

Tema 11: Física Cuántica

- 11.1 Introducción.
- 11.2 Limitaciones de la Física Clásica.
- 11.3 Efecto fotoeléctrico.
- 11.4 Dualidad onda-corpúsculo; hipótesis de De Broglie
- 11.5 Principio de indeterminación de Heisenberg; límites de validez de la física clásica.
- 11.6 Ejercicios Resueltos.
- 11.7 Ejercicios Propuestos.

11.1.- Introducción

A lo largo de la Historia las ideas sobre la naturaleza de la luz y de las distintas radiaciones ha ido cambiando. En la antigüedad (Grecia), apenas se describen fenómenos, dando explicaciones a veces místicas, nada científicas. Los árabes, sobre el s. XI, describen los fenómenos de reflexión y refracción, pero poco más.

Hay que esperar hasta finales del S. XVII para encontrar teorías científicas. Huygens, en 1690, y Newton, en 1704, exponen teorías contrapuestas:

- **Huygens:** La luz se propaga como una onda mecánica (teoría ondulatoria), a través de un medio ideal, el éter. Supone que la luz debe experimentar fenómenos de interferencia y difracción, característicos de las ondas. Su velocidad será menor en medios más densos.
- **Newton:** La luz está formada por partículas materiales (teoría corpuscular). No debe producir interferencia ni difracción. Su velocidad será mayor en medios más densos.

Por razones de prestigio científico, prevaleció la teoría de Newton, dejando olvidada la de Huygens. Hasta que **Young**, en 1801, observó la difracción de la luz; y **Foucault**, en 1855, comprobó que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire. Se rescató entonces la teoría ondulatoria como válida.

En 1865, **Maxwell**, como consecuencia de su teoría electromagnética, llegó a la conclusión de que la propagación de los campos eléctrico y magnético como onda electromagnética tenía las mismas características que la luz (hasta su velocidad). Por lo tanto, la luz fue considerada como una onda electromagnética transversal, que no necesitaba ningún medio material para propagarse.

11.2.- Limitaciones de la Física Clásica

A finales del S. XIX, parecía que los conceptos fundamentales en Física estaban perfectamente determinados. La teoría electromagnética de Maxwell daba cuenta de las interacciones eléctrica y magnética, dando a la luz (a la radiación, en general) un carácter claramente ondulatorio. Sin embargo, existían algunos fenómenos que no quedaban explicados mediante las llamadas "teorías clásicas". Fenómenos que iban a cambiar las bases del conocimiento científico.

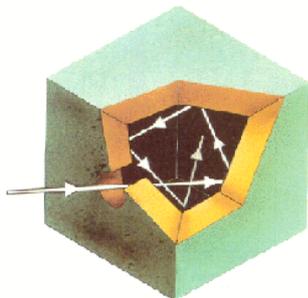
11.2.1.- Radiación del cuerpo negro

Nada más encender una hoguera, el carbón o leña mantienen su aspecto y color durante un tiempo pero si acercamos las manos notamos una radiación de calor. Está radiación invisible que percibimos es radiación infrarroja. A medida que aumentamos la temperatura la leña o el carbón comienzan a ponerse al rojo y llegará un momento en que estén amarillos y casi blancos. Un estudio cuidadoso de esta radiación demuestra que es una distribución de longitudes de onda que incluye infrarrojos, visible y ultravioleta.

De este ejemplo se desprende que la frecuencia de la radiación que emite un cuerpo caliente aumenta con la temperatura. La potencia irradiada (energía por unidad de tiempo) depende de las características del material.

La máxima potencia irradiada se consigue con lo que llamaremos **cuerpo negro**.

En 1859, Kirchoff establece la definición de cuerpo negro: **Cuerpo negro es un sistema ideal que absorbe toda la radiación que sobre él incide** y una ley básica: Cuando un cuerpo está en equilibrio térmico la energía que absorbe es igual a la que emite. Por tanto, **un cuerpo negro** es también un emisor ideal, es decir, que **emite en todas las longitudes de onda**.



Se puede conseguir una buena aproximación al cuerpo negro con una cavidad con un pequeño orificio en una de sus paredes y todas las paredes pintadas de negro. Cualquier radiación que entre por dicho orificio será absorbida por las radiaciones en las paredes internas y las posibilidades de escapar por el orificio son pocas. Si examinamos la radiación que emite ese cuerpo en el interior de la cavidad a medida que se calienta, veremos que la radiación depende solo de la temperatura, no de las características de la sustancia.

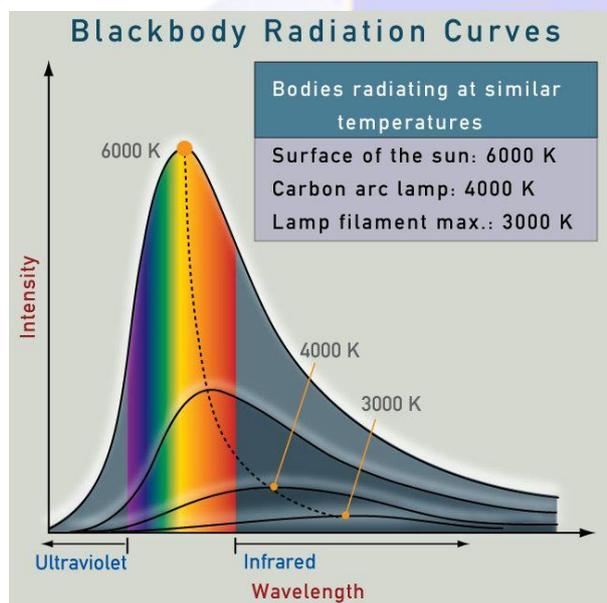
La radiación de un cuerpo negro viene determinada por:

Lev de Stefan - Boltzmann: La cantidad total, por unidad de tiempo y superficie, de energía emitida por un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta.

$$I = \sigma T^4$$

donde I se mide en W/m^2 y σ es la cte universal de Stefan, de valor $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2K^4$

Lev del desplazamiento de Wien: El producto de la longitud de onda correspondiente al máximo de emisión por la temperatura absoluta es cte. $\lambda_{max} \cdot T = 2,897 \cdot 10^{-3} m K$.



Las gráficas en las que se observa el perfil de la potencia irradiada en función de la longitud de onda y la temperatura, permiten comprobar como se cumplen las dos leyes. Para una temperatura fija existe una longitud de onda para la que la energía emitida es máxima. Si aumenta la energía del cuerpo, la máxima emisión de energía se obtiene para longitudes de onda menores.



A pesar de su nombre los cuerpos negro no siempre se ven de color negro. En función de la Temperatura pueden ponerse rojos e incluso blanco incandescente. Por ejemplo en un horno de cocción de barro a 1000 o 1100 °C la radiación que emite es rojiza y todos los objetos de su interior tienen el mismo color independientemente del barro que contengan. Esto está de acuerdo con la ley de Wien, que dice que la λ correspondiente al máximo de emisión solo depende de la temperatura y no del cuerpo.

11.2.2.- Hipótesis de Planck

La teoría clásica, que consideraba que la radiación tenía carácter ondulatorio, suponía que la energía se emitía de forma continua, como corresponde a una onda. Sin embargo, hemos visto que esto no explicaba la radiación térmica.

Planck supone algo completamente diferente. Propone:

- La energía no se emite de forma continua, sino discreta, es decir, "concentrada" en cuantos o paquetes de energía (algo muy similar a lo que ocurriría si se emitieran partículas).
- La energía correspondiente a un cuanto depende de la frecuencia de vibración de los átomos del material y viene dada por la expresión:

$$E = h \cdot \nu$$

donde $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ es la llamada cte de Planck.

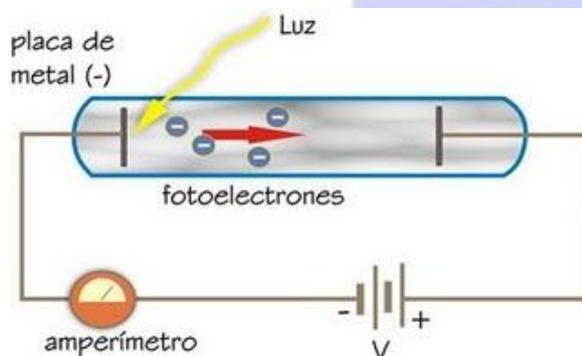
- Por lo tanto, la energía emitida no puede tener cualquier valor. Sólo podrá emitirse un número entero de cuantos de energía. $E_T = n \cdot h \nu$. Se dice entonces que la **energía emitida está cuantizada**.

Teniendo en cuenta estas suposiciones, Planck obtiene la explicación teórica de toda la gráfica completa. Hubo que admitir, por lo tanto, que la emisión (y también la absorción, es decir, los intercambios de energía) de radiación no es continua, sino que está cuantizada.

(Una unidad que usaremos para medir energías es el electronvoltio (eV). se define como la energía que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de un Voltio. ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$))

11.3.- Efecto fotoeléctrico

A finales del siglo XIX Hert efectuó experimentos que confirmaron la existencia del espectro electromagnético. Pero además, durante estos experimentos descubrió que al someter a la acción de la luz (visible o ultravioleta) determinadas superficies metálicas, estas desprendían electrones, llamados fotoelectrones. Este fenómeno se denomina efecto fotoeléctrico.



Los electrones emitidos al iluminar el cátodo originan una corriente eléctrica de intensidad I al chocar con el ánodo. La intensidad medida es proporcional al número de electrones arrancados. El número de electrones que alcanzan el ánodo se mide por la corriente que circula por el amperímetro. El W necesario para arrancar el electrón del metal depende de su energía de enlace. La energía más pequeña recibe el nombre de trabajo de extracción W_0 .

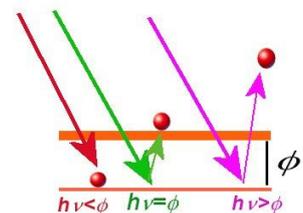
Si el ánodo es positivo, atraerá a los electrones. Para un cierto $\Delta V =$, todos los electrones emitidos llegarán al ánodo y conoceremos la intensidad I proporcional al número total de electrones.

Si el ánodo es negativo, los electrones serán repelidos y solo llegarán al otro extremo aquellos que tengan una energía cinética inicial suficiente para vencer el potencial de repulsión. Para un cierto valor de este potencial, denominado **potencial de frenado**, ningún electrón llegará al ánodo. Este potencial multiplicado por la carga del electrón nos da el valor de la $E_{c_{\text{máx}}}$.

$$\frac{1}{2} m_e v_{\text{máx}}^2 = q_e \cdot V$$

Existen tres hechos en este experimento que no pueden explicarse con la mecánica clásica:

- Solo se emiten electrones cuando la frecuencia de la luz que incide sobre la placa supera un cierto valor f_0 que se denomina **frecuencia umbral**, y que es característico de cada metal. Por debajo de dicha frecuencia umbral no hay emisión de electrones, aunque se aumente la intensidad luminosa. Según la teoría clásica debería ocurrir para cualquier frecuencia de la luz siempre que la intensidad luminosa fuese suficientemente grande.



- Si la frecuencia ν de la luz incidente es mayor que la umbral el número de electrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación incidente. Sin embargo, su energía cinética máxima es independiente de la intensidad de la luz, solo depende de la frecuencia incidente. Según las teorías clásicas la energía cinética debía aumentar con la intensidad.
- Nunca se ha podido medir un tiempo de retraso entre la iluminación del metal y la emisión de fotoelectrones. Según la teoría clásica, si la intensidad de la luz es muy débil debe existir un tiempo de retraso entre el instante en que la luz incide sobre la superficie metálica y la emisión de fotoelectrones.

11.3.1.- Explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico

En 1905, Einstein retomó la idea de los cuantos de Planck pero no limitó su aplicación a la explicación de la absorción o emisión de energía por parte de los osciladores atómicos sino que la extendió a la propia naturaleza y propagación de la luz. **Einstein volvió a introducir la naturaleza corpuscular en la propagación de la luz y su interacción con la materia.**

Según Einstein: La energía luminosa no se reparte de un modo uniforme en todos los puntos del frente de onda, sino que está concentrada en cuantos de energía, que denominará **fotones**. La luz estaría formada por una infinidad de fotones de diferentes tamaños energéticos que se propagan en todas direcciones a la velocidad de la luz. Cuando la luz interacciona con la materia absorbe aquellos fotones que le están permitidos.

Einstein da una explicación a todos los hechos observados en el efecto fotoeléctrico:

- Un fotón de luz puede tener energía suficiente para arrancar un electrón de un átomo. El electrón transforma dicha energía en el trabajo necesario que debe efectuar contra la fuerza de atracción electrostática que lo liga al átomo. Como los átomos de cada metal son diferentes, la energía debe ser distinta para cada metal, lo que explica la especificidad de la frecuencia umbral para los diferentes metales. Es decir, que **el trabajo necesario para arrancar un electrón de una superficie metálica es igual a h multiplicado por la frecuencia umbral:**

$$W_o = h\nu_o$$

- La energía de los fotones de la luz incidente puede ser mayor que el trabajo de extracción. En este caso, la energía restante es la energía cinética que adquiere un electrón una vez que ha sido extraído de la superficie metálica. Si la energía del fotón de la luz incidente es $E = h\nu$, se cumple que:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{cinética}} \Leftrightarrow h\nu = h\nu_o + \frac{1}{2}mv^2$$

Esta expresión se conoce como **ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico**. Esto explica porque no aumenta la energía cinética de los electrones de los electrones al incrementarse la intensidad de la luz. La energía cinética depende únicamente de la frecuencia de la luz incidente y de la frecuencia umbral. Un aumento de la intensidad solo supone un incremento del número de fotones que llegan a la superficie, con lo que es mayor el número de electrones arrancados pero no su energía cinética.

- El hecho de que los electrones sean emitidos casi instantáneamente es comparable con el punto de vista de la luz como partícula, en la que la energía incidente parece concentrarse en paquetes, en vez de hacerlo sobre una gran área (ondas)

11.4.- Dualidad Onda-Corpusculo. Hipótesis de De Broglie

Una vez que hemos visto el comportamiento dual de la luz, que antes considerábamos únicamente como onda, cabe plantearnos si ese comportamiento dual es exclusivo de la luz. ¿Podría darse lo contrario? ¿Puede que algo que consideramos una partícula (en electrón, p.ej.) se comporte como una onda en algunos experimentos?

El científico francés Louis de Broglie, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (Compton), sugirió en 1924 que cualquier partícula puede comportarse como una onda en determinados experimentos. A cada partícula corresponde una onda asociada. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual.

Según esta hipótesis, la energía, tanto de la materia como de la radiación, se relaciona con la frecuencia ν de la onda asociada a su movimiento mediante la expresión:

$$E = h\nu$$

Y el momento lineal p , con la longitud de onda mediante:

$$p = mv = \frac{E}{c^2} \cdot c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Así pues, la longitud de onda λ asociada a una partícula material o a un fotón de momento lineal p será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

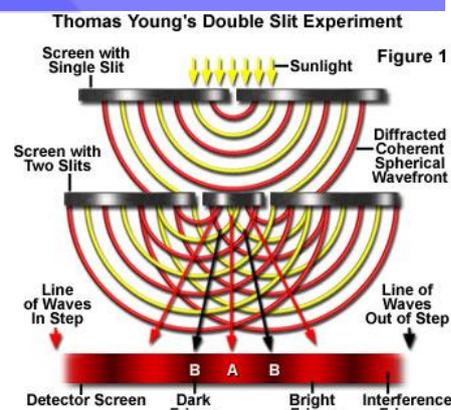
Esta propuesta de De Broglie fue considerada como carente de realidad física por su falta de evidencias experimentales hasta que años después G.P. Thomson confirmó la relación obtenida por De Broglie mediante la difracción de haces de electrones a través de hojas metálicas delgadas.

11.4.1.- Experimento de la doble rendija

El experimento consiste en lanzar electrones, de uno en uno, desde una fuente hacia un par de ranuras próximas. La llegada de cada electrón se registra en una placa fotográfica en una pantalla. Todos los electrones se lanzan con la misma velocidad, y por tanto, con la misma longitud de onda.

Aunque no podemos predecir donde chocará cada electrón, después del impacto de muchos electrones aparece el patrón de interferencia ondulatoria.

El patrón obtenido es idéntico en el caso de fotones de la misma longitud de onda. Y el experimento podría repetirse con protones, neutrones, o incluso, bolas de billar, ya que toda la materia posee propiedades ondulatorias. Sin embargo, el fenómeno solo se produce si la longitud de onda es comparable a la separación entre ambas rendijas. Por eso jamás apreciaremos las propiedades ondulatorias de una bola de billar, puesto que su longitud de onda asociada es demasiado pequeña.



11.5.- Principio de Incertidumbre de Heisemberg

Según la física clásica, el error en una medida se debe a la imprecisión del aparato de medida. Por tanto, un aparato clásico ideal podría determinar exactamente, por ejemplo, la posición y la velocidad del electrón en el experimento de la doble rendija. Heisemberg y Bohr pusieron en duda esta suposición.

La cuestión planteada era: ¿Hasta qué punto es posible determinar simultáneamente la posición y el momento lineal de un objeto cuántico, materia, como un electrón, o radiación, como un fotón?

En 1927, el físico Heisemberg dio la respuesta enunciando su **Principio de indeterminación** o **principio de incertidumbre**, el cual nos proporciona unos límites para la información que podemos conocer de un objeto cuántico. Este principio tiene dos partes:

- No es posible determinar simultáneamente el valor exacto de la posición \mathbf{x} y del momento lineal \mathbf{p} de un objeto cuántico. Los valores de las indeterminaciones cumplen:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

donde $\Delta \mathbf{x}$ es la indeterminación en la posición espacial y $\Delta \mathbf{p}$ la del momento lineal.

De esta relación vemos que un alto grado de precisión en el valor de la posición equivale a una gran indeterminación en la medida del momento lineal (y por tanto en la velocidad del objeto)

- No es posible determinar simultáneamente el valor medido de la energía E de un objeto cuántico y el intervalo de tiempo necesario para efectuar la medida. Esto exige que se cumpla:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Así, este principio hace evidente la necesidad de que los sistemas cuánticos se expresen en términos de probabilidad.

11.6.- Ejercicios resueltos

1.- El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda $200 \cdot 10^{-9}$ m. (AND-2011)

Calcule razonadamente:

- La energía cinética de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado.
- La longitud de onda umbral para el aluminio.

Datos: $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s ; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹ ; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J

a) En el efecto fotoeléctrico, cuando se incide sobre un metal con una luz de una longitud de onda determinada, por tanto con una frecuencia determinada, esta energía según la ecuación de Planck sirve para arrancar los electrones del metal (trabajo de extracción) y para comunicarles una velocidad (energía cinética) con la que salen de él. Einstein estableció que:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{cinética}} \quad \Leftrightarrow \quad h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

Donde h es la constante de Planck, ν es la frecuencia de la luz incidente y ν_0 es la frecuencia umbral, o la frecuencia mínima necesaria para arrancar electrones de dicho metal.

Despejando de la ecuación anterior la energía cinética, tenemos que:

$$E_{\text{cinética}} = E_{\text{incidente}} - W_{\text{Extracción}}$$

De los datos del enunciado, sabemos que el trabajo de extracción es de 4,2 eV, por tanto calculando la energía incidente y operando un poco obtenemos la energía cinética.

Sabemos que

$$E_{\text{incidente}} = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{200 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 9,93 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

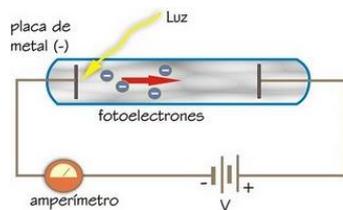
Si expresamos el trabajo de extracción en julios tenemos:

$$W_{\text{Extracción}} = 4,2 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}\cdot\text{eV}^{-1} = 6,7384 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Por tanto, la energía cinética será:

$$E_{\text{cinética}} = E_{\text{incidente}} - W_{\text{Extracción}} = 9,93 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 6,74 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

O lo que es lo mismo aproximadamente: 2 eV



La Energía cinética y, por tanto, la velocidad de los electrones, se calcula experimentalmente frenando a los electrones mediante un campo eléctrico, hasta que pierdan toda su energía cinética. La diferencia de potencial necesaria se denomina potencial de frenado (diferencia de potencial mínima que hay que colocar en la pila para que los fotoelectrones que saltan queden frenados y no lleguen al otro extremo del tubo). Según esto:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2} m_e v_e^2 = -q_e \cdot \Delta V$$

Y de aquí despejando la diferencia de potencial, esta será:

$$\Delta V = \frac{\frac{1}{2} m_e v_e^2}{q_e} = \frac{E_c}{q_e} = \frac{3,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2 \text{ V}$$

Por tanto el potencial de frenado será 2V.

b) La longitud de onda umbral la calculamos despejando del trabajo de extracción:

$$W_{\text{Extracción}} = h\nu_o = 6,7384 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Por tanto; la longitud de onda umbral:

$$W_{\text{Extracción}} = h\nu_o = h \frac{C}{\lambda_o} \Rightarrow \lambda_o = h \frac{C}{W_E} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6,7384 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,95 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Así que la longitud de onda umbral será de $\lambda_o = 295 \text{ nm}$.

2.- En un experimento fotoeléctrico se iluminó la placa metálica con una radiación $\lambda_1 = 521,8 \text{ nm}$ dando un potencial de frenado de 0,596 V, mientras que al iluminarla con una radiación $\lambda_2 = 656,6 \text{ nm}$, el potencial de frenado era de 0,108 V. Calcula:

- La función trabajo del metal.
- La frecuencia umbral del metal.
- La velocidad máxima de los fotoelectrones.

11.7.- Ejercicios propuestos

1.- Determinar la energía de un fotón para:

- Ondas de radio de 1500 kHz
- Luz verde de 550 nm
- Rayos X de 0,06 nm

(para todas, el medio de propagación es el vacío)

Solución: a) $9,9 \cdot 10^{-28} \text{ J}$; b) $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; c) $3,3 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

2.- Una estación de radio emite con una $\lambda = 25 \text{ m}$. Calcular:

- ν de las OEM emitidas
- Energía de los fotones
- Número de fotones emitidos por segundo si la potencia de la emisora es de 6 kW.

Solución: a) 1200 kHz ; b) $7,9 \cdot 10^{-27} \text{ J}$; c) $7,6 \cdot 10^{29}$ fotones/s

3.- Un haz de luz de 400 nm incide sobre un fotocátodo de Ce, cuyo trabajo de extracción es de 1,8 eV.

Calcular:

- Energía máxima de los fotoelectrones.
- Número de fotones emitidos por segundo y unidad de superficie para un haz de 10^{-3} W/m^2 .
(dato: velocidad de la luz en el vacío = $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Solución: a) $2,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; b) $2 \cdot 10^{15} \text{ fotones} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

4.- Una radiación de $1,5 \mu\text{m}$ incide sobre una superficie metálica y produce la emisión de fotoelectrones con una velocidad de 10^5 m s^{-1} . Calcular:

- Trabajo de extracción del metal
- Frecuencia umbral de fotoemisión
(Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Solución: a) $1,25 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; b) $1,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

5.- Calcular la longitud de onda (λ) asociada a:

- Un electrón acelerado por una $\Delta V = 100 \text{ V}$.
- Un electrón de $E_c = 1$
- Una bala de 10 g que se mueve a 500 m s^{-1}
- Un automóvil de 1000 kg con $v = 100 \text{ m/s}$

Solución: a) $1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; b) $1,23 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; c) $1,32 \cdot 10^{-34} \text{ m}$ (insignificante); d) $6,62 \cdot 10^{-39} \text{ m}$ (insignificante)

6.- Calcular la incertidumbre en la determinación de la posición en los siguientes casos:

- Electrón cuya velocidad, de 7000 km/s, se ha medido con una incertidumbre del 0,003%
- Partícula de 50 g que se desplaza a una velocidad de 300 m/s, medida con la misma incertidumbre que el caso anterior.

Solución: a) $2,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; b) $1,2 \cdot 10^{-31} \text{ m}$ (despreciable)

7. Al iluminar una superficie metálica con una longitud de onda $\lambda_1 = 200 \text{ nm}$, el potencial de frenado de los fotoelectrones es de 2 V, mientras que si la longitud de onda es $\lambda_2 = 240 \text{ nm}$, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Obtener:

- Trabajo de extracción del metal
- El valor que resulta para la cte de Planck, h, en esta experiencia.
(Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Solución: a) $6,4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; b) $6,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

8.- Cuando chocan un electrón y un positrón en determinadas condiciones, la masa total de ambos se transforma en energía radiante en forma de dos fotones o cuantos de luz, de igual energía. Calcula:

- La energía total producida, expresada en eV.
- La frecuencia de la radiación producida.
- La longitud de onda de la misma.
Datos: $m_e = m_p = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}$

Solución: a) $E = 1,02 \text{ MeV}$; b) $f = 1,24 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$; c) $\lambda = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

9.- Los fotones de luz cuya frecuencia es la frecuencia umbral para un cierto metal tienen una energía de 2 eV. ¿Cuál es la energía cinética máxima, expresada en eV, de los electrones emitidos por ese metal cuando se ilumina con la luz cuyos fotones tienen 3 eV de energía?

Solución: 1 eV

10.- Sobre la superficie del potasio incide luz de $6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ de longitud de onda. Sabiendo que la longitud de onda umbral para el potasio es de $7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Calcula:

- El trabajo de extracción de los electrones en el potasio.
- La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
Datos: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Solución: a) $W_e = 1,66 \text{ eV}$; b) $E_c = 19,1 \text{ eV}$

11.- Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V.

- Determina la función de trabajo del metal.
- ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Solución: a) $W_e = 2,3 \text{ eV}$; b) $\Delta V = 1,8 \text{ V}$

12.- Considera las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razona cuál es la menor si tienen:

- El mismo módulo de la velocidad.
- La misma energía cinética.

Suponemos velocidades no relativistas.

Solución: a) $\lambda_p > \lambda_e$; b) $\lambda_p < \lambda_e$

13.- Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determina:

- La relación entre sus momentos lineales.
- La relación entre sus velocidades.

Solución: a) $p_1 = p_2$; b) $v_2 = 3 v_1$

14.- ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces mayor que la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?

Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_n = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Solución: $v = 3,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

15.- Un fotón posee una longitud de onda igual a $2,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Calcula la cantidad de movimiento y la energía que tiene.

Dato: Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Solución: $p = 3,3 \cdot 10^{-23} \text{ kg m/s}$; $E = 9,94 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

16.- Sobre un metal inciden fotones de longitud de onda $\lambda = 500 \text{ nm}$. Si la longitud de onda umbral correspondiente a dicho metal es de 612 nm, calcula: a) Si se extraen, o no, electrones. b) En su caso, la energía cinética de éstos. c) La energía de extracción en eV.

Solución: a) Si; b) $7,29 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; c) 2,03 eV

17.- Si el Bario tiene una función de trabajo de 2,48 eV, calcula la energía cinética máxima de los electrones que emitirá al ser iluminado con luz de longitud de onda de 480 nm. ¿Cuál es la velocidad de estos electrones?.

Solución: $1,96 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

18.- La función de trabajo de una superficie limpia de Na es 2,5 eV. a) Determina la frecuencia fotoeléctrica umbral. b) ¿Emite electrones la superficie al ser iluminada con luz de 550 nm? Razona la respuesta.

Solución: a) $6,04 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$; b) No