8 ELECTRICIDAD

8.1. NATURALEZA ELÉCTRICA DE LA MATERIA

1. ¿Cómo explicas la atracción y la posterior repulsión que se produce en la primera experiencia que se describe en la página anterior?

Al frotar el ámbar, queda cargado positiva o negativamente (no importa el tipo de carga). Según sea esa carga, atrae o repele a los electrones que forman parte de los átomos que constituyen la materia del péndulo, haciendo que este sea atraído por el ámbar.

Sin embargo, cuando entran en contacto, pasa parte de la carga del ámbar al péndulo, que en conjunto era eléctricamente neutro antes del contacto, quedando, de ese modo, cargados la barra y el péndulo con cargas del mismo signo, lo que hace que se repelan.

2. Cita algunas sustancias de uso corriente que sean conductoras y otras que sean aislantes eléctricos.

Sustancias conductoras: cobre, aluminio, hierro y, en general, los metales.

Sustancias aislantes: plástico, madera, cartón, materiales cerámicos, etc.

8.2. LEY DE COULOMB Y CAMPO ELÉCTRICO

1. ¿A qué distancia hemos de situarnos de una carga, *Q*, para que la fuerza ejercida sobre otra carga, *q*, se reduzca a la novena parte?

La expresión que permite calcular la fuerza que ejercen entre sí dos cargas, Q y q, separadas una distancia r, es la que conocemos como ley de Coulomb:

$$F = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

Si no se modifica el valor de las cargas, solo puede variar la distancia que las separa:

$$F' = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r'^2}$$

Teniendo ahora en cuenta que:

$$F' = \frac{1}{9} \cdot F$$

Al dividir entre sí las dos expresiones anteriores, resulta:

$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{9} = \frac{K \cdot \dfrac{Q \cdot q}{r'^2}}{K \cdot \dfrac{Q \cdot q}{r^2}} = \frac{r^2}{r'^2} \rightarrow 9 = \frac{r'^2}{r^2} \rightarrow \frac{r'}{r} = 3 \rightarrow r' = 3 \cdot r$$

Por tanto, si alejamos las cargas una de otra el triple de la distancia que las separa inicialmente, reducimos la fuerza a un noveno del valor inicial.

2. En el ejercicio anterior, ¿importa la naturaleza del medio en que se encuentren las cargas? ¿Por qué?

La naturaleza del medio en que se encuentran las cargas interviene en la ley de Coulomb a través de la constante de proporcionalidad K, característica de cada medio:

$$K = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon}$$

donde ε es la permitividad eléctrica del medio.

Sin embargo, hemos visto en el ejercicio anterior que dentro de un mismo medio, la fuerza varía solo si varía la distancia a la que se encuentran las cargas.

Por tanto, si las cargas se encuentran en el mismo medio, no importa su naturaleza.

3. Calcula la intensidad del campo eléctrico que actúa en un punto situado a 5 cm de una carga de 3 nC y a 10 cm de otra carga de 9 nC. Las dos cargas están alineadas con el punto y el medio es el vacío.

¿Existe más de una solución al problema?

La situación de las cargas descrita en el enunciado es la que se muestra en la siguiente figura:

Para resolver este ejercicio debemos aplicar el principio de superposición a los campos eléctricos creados por cada una de las cargas en el punto P.

El campo eléctrico que crea la carga de 3 nC en el punto P es:

$$\vec{E}_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_{r_1}$$

$$\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{0{,}05^2} \cdot \vec{i} = 10{,}8 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Y el que crea la carga de 9 nC es:

$$\vec{E}_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_{r_2}$$

$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-9}}{0{,}1^2} \cdot (-\vec{i}) = -8{,}1 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Aplicando ahora el principio de superposición obtenemos la intensidad del campo eléctrico total en el punto P:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_T = 10{,}8 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 8{,}1 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} = 2{,}7 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Vemos que la intensidad del campo eléctrico que acabamos de obtener está completamente determinado a partir de los datos que proporciona el enunciado, por lo que no es posible hallar una solución distinta para este problema.

8.3. POTENCIAL ELECTRICO

1. Una carga eléctrica se encuentra situada a cierta distancia de un punto.

¿A qué distancia habrá que alejarla de dicho punto para que el potencial que crea en él se reduzca a la novena parte?

El potencial eléctrico creado por una carga Q en un punto situado a una distancia r de ella es:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Si el valor de la carga se mantiene constante, lo único que hace que varíe el potencial es la distancia de la carga al punto:

$$V' = K \cdot \frac{Q}{r'}$$

Teniendo en cuenta que:

$$V' = \frac{1}{9} \cdot V$$

Al dividir entre sí las dos expresiones anteriores, resulta:

$$\frac{V'}{V} = \frac{1}{9} = \frac{K \cdot \dfrac{Q}{r'}}{K \cdot \dfrac{Q}{r}} = \frac{r}{r'} \rightarrow \frac{r}{r'} = 9 \rightarrow r' = 9 \cdot r$$

Por tanto, si alejamos la carga del punto a una distancia nueve veces mayor conseguimos que el potencial en ese punto se reduzca a la novena parte.

2. ¿Hacia dónde se mueve espontáneamente una carga negativa dejada libremente en el interior de un campo creado por una carga positiva?

¿Y si la carga que dejamos libre es positiva?

Como se ve atraída por la carga, seguirá una dirección radial según la recta de unión de ambas cargas, avanzando hacia la carga positiva, es decir, hacia potenciales crecientes.

En cambio, si la carga que dejamos libre es positiva, ocurrirá lo contrario. Se alejará de la carga que crea el campo, por ser esta de signo positivo también, y se moverá espontáneamente hacia potenciales decrecientes.

3. ¿Qué ocurre con la energía potencial de la carga que dejamos en libertad en el ejercicio anterior en cada supuesto?

La carga negativa ($-q$) se ve atraída por la carga positiva (Q) que crea el campo. Luego en la expresión del potencial:

$$r\downarrow \rightarrow V(r) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r} \rightarrow V(r)\uparrow$$

En ese caso, la energía potencial resulta:

$$E_P = -q \cdot V(r) < 0 \rightarrow E_p\downarrow$$

Como vemos, la atracción de una carga negativa por parte de una carga positiva hace que disminuya la energía potencial de la carga.

Si se trata de la carga positiva, en ese caso existe una repulsión entre q y Q que las aleja una de la otra.

Como aumenta la distancia entre ellas al repelerse:

$$r\uparrow \rightarrow V(r)\downarrow$$

Por tanto, en este caso, la energía potencial:

$$E_p = q \cdot V(r)$$

disminuye, porque la carga, q, se dirige hacia potenciales decrecientes.

Como conclusión, podemos afirmar que, espontáneamente, las cargas eléctricas se desplazan siempre de modo que su energía potencial disminuya.

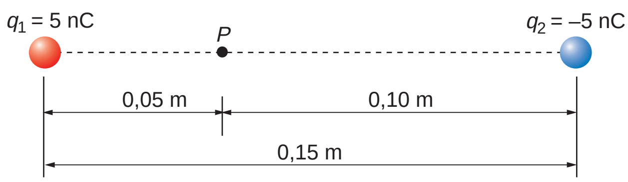
4. ¿De qué es unidad el electrón-volt (eV)? Calcula su equivalencia con la unidad en el S.I.

Un electrón-volt es la energía que adquiere una carga equivalente a la de un electrón al ser colocado en un punto de un campo eléctrico en el que el potencial sea un volt. Por tanto:

$$E_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ (\mathrm{C}) \cdot 1\ (\mathrm{V}) = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

5. Dos cargas puntuales de 5 y –5 nC, respectivamente, están separadas 15 cm. Calcula el potencial en un punto del segmento que une ambas cargas situado a 5 cm de la carga positiva. ¿En qué punto de dicho segmento es nulo el potencial?

La situación de las cargas es la que se representa en la siguiente figura:



El potencial eléctrico total en el punto P es la suma algebraica de los potenciales creadas por cada una de las cargas en ese punto.

El potencial creado por la carga positiva (q_1) es:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1} \rightarrow V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0{,}05} = 900\ \mathrm{V}$$

Y el creado por la carga negativa (q_2):

$$V_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2} \rightarrow V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0{,}1} = -450\ \mathrm{V}$$

Por tanto, el potencial eléctrico total en el punto P es:

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$V_T = 900 - 450 = 450\ \mathrm{V}$$

El punto del segmento que une las cargas en el que el potencial eléctrico es nulo se encontrará situado a una distancia r_1 de la carga positiva, y a una distancia $0{,}15 - r_1$ de la carga negativa.

Imponiendo la condición de que el potencial eléctrico se anule, y teniendo en cuenta que $q_2 = -q_1$, obtenemos:

$$V_T = V_1 + V_2 = 0 \rightarrow K \cdot \frac{q_1}{r_1} + K \cdot \frac{q_2}{0{,}15 - r_1} = 0$$

$$K \cdot q_1 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{0{,}15 - r_1}\right) = 0$$

Si despejamos r_1 en la expresión anterior obtenemos la distancia de la carga positiva a la que el potencial se anula:

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{0{,}15 - r_1} = 0 \rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{1}{0{,}15 - r_1}$$

$$r_1 = 0{,}15 - r_1 \rightarrow 2 \cdot r_1 = 0{,}15$$

$$r_1 = \frac{0{,}15}{2} = 0{,}075 \text{ m}$$

El punto en que el potencial eléctrico se anula se encuentra situado a mitad de distancia de las dos cargas.

8.4. INTENSIDAD DE CORRIENTE

1. ¿Qué es un polímetro? ¿Qué podemos medir con él?

Un polímetro es un aparato que incluye en su interior todos los componentes necesarios para poder ser utilizado como amperímetro, voltímetro y ohmímetro en función de cómo se conecte en el circuito. Dispone, además, de diversas escalas que permiten medir intensidades y diferencias de potencial en un amplio rango de valores.

2. En un circuito eléctrico, ¿cómo se conecta el voltímetro? ¿Y el amperímetro? ¿Por qué?

El voltímetro se conecta en paralelo al tramo del circuito cuya d.d.p. queremos medir. Esto se debe a que, en realidad, el voltímetro es un miliamperímetro de resistencia equivalente muy grande que mide la intensidad que se deriva por él.

El amperímetro se conecta en serie, para que lo atraviese toda la corriente que se quiere medir.

3. ¿En qué sentido circula la corriente eléctrica? ¿Y los electrones? ¿Puedes explicarlo?

El sentido de la corriente se consideró, desde que fue descubierto, como el que ba del borne positivo del generador al borne negativo. Este fue el sentido que se adoptó por convenio, pero no se corresponde con el sentido en que, en realidad, se mueven los electrones de conducción en los metales: estos circulan por el conductor desde el borne negativo al borne positivo, es decir, se desplazan hacia potenciales crecientes, como corresponde a las partículas con carga negativa.

4. ¿Cómo se pueden medir resistencias con un polímetro?

El polímetro puede ser utilizado para medir tanto intensidades, como tensiones y resistencias. Para medir estas últimas, debemos asegurarnos de que el circuito en el que se encuentran está apagado y colocar las puntas de prueba del polímetro en los extremos de la resistencia que queremos medir.

8.5. LEY DE OHM

1. Calcula la resistencia de un alambre de cobre de 5 m de longitud y 1 mm de diámetro, si la resistividad del cobre es de 1,72 · 10^{-8} Ω · m.

Sustituyendo los datos del enunciado en la expresión que proporciona la resistencia de un conductor en función de sus características físicas:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 1{,}72 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{5}{\pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}11\ \Omega$$

2. ¿Qué resistencia ofrece una plancha eléctrica al paso de la corriente si al conectarla a 220 V es recorrida por una intensidad de 8 A?

De la expresión de la ley de Ohm se deduce:

$$I = \frac{\Delta V}{R} \rightarrow R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{220}{8} = 27{,}5\ \Omega$$

8.6. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

1. Indica cómo asociarías resistencias de 2 Ω cada una para obtener una resistencia de 1, 3, 4, 5 y 6 ohm, respectivamente.

Señala en cada caso el número mínimo de resistencias que necesitas para conseguirlo.

Siempre que queramos obtener una resistencia de cierto valor, a partir de otras resistencias conocidas, hay que tener en cuenta los siguientes consejos:

- Como norma general, si la resistencia equivalente que queremos conseguir es menor que la de las resistencias que tenemos, hay que conectarlas en paralelo.
- Si la resistencia que queremos conseguir es, numéricamente, un múltiplo de las que tenemos, hay que conectarlas en serie.
- Si el valor de la resistencia equivalente que buscamos no es múltiplo de las que tenemos, pero es mayor que el valor de una de ellas, tendremos que optar por montajes mixtos, tanto en paralelo, como en serie.

Veamos algunos ejemplos:

a) Un ohm. Conectamos dos resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \rightarrow R_{eq} = 1\ \Omega$$

b) Tres ohm. Conectamos al sistema del apartado anterior una resistencia en serie. De ese modo:

$$R_{eq} = R_1 + R = 2 + 1 = 3\ \Omega$$

c) Cuatro ohm. Como cuatro es múltiplo de 2, basta colocar dos resistencias en serie.

d) Cinco ohm. Conectamos en serie a las dos resistencias anteriores un grupo de dos resistencias en paralelo, cuya resistencia equivalente es un ohm. De ese modo:

$$R_{eq} = 2 + 2 + 1 = 5\ \Omega$$

Necesitaremos, por tanto, cuatro resistencias.

e) Seis ohm. Debido a que 6 es múltiplo de 2, basta conectar entre sí tres resistencias en serie.

2. Calcula la resistencia equivalente a un circuito formado por tres resistencias de 15 Ω, unidas en paralelo, si ese conjunto está unido, a su vez, a otra resistencia de 5 Ω en serie.

El equivalente en paralelo tiene por resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_{paralelo}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} \rightarrow R_{paralelo} = \frac{15}{3} = 5\ \Omega$$

y, sumado a la resistencia en serie, obtenemos:

$$R_{total} = R_{paralelo} + R = 5 + 5 = 10\ \Omega$$

8.7. ENERGÍA ELÉCTRICA

1. Calcula la energía que consume un calentador de agua que tiene una potencia de 500 W, si lo conectamos durante 5 horas a 220 V.

Una resistencia consume energía para transformarla en calor. La expresión de la energía consumida en función de la potencia es, como sabes de la unidad “Energía, trabajo y calor”:

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow W = P \cdot t = 500 \cdot 5 \cdot 3\,600 = 9 \cdot 10^6\ \text{J}$$

2. ¿Qué resistencia tiene el calentador de la cuestión anterior? ¿Qué intensidad circula por él cuando está conectado?

Teniendo en cuenta que la potencia del calentador es:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

resulta para la resistencia:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{500} = 96{,}8\ \Omega$$

Aplicando ahora la ley de Ohm:

$$V = I \cdot R \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{220}{96{,}8} = 2{,}27\ \text{A}$$

3. ¿Cuánto tardarán en calentarse, hasta 80 °C, 50 litros de agua que se encuentran a 20 °C?

El calor que debemos aportar al agua para calentarla es:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 50 \cdot 4\,180 \cdot (80 - 20) = 12{,}54 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Como la potencia del calentador es conocida, podemos calcular el tiempo que debe estar conectado:

$$P = \frac{Q}{t} \rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{12{,}54 \cdot 10^6}{500} = 25\,080 \text{ s} \simeq 7 \text{ horas}$$

4. Las pilas cuadradas de 4,5 V son, en realidad, tres pilas unidas entre sí.

Desmonta cuidadosamente una pila de 4,5 V (¡que no sea alcalina!) y localiza las tres pilas que la forman. ¿Cómo están unidas estas pilas entre sí? ¿Qué d.d.p. debe tener cada una de ellas?

Cuando acabes de estudiar la pila eléctrica, no olvides depositarla en el contenedor apropiado.

Están montadas en serie. De este modo, la f.e.m. de cada una se suma y obtenemos una d.d.p. total de 4,5 V.

Por tanto, la d.d.p. que hay entre los bornes de cada una de las tres pilas es:

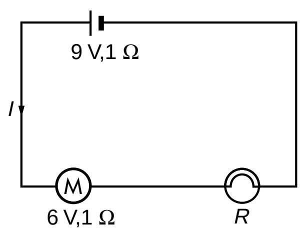
$$V = \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5 \text{ V}$$

8.8. LEY DE OHM GENERALIZADA

1. Dibuja un circuito formado por un generador cuya f.e.m. es de 9 V y un motor de f.c.e.m. 6 V. En el circuito existe, además, una bombilla conectada en serie.

La resistencia interna del generador y del motor es de 1 Ω y la intensidad que circula, 1 A. Teniendo en cuenta los datos que se proporcionan, ¿cuál es la resistencia de la bombilla?

El esquema del circuito al que se refiere el enunciado es el siguiente:



Para resolver esta cuestión, aplicamos la ley de Ohm generalizada y a partir de su expresión, despejamos el valor que corresponde a la resistencia de la bombilla:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'} = \frac{9 - 6}{R + 1 + 1} = 1 \rightarrow R + 2 = 9 - 6 \rightarrow R = 1 \text{ Ω}$$

2. En el circuito anterior, calcula la d.d.p. entre los extremos del generador y entre los extremos de la bombilla.

Con los valores característicos del circuito, obtenemos:

$$V_{generador} = \varepsilon - I \cdot r = 9 - 1 \cdot 1 = 8 \text{ V}$$

$$V_{bombilla} = I \cdot R = 1 \cdot 1 = 1 \text{ V}$$

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. A lo largo de una línea de fuerza de un campo eléctrico:

a) La intensidad del campo siempre aumenta.

b) La intensidad del campo siempre disminuye.

c) El potencial no varía.

d) El potencial aumenta o disminuye.

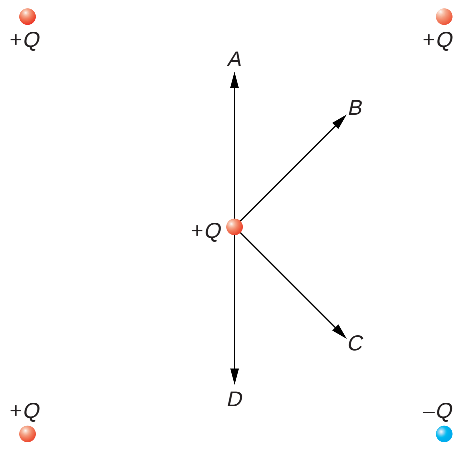
Las líneas de fuerza de un campo están dirigidas de las *fuentes* del campo (cargas positivas), en las que el potencial es creciente, a los *sumideros* (cargas negativas), en los que el potencial es decreciente.

Por tanto, a lo largo de ellas, el potencial aumenta o disminuye, dependiendo del sentido en que nos movamos sobre dicha línea de fuerza.

La respuesta correcta es la **d).**

2. Cuatro cargas eléctricas, todas de valor Q y con los signos que se indica en la figura, se colocan en las cuatro esquinas de un cuadrado.

¿Cuál de las flechas, A, B, C o D, del diagrama señala adecuadamente la dirección de la fuerza resultante cuando una quinta carga, $+Q$, se coloca en el centro del cuadrado?



Observa los signos de las cargas que crean el campo.

Como cargas del mismo signo se repelen, es fácil ver que las dos cargas positivas que están situadas en vértices opuestos anulan sus efectos entre sí.

Por el contrario, las otras dos cargas (una positiva y la otra negativa) tienden a desplazar a la carga problema en la misma dirección y sentido, hacia la carga negativa.

Por tanto, la flecha que señala la fuerza resultante es la ***C.***

3. En algunos libros de texto se pueden leer expresiones como: «calcula la corriente que consume el aparato».

¿Qué puedes decir al respecto?

La frase es errónea, ya que un aparato no consume corriente; consume la energía que transporta la corriente.

Sin embargo, la frase se utiliza a menudo en lenguaje coloquial, lo que induce a error con muchísima frecuencia.

4. Para convertir un miliamperímetro en voltímetro debemos conectar una resistencia:

a) Pequeña en paralelo.

b) Pequeña en serie.

c) Grande en paralelo.

d) Grande en serie.

Si queremos construir un voltímetro, debemos conectar una resistencia en serie con el aparato, lo más grande posible, ya que la intensidad siempre circula por el camino en el que la resistencia es menor.

De este modo, al encontrar la derivación que forma el voltímetro al conectarlo al circuito, la intensidad que recorre la rama de la que queremos medir la diferencia de potencial apenas varía respecto a la que circula por esta rama cuando no está conectado el voltímetro.

La respuesta correcta es, por tanto, la **d).**

5. ¿Por qué no se electrocutan los pájaros cuando se posan sobre un cable de alta tensión?

Desde un punto de vista eléctrico, podemos modelizar al pájaro e imaginarlo como una resistencia conectada en paralelo con la resistencia del conductor.

De acuerdo con esa interpretación, por el cuerpo del pájaro debe circular cierta intensidad de corriente, lo que en realidad ocurre.

Sin embargo, el tramo del cable eléctrico que existe entre las dos patas del pájaro tiene muy poca resistencia eléctrica, mucho menor que la del pájaro, que es miles de veces mayor.

Por tanto, la corriente circula con mucha más facilidad por el cable que por el pájaro. Ello hace que la intensidad que circula por el animal sea tan pequeña que no pueda afectarle.

EJERCICIOS

6. El trabajo que debemos realizar para transportar una carga de 2 C de un punto a otro es 10 J. De acuerdo con ello, calcula la d.d.p. entre esos dos puntos, medida en volt.

Despejando la diferencia de potencial de la expresión del trabajo necesario para transportar una carga en un campo eléctrico, obtenemos:

$$W_{1\to 2} = q \cdot (V_1 - V_2) = -q \cdot (V_2 - V_1) \rightarrow V_2 - V_1 = \frac{W}{-q} = \frac{-10}{-2} = 5 \text{ V}$$

7. La fuerza que actúa sobre dos cargas, separadas cierta distancia, es de 1 000 N. Para que esa fuerza se reduzca a la novena parte, tenemos que situar esas cargas a una distancia:

a) Nueve veces mayor.

b) Tres veces mayor.

c) Tres veces menor.

d) Nueve veces menor.

La resolución de este ejercicio es igual a la de la primera actividad propuesta en la página 191 del libro del alumnado. Es importante hacer ver a los estudiantes que el enunciado aporta más información de la necesaria para resolverlo; el dato del valor de la fuerza de atracción es irrelevante. La respuesta correcta es, por tanto, la **b).**

8. Una carga de 0,2 C está situada en un punto de un campo eléctrico creado por otra carga, y su energía potencial es 10 J. Calcula el potencial eléctrico en dicho punto. ¿Cómo es el signo de la carga que crea el campo?

La energía potencial de una carga en un punto coincide con el trabajo necesario para trasladar dicha carga hasta ese punto, desde el origen de potenciales. De forma que:

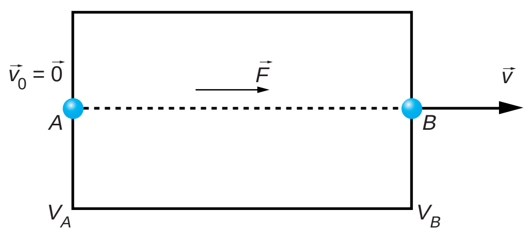
$$E_p = q \cdot \Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{E_p}{q} = \frac{10}{0{,}2} = 50 \text{ V}$$

La carga es de signo positivo. Observa que la carga aumenta su energía potencial (de 0 a 10 J) cuando se traslada desde el origen de potenciales hasta ese punto, lo que indica que este desplazamiento no es espontáneo. Si la carga que crea el campo hubiera sido de signo negativo, el trabajo hubiera sido realizado espontáneamente, pues las cargas de distinto signo se atraen. Por tanto, la carga ha de ser forzosamente positiva.

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

9. Un electrón, inicialmente en reposo en un punto *A*, es acelerado por medio de una diferencia de potencial V_{ab}, hasta alcanzar un punto *B*.

a) La d.d.p. V_{ab}, ¿es positiva o negativa? Justifica la respuesta.



b) Calcula la energía cinética que adquiere el electrón y expresa el resultado en función del potencial, *V*.

c) Calcula el valor de la velocidad que adquiere el electrón en *B* y dibuja la gráfica que representa las variaciones de velocidad en función de $\sqrt{V}$.

a) El electrón ($-q$) acelera espontáneamente al encontrarse con esa d.d.p. Por tanto, el signo del trabajo es positivo, ya que lo realizan las fuerzas del campo:

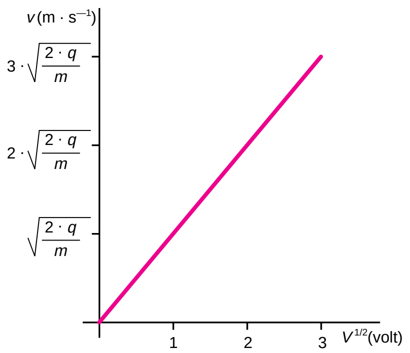
$$W_{A \to B} = -q \cdot (V_A - V_B) > 0 \;\to\; V_A - V_B < 0 \;\to\; V_B > V_A \;\to\; V_{AB} < 0$$

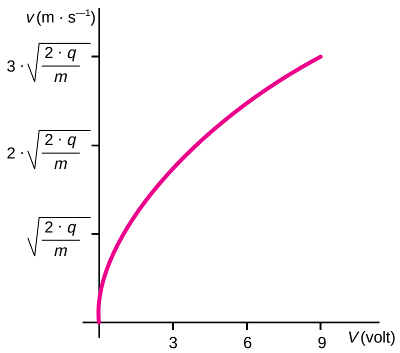
b) El trabajo que realiza la carga es en forma de energía cinética:

$$W = E_c \to E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = q \cdot V$$

c) El valor de la velocidad y las gráficas v-V y v-$\sqrt{V}$ son:

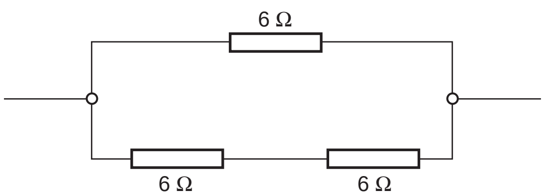
$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot V}{m}}$$





NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

10. Calcula la resistencia equivalente al circuito de la figura, y exprésala en ohm:



En primer lugar, sumamos las dos resistencias en serie:

$$R = 6 + 6 = 12\ \Omega$$

Como estas dos resistencias están en paralelo con una tercera, también de 6 ohm, la resistencia equivalente del circuito es:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} \to R_p = \frac{12}{3} = 4\ \Omega$$

11. Una estufa lleva la siguiente inscripción: 200 V, 1 000 W. La resistencia que corresponde a esa estufa, expresada en ohm, es:

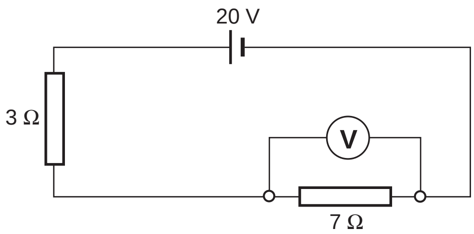
a) 0,2 **b)** 5 **c)** 40 **d)** 50

Haciendo uso de la expresión que relaciona la potencia con la d.d.p. y con la resistencia:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{200^2}{1\,000} = 40\ \Omega$$

La respuesta correcta es la **c).**

12. El voltímetro de la figura mostrará una lectura en volt igual a:



a) 2 **b)** 6 **c)** 14 **d)** 20

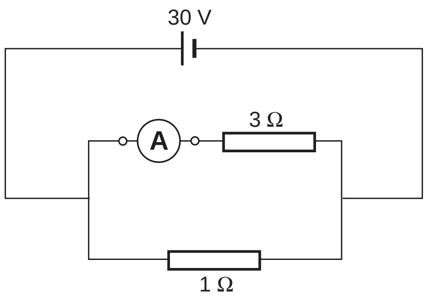
Como ambas resistencias están en serie, la intensidad que recorre el circuito es la misma para ambas:

$$I = \frac{V}{\sum R} = \frac{20}{7 + 3} = 2\ \text{A}$$

Por tanto, la lectura del voltímetro será:

$$V_i = R_i \cdot I = 7 \cdot 2 = 14\ \text{V}$$

13. El amperímetro de la figura mostrará una lectura en ampère igual a:



a) 7,5 **b)** 10 **c)** 30 **d)** 40

Al estar en paralelo las dos resistencias, la d.d.p. que soportan es idéntica. En este caso, vemos claramente que dicha d.d.p. coincide con la f.e.m. que suministra la fuente, pues no hemos supuesto resistencia interna.

Por tanto, la intensidad que recorre la resistencia de 3 ohm resulta:

$$I_i = \frac{V}{R_i} = \frac{30}{3} = 10\ \text{A}$$

La respuesta correcta es la **b).**

14. Las dimensiones de cuatro alambres de cobre se exponen a continuación. ¿Qué alambre presenta menor resistencia eléctrica? Justifica la respuesta.

	Sección (mm^2)	Longitud (m)
a)	3	10
b)	3	20
c)	6	10
d)	6	20

La resistencia de un conductor se calcula mediante la expresión:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Como ρ depende del material y los cuatro alambres son de cobre, este parámetro permanece constante en los cuatro casos.

Para minimizar la resistencia, debemos comprobar en cuál de los cuatro casos es menor el cociente l/S. Por tanto:

a) $\frac{l}{S} = 3,3 \cdot 10^6\ m^{-1}$

b) $\frac{l}{S} = 6,7 \cdot 10^6\ m^{-1}$

c) $\frac{l}{S} = 1,67 \cdot 10^6\ m^{-1}$

d) $\frac{l}{S} = 3,3 \cdot 10^6\ m^{-1}$

El conductor cuya resistencia eléctrica es menor es el conductor **c).**

15. Cuando una resistencia de 100 Ω se conecta a los terminales de una batería de 220 V, el número de coulomb que atraviesan la resistencia en 10 segundos es:

a) 0,22 b) 5,5 c) 22 d) 550

La relación entre la intensidad que circula por un conductor y la carga que lo atraviesa es:

$$I = \frac{Q}{t}$$

La intensidad que recorre la resistencia es, de acuerdo con la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{100} = 2,2\ A$$

Por tanto, la carga que recorre la resistencia es:

$$Q = I \cdot t = 2,2 \cdot 10 = 22\ C$$

La respuesta correcta es la **c).**

PROBLEMAS

16. Calcula la d.d.p. que existe entre dos puntos, *A* y *B*, debida a la presencia de una carga de 18 nC, situada en el vacío, que dista 0,4 m de *A* y 0,5 m de *B*.

El potencial creado por una carga q se calcula a partir de la expresión:

$$V(r) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

Para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos, realizaremos el siguiente cálculo:

$$\Delta V = V(r_A) - V(r_B) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) = \frac{18 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{0,4} - \frac{1}{0,5}\right) = 81 \text{ V}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

17. Una pila de 1,5 V está unida a dos placas metálicas, separadas 10 cm.

a) Calcula el valor del campo eléctrico que existe entre las dos placas.

b) Calcula la distancia máxima que debe existir entre esas dos placas para que el peso de un protón sea despreciable frente a la fuerza electrostática que existe entre las placas.

Datos: La fuerza peso se considera despreciable si es 100 veces menor que la fuerza electrostática.

Carga del protón: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Masa del protón: $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

$g = 9,8$ N · kg^{-1}

a) Las placas metálicas, sometidas a una d.d.p., forman un condensador plano. El campo eléctrico existente entre las dos placas lo obtenemos a partir de la relación entre campo eléctrico y potencial:

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} = E \cdot d$$

donde d representa la distancia entre las placas. En este caso, el campo eléctrico es:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{1,5}{0,1} = 15 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} = 15 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

b) La condición que exigen se traduce en que la fuerza electrostática que actúa sobre el protón sea, por ejemplo, 100 veces superior a la fuerza peso, esto es:

$$100 \cdot P_{protón} = F_{elec}$$

$$100 \cdot m_{protón} \cdot g = q_{protón} \cdot E'$$

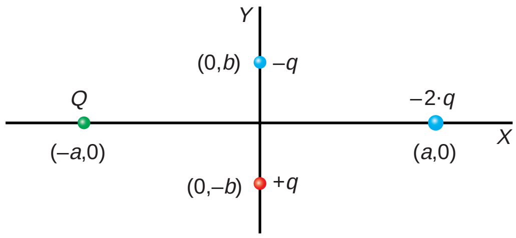
Despejando en la expresión anterior se obtiene el campo eléctrico:

$$E' = \frac{100 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,8}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,023 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Como la diferencia de potencial aplicada a las placas es constante, el cálculo de la distancia máxima que satisface la condición anterior es inmediata:

$$d = \frac{\Delta V}{E'} = \frac{1,5}{1,023 \cdot 10^{-5}} = 146\,645 \text{ m}$$

18 **Halla el valor de *Q*, en función de *q*, para que el potencial eléctrico generado por estas cuatro cargas sea nulo en el origen de coordenadas.**



Para calcular el potencial eléctrico que genera una carga Q a una distancia r aplicamos la expresión:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

en la que la constante K depende del medio. Como se trata de una magnitud escalar, para calcular el potencial creado por varias cargas en un punto, aplicamos el principio de superposición. De ese modo:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$V = K \cdot \left(\frac{-q}{b} + \frac{q}{b} - \frac{2 \cdot q}{a} + \frac{Q}{a}\right)$$

Imponiendo ahora la condición de potencial nulo, resulta:

$$V = 0 \longrightarrow \left(\frac{-2 \cdot q}{a} + \frac{Q}{a}\right) = 0 \longrightarrow Q = 2 \cdot q$$

19. Dos cargas puntuales, de 10 nC y –20 nC, respectivamente, están situadas, la primera, en el origen de coordenadas y, la segunda, en el punto (2, 0) m. Si se encuentran en el aire, calcula:

a) El campo eléctrico que crean estas dos cargas en los puntos (1, 0), (0, 1) y (2, 1) m.

b) El punto o los puntos del eje de abscisas en los que el campo eléctrico es nulo.

El campo total creado por varias cargas en un punto es la suma del campo eléctrico que produce en dicho punto cada una de ellas. La dirección de cada campo viene determinada por la recta que une la carga que crea el campo con el punto en que se sitúa la carga que interactúa con ella. Para determinar el sentido del campo que crea una carga Q en un punto cualquiera, tenemos en cuenta que:

1. Si la carga es positiva, las líneas de fuerza del campo salen de ella y se dirigen al punto que estamos considerando.
2. Si la carga es negativa, las líneas de fuerza del campo se dirigen desde el punto en que nos encontramos hacia la carga.

a) Por tanto, en este ejercicio:

Punto (1, 0)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{2} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_1 \cdot \vec{i} + E_2 \cdot \vec{i}$$

Los módulos de los campos creados por cada carga son:

$$E = K \cdot \frac{Q}{r^2} \rightarrow E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}}{1} = 90 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-20 \cdot 10^{-9}}{1} = -180 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Sumando ambas contribuciones:

$$\vec{E} = (90 - 180) \cdot \vec{i} = -90 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Punto (0, 1)

El ángulo que forma la dirección que une la carga situada en (2, 0) y el punto (0, 1) con el eje de abscisas es:

$$\theta = arctg\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}57° \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{j} \\ \vec{u}_2 = -cos\,\theta \cdot \vec{i} + sen\,\theta \cdot \vec{j} \end{cases}$$

Por tanto:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_2\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{10 \cdot 10^{-9}}{1} \cdot \vec{j} + \frac{-20 \cdot 10^{-9}}{5} \cdot (-cos\,26{,}57° \cdot \vec{i} + sen\,26{,}57° \cdot \vec{j})\right] =$$

$$= (32{,}2 \cdot \vec{i} + 73{,}9 \cdot \vec{j}) \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Punto (2, 1)

El ángulo que forma la carga situada en el origen con el punto (2, 1) es:

$$\theta = arctg\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}57° \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 = cos\,\theta \cdot \vec{i} + sen\,\theta \cdot \vec{j} \\ \vec{u}_2 = \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{u}_2\right) =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{10 \cdot 10^{-9}}{5} \cdot (cos\,26{,}57° \cdot \vec{i} + sen\,26{,}57° \cdot \vec{j}) + \frac{-20 \cdot 10^{-9}}{1} \cdot \vec{j}\right] =$$

$$= (16{,}10 \cdot \vec{i} - 171{,}95 \cdot \vec{j}) \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

b) En primer lugar, expresamos el campo en función de un punto del eje de abscisas situado a una distancia x de q_1:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow \vec{E} = E_1 \cdot \vec{i} + E_2 \cdot \vec{i}$$

El módulo de cada campo se determina a partir de la expresión:

$$E = K \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}}{x^2} \quad ; \quad E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-20 \cdot 10^{-9}}{(2 - x)^2}$$

De ese modo, el campo resultante es:

$$\vec{E}(x) = \left(\frac{90}{x^2} - \frac{180}{(2-x)^2}\right) \cdot \vec{i}$$

Como buscamos puntos en los que el campo se anule, impondremos la condición $E(x) = 0$ para obtener los puntos x deseados:

$$\vec{E}(x) = 0 \rightarrow 90 \cdot (2-x)^2 - 180 \cdot x^2 = 0$$

$$-90 \cdot x^2 - 360 \cdot x + 360 \rightarrow x_1 = 0{,}828 \text{ m} \quad ; \quad x_2 = -4{,}82 \text{ m}$$

De los dos puntos que obtenemos, tan solo uno tiene sentido físico. En $x_2 = -4{,}82$ m, los campos creados por ambas cargas son de sentido opuesto, y sus módulos son iguales, por lo que en él se anula el campo.

Sin embargo, en el punto $x_1 = 0{,}828$ m, que se encuentra situado entre las dos cargas, los campos creados tienen el mismo sentido, y ahí nunca se anula el campo.

Además, observa que en la región situada a la derecha de ambas cargas el campo eléctrico nunca se anula pues, aunque ahí los campos son de sentido contrario, sus módulos nunca serán iguales.

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

20 Disponemos de dos cargas, de 4 y –2 µC, situadas, respectivamente, en los puntos (2, 0) y (4, 0). El medio es el vacío. Calcula la intensidad del campo resultante en el punto (6, 0) en módulo, dirección y sentido. Si en dicho punto situamos una carga de 3 µC, ¿cuál será la fuerza que actuará sobre ella, en módulo, dirección y sentido?

Como las dos cargas que crean el campo y el punto donde queremos estudiarlo están sobre el eje de abscisas, el campo tendrá también esa dirección.

El campo total es la suma de los campos producidos por la contribución de ambas cargas:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_1 \cdot \vec{i} + E_2 \cdot \vec{i}$$

$$E_1 = K \cdot \frac{q}{r^2} \rightarrow E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 2{,}25 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{2^2} = -4{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Sumando las dos contribuciones, resulta:

$$\vec{E} = 2{,}25 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} - 4{,}5 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} = -2{,}25 \cdot 10^3 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

La fuerza que actuará sobre una carga de 3 µC, situada en ese punto, será:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \rightarrow \vec{F} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (-2{,}25 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}) = -6{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot \vec{i} \text{ N}$$

21. En las transformaciones que se indican, calcula el trabajo que realizan las fuerzas del sistema, indicando, a la luz del resultado, qué transformaciones son espontáneas y cuáles exigen un trabajo exterior:

a) Una carga de 3 C pasa de un punto en que el potencial es 2 V a otro que se encuentra a 10 V.

b) La misma carga pasa de 10 V a 2 V.

c) Una carga de –3 C pasa de 2 V a 10 V.

d) La misma carga pasa de 10 V a 2 V.

El trabajo que realizan sobre la carga las fuerzas del campo viene dado por:

$$W = -q \cdot \Delta V = q \cdot (V_1 - V_2)$$

El signo negativo en el trabajo significa que el trabajo es aportado al sistema, mientras que un signo positivo nos indica que el trabajo lo realizan espontáneamente las fuerzas del campo.

Por tanto, en el caso que nos ocupa, resulta:

a) $W_A = 3 \cdot (2 - 10) = -24$ J

b) $W_B = 3 \cdot (10 - 2) = 24$ J

c) $W_C = -3 \cdot (2 - 10) = 24$ J

d) $W_D = -3 \cdot (10 - 2) = -24$ J

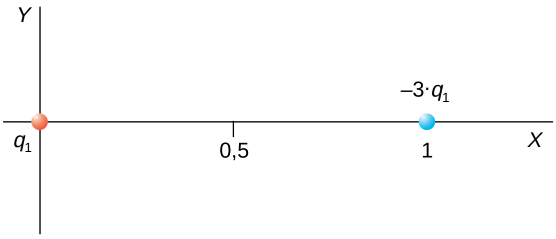
22. Una carga $q_1 = 10^{-9}$ C está situada en el origen de coordenadas, y en el punto x = 1 m se encuentra otra carga, $q_2 = -3 \cdot q_1$.

a) Da una expresión para el potencial eléctrico, V, en un punto x, comprendido entre las dos cargas, y dibuja una gráfica de V como función de x para los siguientes valores de x: 20, 30 y 40 cm.

b) Dentro de este mismo intervalo de valores, 1 > x > 0, halla el punto en el que el potencial eléctrico es nulo.

Compara el resultado con el que obtienes en la gráfica anterior.

La distribución de las cargas es la siguiente:



a) Utilizando la fórmula que permite calcular el potencial eléctrico y aplicando el principio de superposición, resulta:

$$V_x = K \cdot \frac{q_1}{x} + K \cdot \frac{q_2}{1-x} = K \cdot \left(\frac{q_1}{x} + \frac{-3 \cdot q_1}{1-x}\right) = K \cdot q_1 \cdot \frac{1 - x - 3 \cdot x}{x \cdot (1-x)} =$$

$$= K \cdot q_1 \cdot \frac{1 - 4 \cdot x}{x \cdot (1-x)} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1 - 4 \cdot x}{x \cdot (1-x)} = 9 \cdot \frac{1 - 4 \cdot x}{x \cdot (1-x)}$$

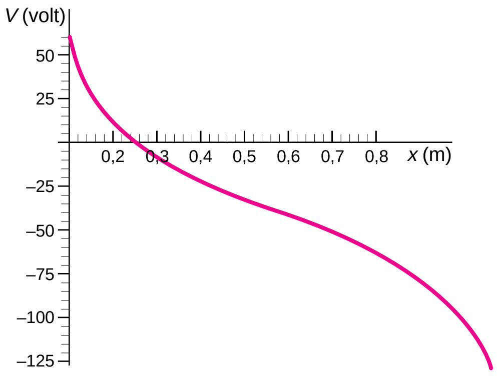
expresión que, para las distancias que nos indican, toma los siguientes valores:

$$V_{0,2} = 9 \cdot \frac{1 - 4 \cdot 0,2}{0,2 \cdot (1 - 0,2)} = 11,25 \text{ V}$$

$$V_{0,3} = 9 \cdot \frac{1 - 4 \cdot 0,3}{0,3 \cdot (1 - 0,3)} = -8,57 \text{ V}$$

$$V_{0,4} = 9 \cdot \frac{1 - 4 \cdot 0,4}{0,4 \cdot (1 - 0,4)} = -22,5 \text{ V}$$

La representación de V en función de x es la siguiente:



b) Como se aprecia en la gráfica anterior, el potencial se anula en un punto situado entre $x = 0,2$ y $x = 0,3$ metros.

Calculemos ahora cuál es ese punto. Sustituyendo en la expresión del potencial, resultará:

$$0 = 9 \cdot \frac{1 - 4 \cdot x}{x \cdot (1 - x)} \rightarrow 0 = 1 - 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m}$$

23. Dos cargas, de –7 y +7 μC, respectivamente, se encuentran separadas una distancia de 80 cm.

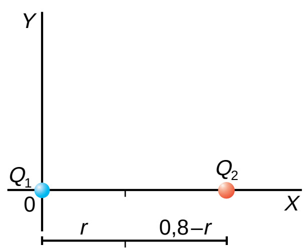
a) ¿Existe algún punto de la recta definida por las dos cargas para el cual el potencial sea cero? Si es así, determina su posición y calcula el valor de la intensidad de campo en ese punto.

b) ¿Existe algún punto de dicha recta en el que la intensidad de campo sea nula? Explícalo.

a) Si tenemos una carga Q, el potencial que crea a una distancia r de ella podemos calcularlo a partir de la expresión:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Supongamos que el punto en el que el potencial es nulo está situado entre ambas cargas, a una distancia r de Q_1:



Los potenciales que crean cada carga en dicho punto deberán ser iguales, aunque de signo opuesto, lo que es posible, ya que las cargas son de distinto signo. Por tanto:

$$V = V_1 + V_2 = 0 \rightarrow K \cdot \frac{Q_1}{r} + K \cdot \frac{Q_2}{0{,}8 - r} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (0{,}8 - r) \cdot Q_1 + r \cdot Q_2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (0{,}8 - r) \cdot (-7 \cdot 10^{-6}) + r \cdot (7 \cdot 10^{-6}) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 \cdot r = 0{,}8 \rightarrow r = 0{,}4 \text{ m}$$

El potencial es nulo en un punto situado a igual distancia de las dos cargas, lo cual era predecible, ya que las cargas son iguales y de signo opuesto.

Si consideramos que dicho punto no se encuentra entre las dos cargas y suponemos, por ejemplo, que se encuentra a la izquierda de Q_1, las distancias serán ahora r y $(0{,}8 + r)$. Por tanto:

$$V = V_1 + V_2 = 0 \rightarrow K \cdot \frac{Q_1}{r} + K \cdot \frac{Q_2}{0{,}8 + r} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (0{,}8 + r) \cdot Q_1 + r \cdot Q_2 = 0 \rightarrow$$

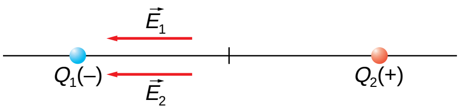
$$\rightarrow (0{,}8 + r) \cdot (-7 \cdot 10^{-6}) + r \cdot (7 \cdot 10^{-6}) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 \cdot r = 0{,}8 \rightarrow \text{No existe solución}$$

Por tanto, no existen otros puntos sobre la recta definida por las dos cargas en los que el potencial sea nulo.

En cuanto a la intensidad de campo eléctrico en el punto en que el potencial es nulo, no será nula, ya que el campo que crea cada una de las dos cargas tiene la misma dirección y sentido que el otro, por lo que su suma jamás será nula.

Teniendo en cuenta que el campo "sale" de las cargas positivas y "entra" en las cargas negativas, al ser las cargas de signo contrario, en el segmento de eje que une ambas cargas, el campo creado por Q_1 apuntará hacia la carga negativa, al igual que el campo que crea Q_2.



Teniendo en cuenta que:

$$\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$$

en el punto $P\,(0{,}4,\ 0)$ tendremos:

$$\vec{E}_1 = K \cdot \frac{|Q_1|}{r^2} \cdot (-\vec{i}\,) = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{0{,}4^2} \cdot \vec{i} = -393\,750 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = K \cdot \frac{|Q_2|}{r^2} \cdot (-\vec{i}\,) = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{0{,}4^2} \cdot \vec{i} = -393\,750 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Por tanto, el campo eléctrico resultante en dicho punto será:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 \cdot (-393.750 \cdot \vec{i}) = -787.500 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

b) Si existen dichos puntos, en ellos los campos creados por cada carga deben ser iguales en módulo, pero de sentido opuesto. Sin embargo, al ser las dos cargas iguales, la que esté más alejada del punto que consideremos creará un campo de menor intensidad que la otra. Por tanto, este razonamiento excluye a todos los puntos excepto el punto medio del segmento que une las dos cargas, pero allí, como hemos visto en el apartado anterior, el campo que crea una de las cargas refuerza al que crea la otra, no lo anula. Por tanto, no existen los puntos que nos piden.

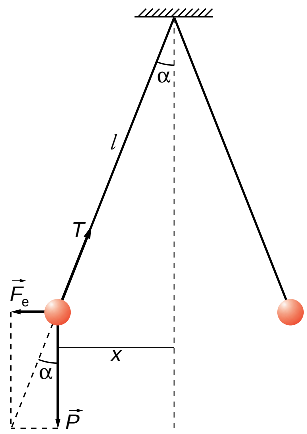
24 **Dos esferas muy pequeñas, de 50 g de masa cada una, cargadas con idéntica carga, se encuentran en los extremos de dos hilos inextensibles y sin masa de 1 m de longitud, suspendidos del mismo punto. Si el ángulo que forma cada hilo con la vertical en la posición de equilibrio es de 30°, calcula:**

a) La carga de cada esfera.

b) La tensión de los hilos en la posición de equilibrio.

c) Si en un instante desaparece una de las cargas, calcula la energía cinética y la tensión de la cuerda cuando la otra pasa por la vertical.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ **N · m**^{2} **· C**$^{-2}$**;** $g = 10$ **m · s**$^{-2}$



Para que el sistema esté en equilibrio, la resultante de las fuerzas que actúan sobre cada esfera debe ser nula. Como dichas fuerzas son el peso de la esfera ($\vec{P}$), la fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre ella ($\vec{F}_e$) y la tensión que soporta el hilo ($\vec{T}$), debe cumplirse la siguiente relación:

$$tg\ \alpha = \frac{F_e}{P}$$

a) La fuerza que actúa sobre cada esfera, debido a la acción de la carga que existe sobre la otra, es:

$$F_e = K \cdot \frac{q \cdot q}{r^2}$$

Las dos cargas son iguales y están separadas una distancia: $r = 2 \cdot x = 2 \cdot l \cdot sen\ \alpha$

Por tanto:

$$tg\ \alpha = \frac{F_e}{P} = \frac{K \cdot \dfrac{q \cdot q}{(2 \cdot l \cdot sen\ \alpha)^2}}{m \cdot g}$$

Despejando ahora q, resulta:

$$K \cdot \frac{q \cdot q}{(2 \cdot l \cdot sen\ \alpha)^2} = m \cdot g \cdot tg\ \alpha$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot tg\ \alpha \cdot (2 \cdot l \cdot sen\ \alpha)^2}{K}} = (2 \cdot l \cdot sen\ \alpha) \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot tg\ \alpha}{K}} =$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot sen\ 30° \cdot \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 10 \cdot tg\ 30°}{9 \cdot 10^9}} = 5{,}66 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

b) Los valores que corresponden a P y F_e son:

$$F_e = K \cdot \frac{q \cdot q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(5{,}66 \cdot 10^{-6})^2}{(2 \cdot 1 \cdot sen\,30)^2} = 0{,}289 \text{ N}$$

$$P = m \cdot g = 0{,}05 \cdot 10 = 0{,}5 \text{ N}$$

La tensión que soporta el hilo será:

$$\vec{T} = F_e \cdot \vec{i} + P \cdot \vec{j} = 0{,}289 \cdot \vec{i} + 0{,}5 \cdot \vec{j} \text{ N}$$

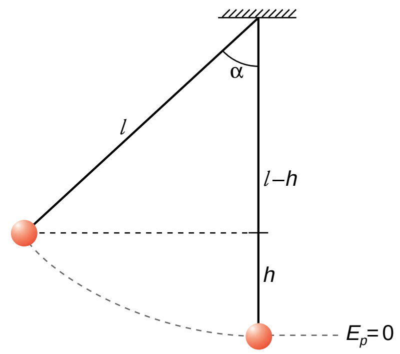
cuyo módulo es:

$$T = |\vec{T}| = \sqrt{F_e^2 + P^2} = \sqrt{0{,}289^2 + 0{,}5^2} = 0{,}577 \text{ N}$$

c) Como se aprecia en la figura, cuando la esfera llegue a la vertical habrá descendido una altura:

$$h = l - l \cdot cos\,\alpha = l \cdot (1 - cos\,\alpha) = 1 \cdot (1 - cos\,30) = 0{,}134 \text{ m}$$

Situemos el origen de potenciales como se aprecia en la figura. Al eliminar una de las dos esferas, la otra esfera iniciará un movimiento de caída. Inicialmente, la energía mecánica de dicha esfera será exclusivamente energía potencial.

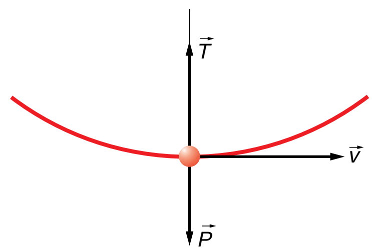


Al llegar a la vertical, como no existen rozamientos, toda esa energía potencial se habrá convertido en energía cinética. Por tanto:

$$(E_c)_f = (E_p)_i$$

$$(E_c)_f = m \cdot g \cdot h = 0{,}05 \cdot 10 \cdot 0{,}134 = 0{,}067 \text{ J}$$

Para calcular la tensión, debemos tener ahora en cuenta qué fuerzas actúan sobre la esfera cuando pasa por el punto más bajo de la trayectoria. En la figura se han representado dichas fuerzas y el vector velocidad de la esfera:



Como el movimiento es circular, la resultante de esas dos fuerzas debe ser la fuerza centrípeta que hace que la fuerza describa un movimiento circular:

$$T - P = F_c = \frac{m \cdot v^2}{R} \rightarrow T = P + \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot \left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$

Para calcular la velocidad de la bola tendremos en cuenta el valor que hemos calculado para la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}067}{0{,}05}} = 1{,}637 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, la tensión en la cuerda será:

$$T = m \cdot \left(g + \frac{v^2}{R}\right) = 0{,}05 \cdot \left(10 + \frac{1{,}637^2}{1}\right) = 0{,}634 \text{ N}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

25 **Dos placas metálicas cargadas están separadas una distancia *d* = 20 cm. En el espacio comprendido entre ellas existe un campo eléctrico uniforme de módulo *E* = 100 N · C^{-1}. Se abandona desde la placa positiva una partícula, de masa *m* = 0,03 kg y carga *q* = 10^{-5} C, que, inicialmente, se encontraba en reposo. Determina:**

a) La aceleración que experimenta la partícula.

b) La diferencia de potencial eléctrico entre las placas.

c) La energía cinética de la partícula cuando llega a la placa negativa.

Para resolver este problema supondremos que las placas están en posición horizontal, y la placa positiva, sobre la negativa.

a) A partir de la expresión de la fuerza eléctrica que actúa sobre la partícula obtenemos la aceleración que experimenta la partícula debido a esta fuerza:

$$F_e = q \cdot E = m \cdot a_e \rightarrow a_e = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{10^{-5} \cdot 100}{0{,}03} = \frac{1}{30} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para calcular la aceleración real hemos de considerar además el peso.

$$F_e + P = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_e + P}{m} = \frac{q \cdot E + m \cdot g}{m}$$

$$a = \frac{10^{-5} \cdot 100 + 0{,}03 \cdot 9{,}81}{0{,}03} = 9{,}84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

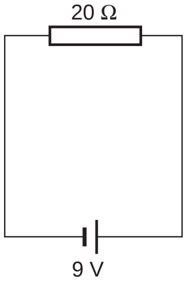
b) En el interior de las placas el campo eléctrico es constante, siendo su valor:

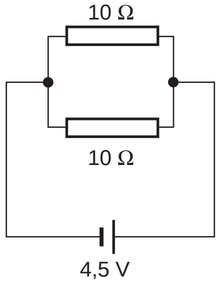
$$E = \frac{\Delta V}{d} \rightarrow \Delta V = E \cdot d = 100 \cdot 0{,}2 = 20 \text{ V}$$

c) La energía cinética de la partícula es:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot a \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 0{,}03 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2 = 5{,}88 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

26 **Tenemos un circuito elemental, como el de la figura, formado por una resistencia de 20 Ω, conectada a una d.d.p. de 9 V.**





Sustituimos ahora la resistencia por otras dos de 10 Ω, conectadas en paralelo, y aplicamos al conjunto una d.d.p. de 4,5 V.

Compara la cantidad de calor que desprenderán las dos resistencias por efecto Joule, en relación al que desprendía una sola resistencia de 20 Ω.

En el primer caso, el calor desprendido por efecto Joule será:

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{9^2}{20} = 4{,}05 \text{ W}$$

En el segundo caso, calculamos previamente la resistencia de la rama en paralelo:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \rightarrow R_p = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 5 \ \Omega$$

Conocida la resistencia equivalente, el cálculo del calor desprendido por efecto Joule es inmediato:

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_p} = \frac{4{,}5^2}{5} = 4{,}05 \text{ W}$$

La cantidad de calor desprendida es la misma en ambos casos.

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

27. Supón que tienes varias resistencias de 100 Ω cada una. Señala cómo las conectarías para tener una resistencia de:

a) 500 Ω **b) 25 Ω** **c) 125 Ω** **d) 350 Ω**

Utiliza en cada caso el menor número de resistencias posible.

a) 500 ohm: 500 es múltiplo de 100; la forma más rápida de conseguirlo es colocar 5 resistencias en serie.

b) 25 ohm: 25 es un divisor de 100. Por tanto, deberemos colocar cuatro resistencias en paralelo:

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100}} = \frac{100}{4} = 25 \ \Omega$$

c) 125 ohm: En este caso, utilizaremos un montaje mixto: conectaremos una resistencia de 100 ohm en serie con el conjunto de cuatro resistencias en paralelo que hemos analizado en el apartado anterior. De ese modo:

$$R = 100 + 25 = 125 \ \Omega$$

d) 350 ohm: Conseguimos 300 ohm colocando tres resistencias en serie. A continuación, conectamos en serie un sistema formado por otras dos resistencias en paralelo (50 ohm en total). De ese modo, con cinco resistencias:

$$R = 300 + 50 = 350 \ \Omega$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-RON del alumnado.

28. Cada una de las resistencias del problema anterior soporta una potencia de 1 W. ¿Cómo debemos conectar las resistencias para tener una combinación cuya resistencia equivalente siga siendo de 100 Ω, pero admita una potencia de 4 W?

Como la potencia máxima por resistencia es 1 W, la diferencia de potencial máxima a que podremos conectar cada resistencia es:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow V = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{1 \cdot 100} = 10 \text{ V}$$

Por otra parte, el conjunto ha de soportar 4 W. Si la resistencia equivalente es 100 ohm, la diferencia de potencial que aplicaremos entre los extremos del conjunto será:

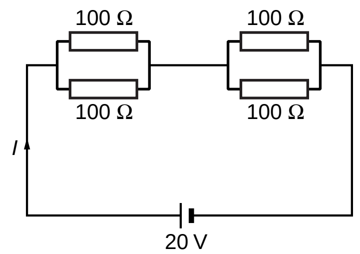
$$V_{total} = \sqrt{P_{total} \cdot R_{eq}} = \sqrt{4 \cdot 100} = 20 \text{ V}$$

Por último, como la resistencia equivalente coincide con el valor de una sola de ellas, eso significa que se han utilizado conexiones en paralelo.

El montaje que cumple todas las condiciones que hemos ido enumerando es la conexión en serie de dos grupos de resistencias en paralelo. Cada grupo paralelo tendrá dos ramas, en cada una de las cuales la resistencia total será 100 ohm. De ese modo:

$$R_{total} = R_{p1} + R_{p2} \rightarrow R_{p1} = R_{p2} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100}} = 50 \ \Omega$$

$$R_{total} = 50 + 50 = 100 \ \Omega$$



Si aplicamos ahora una diferencia de potencial de 20 V al conjunto, en cada rama en paralelo y, por tanto, en cada resistencia, la d.d.p es de 10 V.

29 Una cinta de luces de adorno para un árbol de Navidad está formada por 22 bombillas unidas en serie, cada una de ellas con las siguientes características: 10 V – 2,5 W. Calcula la intensidad que recorre el circuito cuando conectamos las bombillas a la red (220 V).

Las características que nos indican las bombillas (2,5 W – 10 V) nos permiten obtener su resistencia interna:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{10^2}{2{,}5} = 40 \ \Omega$$

Como vemos, el circuito se comporta como si tuviésemos 22 resistencias de 40 ohm conectadas en serie. Al aplicar la ley de Ohm, resulta para la intensidad:

$$I = \frac{V}{\sum R} = \frac{220}{22 \cdot 40} = 0{,}25 \text{ A}$$