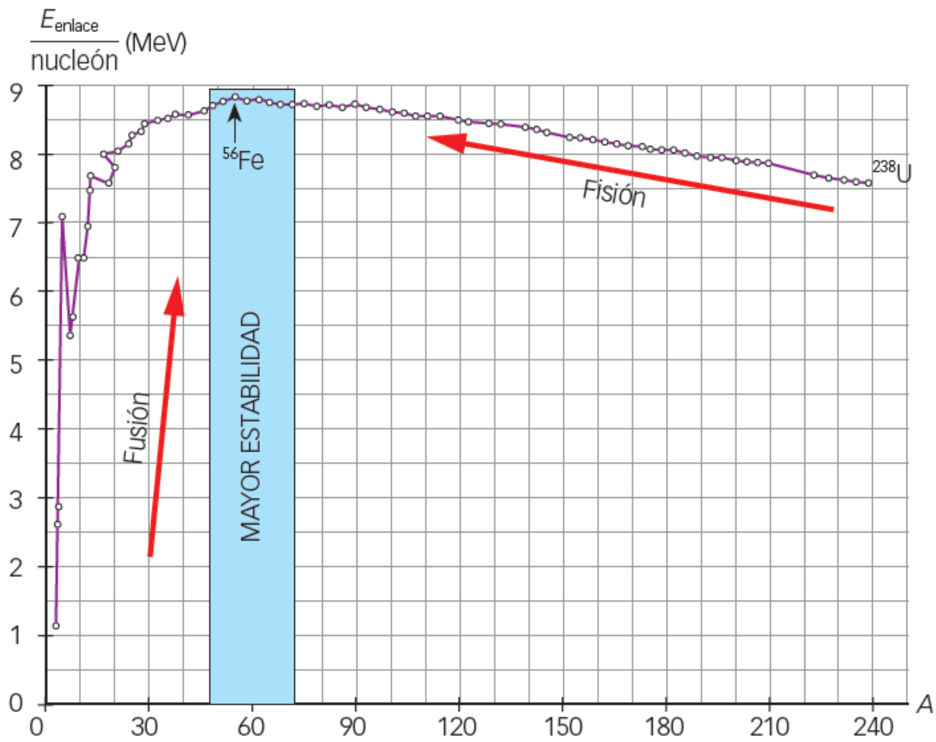
La masa de un núcleo es menor que la suma de las masas de las partículas que lo forman porque una parte de la masa aparece en forma de enlace entre los nucleones que forman el núcleo, según la fórmula de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Δm es la diferencia entre la suma de la masa de las partículas que forman el núcleo y la masa del núcleo.

22. **¿Qué se entiende por estabilidad nuclear? Representa cómo varía la energía de enlace por nucleón en función del número másico de los diferentes núcleos atómicos y usa la gráfica para explicar cómo es posible obtener energía mediante reacciones de fusión y de fisión nuclear.**

La estabilidad se refiere a la energía de enlace por nucleón. En un núcleo, cuanto mayor sea la energía de enlace por nucleón, más estable será el núcleo, pues las fuerzas entre sus nucleones serán mayores.



Los núcleos más pequeños que el hierro pueden fusionarse y liberar energía en el proceso. En cambio, los núcleos mayores que los de hierro deben fisionarse para poder liberar energía.

23. **Calcula la energía de enlace por nucleón para el ^{55}Mn, cuya masa es 54,938 u. Expresa el resultado en MeV.**

Datos: Z (Mn) = 25; m_p = 1,0073 u; m_n = 1,0087 u; 1 u = 931 MeV/c²; 1 u = 1,66 · 10⁻²⁷ kg; c = 3 · 10⁸ m/s; 1 eV = 1,6 · 10⁻¹⁹ J.

El defecto de masa en este caso vale:

$$\Delta m = 25 \cdot m_p + 30 \cdot m_n - m\left({}^{55}\text{Mn}\right) = 25 \cdot 1{,}0073\ \text{u} + 30 \cdot 1{,}0087\ \text{u} - 54{,}938\ \text{u} = 0{,}5055\ \text{u}$$

Ahora convertimos esta masa en energía mediante la fórmula de Einstein.

$$\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{0{,}5055\ \cancel{\text{u}} \cdot \dfrac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} \cdot \left(3 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2}{55} = 1{,}373 \cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$

Cambiando de unidades:

$$1{,}373\cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}\cdot\frac{1\ \text{eV}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{J}}\cdot\frac{1\ \text{MeV}}{10^{6}\ \text{eV}}=8{,}582\ \text{MeV/nucleón}$$

24. Para los isótopos $^{12}_{6}\text{C}$ y $^{13}_{6}\text{C}$, di cuál es más estable y calcula la energía de enlace por nucleón.

Datos: $m(^{12}_{6}\text{C}) = 12{,}0000$ u; $m(^{13}_{6}\text{C}) = 13{,}0034$ u; $m_p = 1{,}0073$ u; $m_n = 1{,}0087$ u; 1 u = $1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3\cdot 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

El más estable será aquel que tenga una mayor energía de enlace por nucleón. Calculamos primero el defecto de masa para cada caso:

- $^{12}_{6}\text{C}\rightarrow \Delta m = 6\cdot m_p + 6\cdot m_n - m\left(^{12}_{6}\text{C}\right) = 6\cdot 1{,}0073\ \text{u} + 6\cdot 1{,}0087\ \text{u} - 12{,}0000\ \text{u} = 0{,}096\ \text{u}$
- $^{13}_{6}\text{C}\rightarrow \Delta m = 6\cdot m_p + 7\cdot m_n - m\left(^{13}_{6}\text{C}\right) = 6\cdot 1{,}0073\ \text{u} + 7\cdot 1{,}0087\ \text{u} - 13{,}0034\ \text{u} = 0{,}1013\ \text{u}$

Ahora convertimos esta masa en energía de enlace mediante la fórmula de Einstein.

$$\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}}=\frac{\Delta m\cdot c^2}{A}$$

Aplicamos la ecuación anterior a ambos núclidos:

- $$^{12}_{6}\text{C}\rightarrow\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}}=\frac{\Delta m\cdot c^2}{A}=\frac{0{,}096\ \cancel{\text{u}}\cdot\dfrac{1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}}\cdot\left(3\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}{12}=1{,}195\cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$
- $$^{13}_{6}\text{C}\rightarrow\frac{E_{\text{Enlace}}}{\text{nucleón}}=\frac{\Delta m\cdot c^2}{A}=\frac{0{,}1013\ \cancel{\text{u}}\cdot\dfrac{1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}}\cdot\left(3\cdot 10^{8}\ \text{m/s}\right)^2}{13}=1{,}164\cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$

Por tanto, el más estable es el $^{12}_{6}\text{C}$.

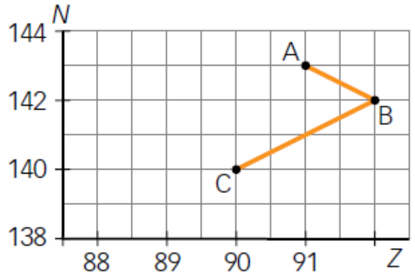
25. Un núcleo atómico emite una partícula α y dos partículas β. Determina cómo varían *Z* y *A*.

En cada desintegración α el número másico, *A*, disminuye en cuatro unidades y el número atómico, *Z*, en dos. En cada desintegración β, A no varía y *Z* aumenta en una unidad. Por tanto:

$$^{A}_{Z}\text{X}\xrightarrow{\text{Desintegración }\alpha}{}^{A-4}_{Z-2}\text{X}\xrightarrow{\text{Desintegración }\beta}{}^{A-4}_{Z-2+1}\text{X}\xrightarrow{\text{Desintegración }\beta}{}^{A-4}_{Z-2+1+1}\text{X}\rightarrow{}^{A-4}_{Z}\text{X}$$

Es decir, al final obtenemos un núcleo del mismo elemento químico, puesto que *Z* no varía, y con un número másico reducido en cuatro unidades. Es decir, obtenemos un isótopo más ligero del elemento de partida.

26. Los puntos del gráfico representan isótopos, y las flechas, desintegraciones. Indica *Z* y *A* para los isótopos A, B y C, y los tipos de desintegraciones A → B y B → C?



El isótopo A tiene un número atómico de 91. Su número másico es 91 + 143 = 234.

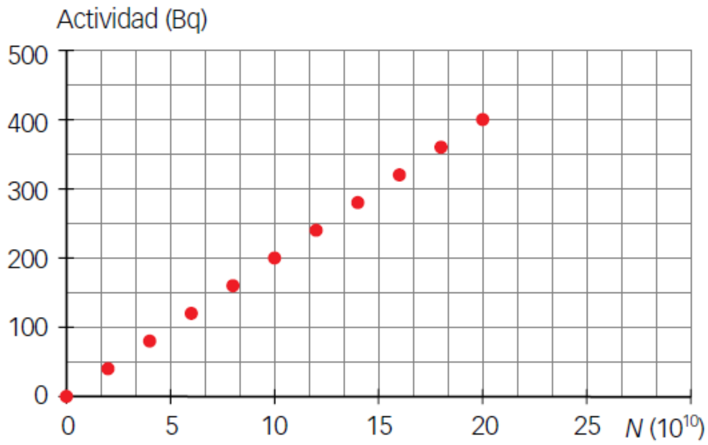
El isótopo B tiene un número atómico de 92. Su número másico es 92 + 142 = 234.

El isótopo C tiene un número atómico de 90. Su número másico es 90 + 140 = 230.

La desintegración A $\rightarrow$ B es una desintegración β, puesto que el número atómico se incrementa en una unidad y el número másico no varía.

La desintegración B $\rightarrow$ C es una desintegración α, puesto que el número atómico disminuye en dos unidades y el número másico disminuye en cuatro unidades.

27. La gráfica recoge la actividad de una muestra en función del número de átomos del isótopo radiactivo que contiene.



a) Halla el periodo de semidesintegración del isótopo.

b) Representa cómo varía el número de átomos del isótopo radiactivo en la muestra con el tiempo.

a) La actividad aumenta a medida que se incrementa el número de átomos. Podemos relacionar la actividad con el número de átomos mediante la siguiente expresión:

$$A = \lambda \cdot N \rightarrow \lambda = \frac{A}{N}$$

Por otra parte, el número de núclidos de una muestra radiactiva evoluciona según la siguiente ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

Cuando ha transcurrido un tiempo igual al periodo de semidesintegración queda la mitad de los núcleos que había inicialmente. Es decir:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \cancel{\ln 1} - \ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

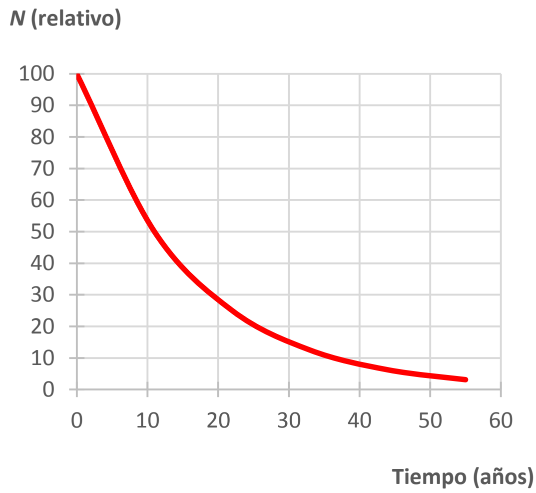
Entonces, igualando las dos expresiones obtenidas para λ:

$$\frac{A}{N} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N}{A}$$

Elegimos un punto cualquiera de la gráfica para calcular el periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot 20 \cdot 10^{10} \text{ núcleos}}{400 \text{ des./s}} = 3{,}47 \cdot 10^{8} \cancel{\text{s}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{día}}}{24 \cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365{,}25 \cancel{\text{días}}} \simeq 11 \text{ años}$$

b) Representación:



28. La vida media de un isótopo es de 50 años. Calcula:

a) El tiempo necesario para que la actividad se reduzca al 40 %.

b) Las desintegraciones que tienen lugar cada hora en una muestra de 10^{10} núcleos radiactivos.

a) Con el tiempo la actividad de cualquier muestra se irá reduciendo pues cada vez van quedando menos núcleos radiactivos de la muestra inicial. La actividad viene dada por la expresión:

$$A = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t}$$

Si la actividad se reduce al 40 %, podemos escribir la siguiente relación entre la actividad final y la actividad inicial:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{\lambda \cdot N}{\lambda \cdot N_0} = \frac{\cancel{\lambda \cdot N_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{\cancel{\lambda \cdot N_0}} \rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln 2} \cdot T_{1/2} \rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{40}{100}\right)}{\ln 2} \cdot 50 \text{ años} = 66{,}1 \text{ años}$$

b) Las desintegraciones que tienen lugar cada hora se pueden calcular a partir de la actividad de la muestra:

$$A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N = \frac{\ln 2}{50 \text{ años} \cdot \frac{365{,}25 \cancel{\text{ días}}}{1 \cancel{\text{ año}}} \cdot \frac{24 \cancel{\text{ h}}}{1 \cancel{\text{ día}}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{ s}}}{1 \cancel{\text{ h}}}} \cdot 10^{10} \text{ núcleos} = 4{,}393 \text{ des./s} = 4{,}393 \text{ Bq}$$

Como nos piden las desintegraciones que tienen lugar en una hora:

$$4{,}393 \text{ des.}/\cancel{\text{s}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{ s}}}{1 \text{ h}} = 1{,}581 \cdot 10^4 \text{ des./h}$$

29. Una muestra contiene 5 g de masa de material radiactivo. Al cabo de 25 años quedan 4,95 g de dicho material.

a) ¿Cuál es el periodo de semidesintegración?

b) ¿Cuánto tiempo debemos esperar hasta que queden 4 g de material radiactivo?

a) La masa va disminuyendo porque van desapareciendo núcleos que se desintegran. La masa en cada momento está relacionada con el número de núcleos que quedan.

$$m = cte.\cdot N \rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{\cancel{cte.}\cdot N}{\cancel{cte.}\cdot N_0} = \frac{N}{N_0} = \frac{\cancel{N_0}\cdot e^{-\lambda\cdot t}}{\cancel{N_0}} \rightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda\cdot t} \rightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t} \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = \ln\left(e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t \rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{m}{m_0}\right)}\cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{4{,}95\ \cancel{g}}{5\ \cancel{g}}\right)}\cdot 25\ \text{años} = 1724{,}19\ \text{años}$$

b) Para que queden solamente 4 g debe transcurrir aún más tiempo. Veamos cuánto, ahora que ya conocemos el periodo de semidesintegración:

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t} \rightarrow \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = \ln\left(e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{m}{m_0}\right)}{\ln 2}\cdot T_{1/2} \rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{4\ \cancel{g}}{5\ \cancel{g}}\right)}{\ln 2}\cdot 1724{,}19\ \text{años} = 555{,}07\ \text{años}$$

30. Dos isótopos radiactivos tienen diferentes constantes de desintegración. Si partimos de una muestra de 10 g de cada uno de ellos, ¿de cuál quedarán más núclidos sin desintegrar al cabo del tiempo?

La constante de desintegración es inversamente proporcional al periodo de semidesintegración. Por tanto, si partimos de la misma cantidad de ambas muestras, al cabo del tiempo quedarán más núclidos sin desintegrar de la muestra cuyo periodo de semidesintegración es mayor, es decir, del isótopo cuya constante de desintegración es menor.

$$N = N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{\cancel{N_0}\cdot e^{-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_1}\cdot t}}{\cancel{N_0}\cdot e^{-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_2}\cdot t}} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{e^{-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_1}\cdot t}}{e^{-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_2}\cdot t}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_1}\cdot t}\cdot e^{+\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_2}\cdot t} = e^{+\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_2}\cdot t-\frac{\ln 2}{(T_{1/2})_1}\cdot t} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = e^{\ln 2\cdot t\cdot\left(\frac{1}{(T_{1/2})_2}-\frac{1}{(T_{1/2})_1}\right)}$$

Tomamos ahora logaritmos en ambos miembros de la ecuación:

$$\ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \ln\left(e^{\ln 2\cdot t\cdot\left(\frac{1}{(T_{1/2})_2}-\frac{1}{(T_{1/2})_1}\right)}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \ln 2\cdot t\cdot\left(\frac{1}{(T_{1/2})_2}-\frac{1}{(T_{1/2})_1}\right)$$

Al cabo de cierto tiempo, el mismo para ambos, tenemos:

$$(T_{1/2})_1 > (T_{1/2})_2 \rightarrow \frac{1}{(T_{1/2})_2} > \frac{1}{(T_{1/2})_1} \rightarrow \frac{1}{(T_{1/2})_2} - \frac{1}{(T_{1/2})_1} > 0 \rightarrow \ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right) > 0 \rightarrow \frac{N_1}{N_2} > 1 \rightarrow N_1 > N_2$$

Es decir, quedan más núcleos de aquel que tiene un periodo de semidesintegración mayor.

31. El tritio es un isótopo del hidrógeno con dos neutrones en su núcleo. Se produce en la atmósfera cuando los átomos de nitrógeno chocan con otra partícula desconocida según la reacción escrita abajo. Determina cuántos protones y neutrones hay en la partícula Q:

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{X}_{Y}\mathrm{Q}\rightarrow{}^{12}_{6}\mathrm{C}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}$$

El tritio es radiactivo. Su periodo de semidesintegración es de 12 años. Supón que se parte de una muestra de 200 g de tritio. Representa en una gráfica cómo varía la cantidad de tritio a lo largo de los siguientes 36 años.

En la ecuación anterior debe conservarse la carga eléctrica y el número de nucleones. Por tanto:

$$7+y=6+1\rightarrow y=0$$

Es decir, la partícula Q no tiene carga eléctrica.

Por otra parte:

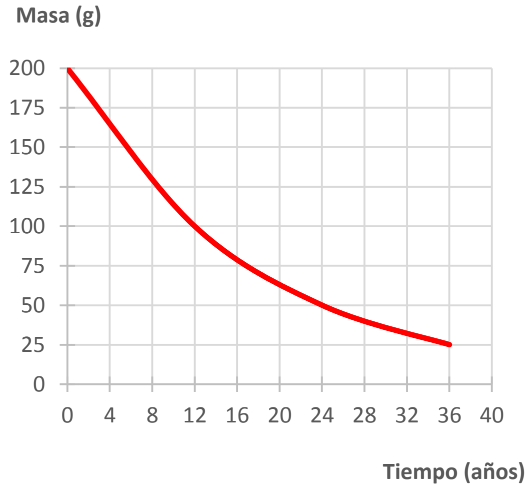
$$14+x=12+3\rightarrow x=1$$

Por tanto, la partícula Q es un neutrón y la reacción completa sería esta:

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{12}_{6}\mathrm{C}+{}^{3}_{1}\mathrm{H}$$

Si el periodo de semidesintegración es de 12 años, eso quiere decir que al cabo de 12 años quedará la mitad de la muestra sin desintegrar: 100 g. Tras otros 12 años, cuando han transcurrido 24 años, quedará la cuarta parte: 50 g; y tras 36 años quedará la octava parte: 25 g.

Gráficamente:



32. Escribe la reacción correspondiente al bombardeo de $^{14}_{7}\mathrm{N}$ con partículas α, en la que se forma $^{17}_{8}\mathrm{O}$ y otras partículas.

El isótopo de oxígeno tiene un protón más que el isótopo de nitrógeno en su núcleo. Además, su número másico es mayor en tres unidades. Y la partícula α tiene 2 neutrones y 2 protones. Por tanto, podemos escribir:

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{4}_{2}\,\alpha\rightarrow{}^{17}_{8}\mathrm{O}+{}^{1}_{-1}\,\mathrm{X}$$

Es decir, en la reacción debe aparecer una partícula con carga negativa y además debe aparecer una partícula con número másico 1. Por tanto, se forman un neutrón y un electrón. La reacción correspondiente es:

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{4}_{2}\,\alpha\rightarrow{}^{17}_{8}\mathrm{O}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}+\mathrm{e}^{-}$$

33. Anota en tu cuaderno qué reacción representa los productos de la fisión del $^{235}_{92}\text{U}$ tras absorber un neutrón.

a) $^{209}_{82}\text{Pb}+5\alpha+2\text{p}+5\text{n}$ **b)** $^{90}_{38}\text{Sr}+{}^{140}_{54}\text{Xe}+6\text{n}$ **c)** $^{141}_{56}\text{Ba}+{}^{92}_{36}\text{Kr}+3\text{n}$

Al bombardear deben conservarse las cargas y el número de nucleones. Por tanto, a la derecha de la ecuación debe haber productos con una carga positiva igual a la carga del núcleo de uranio, es decir, 82. Y debe haber en total 235 + 1 = 236 nucleones (los 235 del uranio más el neutrón).

Las ecuaciones que satisfacen estos criterios son la b y la c:

$$^{235}_{92}\text{U}+{}^{1}_{0}\text{n}\rightarrow{}^{90}_{38}\text{Sr}+{}^{140}_{54}\text{Xe}+6\,{}^{1}_{0}\text{n}$$

$$^{235}_{92}\text{U}+{}^{1}_{0}\text{n}\rightarrow{}^{141}_{56}\text{Ba}+{}^{92}_{36}\text{Kr}+3\,{}^{1}_{0}\text{n}$$

34. El uranio-235 tiene unos cuarenta modos posibles de desintegración por absorción de un neutrón.

a) Completa la reacción nuclear siguiente, que ocurre cuando un núcleo de ^{235}U absorbe un neutrón:

$$^{1}_{0}\text{n}+{}^{235}_{92}\text{U}\rightarrow{}^{95}_{38}\text{Sr}+{}^{c}_{d}\text{Xn}+2\,{}^{1}_{0}\text{n}$$

Indica también cuántos neutrones y protones tiene este núcleo de uranio.

b) Calcula la energía producida en la fisión de un núcleo de uranio 235, de acuerdo con la reacción anterior.

Datos: m_n = 1,008 66 u; $m(^{235}\text{U})$ = 235,124 u; $m(^{95}\text{Sr})$ = 94,9194 u; $m(^{139}\text{Xe})$ = 138,919 u; $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}; 1 u = 1,660 54 · 10^{-27} kg.

a) Para completar la reacción hay que tener en cuenta que debe conservarse tanto el número de nucleones como la carga eléctrica. Por tanto:

$$1+235=95+c+2\cdot1\rightarrow c=236-95-2=139$$

$$92=38+d\rightarrow d=54$$

La reacción queda entonces:

$$^{1}_{0}\text{n}+{}^{235}_{92}\text{U}\rightarrow{}^{95}_{38}\text{Sr}+{}^{139}_{54}\text{Xn}+2\,{}^{1}_{0}\text{n}$$

El núcleo de uranio tiene 92 protones y 235 – 92 = 143 neutrones.

b) La energía producida depende de la diferencia de masa entre los reactivos y los productos. Para la reacción en la que se fisiona un núcleo:

$$\Delta m=m\left({}^{235}_{92}\text{U}\right)+m\left({}^{1}_{0}\text{n}\right)-m\left({}^{95}_{38}\text{Sr}\right)-m\left({}^{139}_{54}\text{Xe}\right)-2\cdot m\left({}^{1}_{0}\text{n}\right)=m\left({}^{235}_{92}\text{U}\right)-m\left({}^{95}_{38}\text{Sr}\right)-m\left({}^{139}_{54}\text{Xe}\right)-m\left({}^{1}_{0}\text{n}\right)=$$
$$=235{,}124\text{ u}-94{,}9194\text{ u}-138{,}919\text{ u}-1{,}008\,66\text{ u}=0{,}2769\text{ u}$$

Ahora convertimos esta masa en energía mediante la fórmula de Einstein.

$$E=\Delta m\cdot c^2=0{,}2769\ \cancel{\text{u}}\cdot\frac{1{,}660\,54\cdot10^{-27}\text{ kg}}{1\ \cancel{\text{u}}}\cdot\left(3\cdot10^{8}\text{ m/s}\right)^2=4{,}138\cdot10^{-11}\text{ J/núcleo}$$

35. En esta reacción nuclear se liberan 11,47 MeV.

$$^{A}_{Z}\text{Li}+{}^{1}_{1}\text{H}\rightarrow2\,{}^{4}_{2}\text{He}$$

Completa los números *A* y *Z* y calcula la masa atómica del isótopo de litio.

Datos: m(H) = 1,0078 u; m(He) = 4,0026 u; 1 u = 931 MeV/c^2.

Para completar la reacción hay que tener en cuenta que debe conservarse tanto el número de nucleones como la carga eléctrica. Por tanto:

$$A+1=8\rightarrow A=7$$

$$Z+1=4\rightarrow Z=3$$

La reacción queda entonces:

$$^{7}_{3}\text{Li}+{}^{1}_{1}\text{H}\rightarrow2\,{}^{4}_{2}\text{He}$$

La masa del isótopo de litio se puede calcular a partir de las masas de los demás núclidos y de la energía liberada.

$$E = \Delta m \cdot c^2 = \left[m\left({}^7_3\text{Li}\right) + m\left({}^1_1\text{H}\right) - 2 \cdot m\left({}^4_2\text{He}\right) \right] \cdot c^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{E}{c^2} = m\left({}^7_3\text{Li}\right) + m\left({}^1_1\text{H}\right) - 2 \cdot m\left({}^4_2\text{He}\right) \rightarrow m\left({}^7_3\text{Li}\right) = \frac{E}{c^2} - m\left({}^1_1\text{H}\right) + 2 \cdot m\left({}^4_2\text{He}\right) =$$

$$= \frac{11{,}47\ \cancel{\text{MeV}} \cdot \dfrac{1\ \text{u}}{931\ \cancel{\text{MeV}} \cdot \cancel{c^2}}}{\cancel{c^2}} - 1{,}0078\ \text{u} + 2 \cdot 4{,}0026\ \text{u} \rightarrow m\left({}^7_3\text{Li}\right) = 7{,}0097\ \text{u}$$

36. En algunas estrellas se producen reacciones de fusión del ciclo de carbono. En la etapa final un protón se une con el núcleo ${}^{15}_{7}\text{N}$ para dar ${}^{12}_{6}\text{C}$ y un núcleo de helio.

a) Escribe la reacción nuclear correspondiente.

b) ¿Cuánta energía se genera al formar 10 kg de ${}^{12}_{6}\text{C}$?

Datos: $m({}^1_1\text{H}) = 1{,}007\ 825$ u; $m({}^{15}_{7}\text{N}) = 15{,}000\ 108$ u; $m({}^{12}_{6}\text{C}) = 12{,}000\ 000$ u; $m({}^4_2\text{He}) = 4{,}002\ 603$ u; 1 u = $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) Para completar la reacción hay que tener en cuenta que deben conservarse tanto el número de nucleones como la carga eléctrica. Por tanto:

$$ {}^{15}_{7}\text{N} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^4_2\text{He}$$

b) Al formar un núcleo de ^{12}C se genera cierta energía que podemos calcular realizando el balance energético en la reacción nuclear anterior. Así:

$$\Delta m = m\left({}^{15}_{7}\text{N}\right) + m\left({}^1_1\text{H}\right) - m\left({}^{12}_{6}\text{C}\right) - m\left({}^4_2\text{He}\right) = 15{,}000\ 108\ \text{u} + 1{,}007\ 825 - 12{,}000\ 000\ \text{u} - 4{,}002\ 603\ \text{u} =$$
$$= 5{,}333 \cdot 10^{-3}\ \text{u}$$

Entonces la energía generada durante la formación de un núcleo de ^{12}C es:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 5{,}333 \cdot 10^{-3}\ \text{u} \cdot \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \text{u}} \cdot \left(3 \cdot 10^8\ \text{m/s}\right)^2 = 8{,}155 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$

Como piden la energía liberada al formar 10 kg:

$$8{,}155 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\cancel{1\ \text{átomo C}}} \cdot \frac{\cancel{1\ \text{átomo C}}}{12\ \cancel{\text{u}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{u}}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \cancel{\text{kg}}} \cdot 10\ \cancel{\text{kg}} = 4 \cdot 10^{13}\ \text{J}$$

37. El ^{131}I es un isótopo radiactivo empleado para tratar el cáncer y enfermedades del tiroides. Su periodo de semidesintegración es de ocho días, según esta reacción:

$$ {}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{x}_{y}\text{Xe} + \beta^- + \gamma$$

a) Determina X, Y.

b) ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que la cantidad de ^{131}I introducida en un paciente se reduzca hasta el 6,25 % de su valor inicial?

a) En la reacción anterior debe conservarse el número de nucleones y la carga eléctrica. Es decir:

$$131 = x + 0 + 0 \rightarrow x = 131\ ;\ 53 = y - 1 \rightarrow y = 54$$

Por tanto, la reacción será esta:

$$ {}^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + \beta^- + {}^0_0\overline{\nu}_e$$

Se trata de una desintegración β: un neutrón del núcleo se convierte en un protón.

b) La actividad está relacionada con el número de núclidos. A medida que se va desintegrando sustancia van quedando menos núclidos y la actividad va disminuyendo.

$$A=\lambda\cdot N\rightarrow\frac{A}{A_0}=\frac{\lambda\cdot N}{\lambda\cdot N_0}=\frac{\cancel{\lambda\cdot N_0}\cdot e^{-\lambda\cdot t}}{\cancel{\lambda\cdot N_0}}\rightarrow\frac{A}{A_0}=e^{-\lambda\cdot t}\rightarrow\frac{A}{A_0}=e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t}\rightarrow\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)=-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\cdot t\rightarrow$$

$$\rightarrow t=-\frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln 2}\cdot T_{1/2}\rightarrow t=-\frac{\ln\left(\frac{6{,}25}{100}\right)}{\ln 2}\cdot 8\text{ días}=32\text{ días}$$

FÍSICA EN TU VIDA

1. ¿Por qué se usan preferiblemente isótopos con un periodo de semidesintegración corto en las gammagrafías?

Porque así no hay que esperar mucho tiempo para poder realizar la prueba correspondiente en el paciente, ya que la imagen se forma a partir de los fotones gamma emitidos durante la desintegración del isótopo empleado.

2. ¿Qué indican las zonas coloreadas con diferentes tonos en una gammagrafía?

Las zonas coloreadas indican las regiones en las que se han detectado los fotones gamma emitidos por el isótopo radiactivo.

3. ¿Por qué se dice que las gammagrafías son inocuas para el paciente, si en realidad se introduce en su organismo una sustancia radiactiva?

Porque dicha sustancia radiactiva no altera los tejidos del paciente. Es una cantidad poco elevada que no reviste peligro. Además, deben emplearse sustancias que no emitan fotones gamma muy energéticos, ya que cuanta más energía tienen los fotones, más daños causan en el organismo.

4. Se dice que la gammagrafía es una técnica muy completa porque, a diferencia de otras técnicas de diagnóstico muestran el cuerpo humano en funcionamiento. Explica esto con algún ejemplo.

Si el paciente ingiere una sustancia radiactiva, esta puede pasar, por ejemplo, al torrente sanguíneo, de modo que se puede ver cómo se mueve esta sustancia por el organismo y obtener un mapa detallado, por ejemplo, del aparato circulatorio.