UNIDAD 1: LA MEDIDA

CUESTIONES INICIALES-ACTIVIDADES PÁG. 9

1. ¿Sabrías expresar la velocidad de 10,0 m/s en km/h?

$$v = 10{,}0\ \frac{m}{s} = 10{,}0\ \frac{m \cdot \frac{km}{1000\ m}}{s \cdot \frac{h}{3600\ s}} = 36{,}0\frac{km}{h}$$

2. ¿Hay alguna diferencia entre decir que la masa de una persona es 75 kg o 75000 g?

Es la misma masa pero expresada en diferentes unidades

3. Una persona mide la longitud de un campo de fútbol y dice que es de 100 m y comete un error de 1 m, mientras que otra mide la anchura de un folio y afirma que es 208 mm y comete un error de 2 mm. ¿Cuál de los dos personas ha realizado una mejor medida?

La medida del campo de fútbol es: $l = 100 \pm 1$m y la del folio es: $h = 208 \pm 2$ mm

La mejor medida es aquella en la que se comete menor incertidumbre, de forma que:

Er (%) para el campo de fútbol = $\frac{1\,\text{m}}{100\,\text{m}} \cdot 100 = 1\%$

Er (%) para el folio = $\frac{2\,\text{mm}}{208\,\text{mm}} \cdot 100 = 0.96\,\%$

Por tanto es mejor medida la del ancho del folio.

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 10

1. Del siguiente listado separa las magnitudes escalares de las vectoriales:

densidad	**posición**	**energía**	**masa**
peso	**trabajo**	**calor**	**velocidad**

Son escalares: densidad, energía, masa, trabajo, calor

Son vectorales: posición, peso y velocidad

ACTIVIDADES PROPUESTAS-PÁG. 12

2. ¿Crees que la yarda, definida en su día como unidad de longitud y equivalente a 914 mm, y obtenida por la distancia marcada en una vara entre la nariz y el dedo pulgar de la mano del rey Enrique I de Inglaterra con su brazo estirado, sería hoy un procedimiento adecuado para establecer una unidad de longitud?

No, pues la yarda tal como se definió es una unidad arbitraria auque luego se popularizó y se difundió en el mundo, fundamentalmente el anglosajón.

3. Las unidades del SI han sufrido cambios en su definición a lo largo de la historia. Por ejemplo, el metro se definió en 1790 como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París. En 1889 fue la distancia entre dos marcas en una barra de aleación de platino-iridio que se guarda en Sèvres. La definición actual es de 1983. ¿A qué se deben estos cambios?

Una unidad de medida, a ser posible, debe cumplir un conjunto de requisitos que son: su valor no dependerá de la persona que la utilice, del transcurso del tiempo, ni de las condiciones de trabajo. Además, debe ser reproducible y utilizable en cualquier lugar del mundo.
Por ello se intenta definir las unidades de medida en función de fenómenos reproducibles en cualquier lugar y desligarlas de objetos. Lógicamente las primeras definiciones asociaron las unidades a objetos. El avance de la ciencia ha hecho posible definirlas en función de fenómenos físicos.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 24

1. Del siguiente listado separa las propiedades que son magnitudes físicas de las que no lo son:
temperatura ductilidad odio color presión brillo bondad dureza olor sensación de frío

Son propiedades físicas: temperatura, ductilidad, color, presión, brillo y dureza.

No son propiedades físicas: odio, bondad, olor y sensación de frío.

2. Escribe la cantidad 0,009204 m en notación científica, cuando las cifras significativas son: dos, tres y cuatro.

Con dos cifras significativas: $9{,}2 \cdot 10^{-3}$ m.

Con tres cifras significativas: $9{,}20 \cdot 10^{-3}$ m.

Con cuatro cifras significativas: $9{,}204 \cdot 10^{-3}$ m.

3. Deduce la ecuación de dimensión de la magnitud física trabajo, definida matemáticamente como: $W = F \cdot \Delta r$, e indica la expresión de su unidad, el julio, en función de las unidades fundamentales del SI.

De acuerdo con la definición de trabajo:

$[W] = [F] \cdot [\Delta r] = M \cdot [a] \cdot L = M \cdot (L/T^2) \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

Sustituyendo por las unidades del S.I: $1\ J = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

4. La energía intercambiada en forma de calor por un objeto al modificarse su temperatura se determina mediante la expresión: Q = m · c_e · ΔT. Determina la unidad del SI en la que se mide la constante calor específico c_e.

Como: Q = m · c_e · ΔT, de donde: $c_e = \dfrac{Q}{m \cdot \Delta T}$, luego la unidad del calor específico es:

$\dfrac{J}{kg \cdot K} = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

5. Determina la densidad de un objeto en la unidad del SI, si tiene una masa de 4,756 g y ocupa un volumen de 4,8 cm³.

$$d = \frac{m}{V} = \frac{4{,}756\ g \cdot \dfrac{kg}{10^3\ g}}{4{,}8\ cm^3 \cdot \dfrac{m^3}{10^6\ cm^3}} = 9{,}9 \cdot 10^2\ \frac{kg}{m^3}$$

6. Dada la longitud 3,2 m ± 0,1 m. Determina el error relativo porcentual de la medida.

$$Er\ (\%) = \frac{0{,}1\,m}{3{,}2\,m} \cdot 100 = 3{,}1\%$$

7. La incertidumbre relativa porcentual de una medida de la longitud de una habitación es del 4 %, si el valor de la medida realizada es de 1,85 m, determina la incertidumbre absoluta cometida.

$$Er\ (\%) = \frac{E_a}{\text{Valor de la medida}} \cdot 100 \Rightarrow E_a = \frac{4 \cdot 1{,}85\,m}{100} = 0{,}07\,m$$

8. Señala el número de cifras significativas en las siguientes medidas de longitud:
1,55 m; 9,02 m; 0,010 cm; 1,00 · 10³ cm; 2500 cm;

1,55 m: tres.

9,02 m: tres.

0,010 cm: dos

1,00 · 10^3 cm: tres

2500 cm: dos

9. Expresa las siguientes medidas en el SI, respetando el número de cifras significativas que poseen:
29 cm 100,0 dag 144 km/h 34,65 dm^2

$$29\ \text{cm} = 29\ \text{cm} \cdot \frac{\text{m}}{100\ \text{cm}} = 0{,}29\ \text{m}$$

Considerando que 100,0 dag tiene cuatro cifras significativas porque aprecia la balanza de medida hasta la décima de dag, o sea el g, resulta que:

$$100{,}0\ \text{dag} = 100{,}0\ \text{dag} \cdot \frac{\text{kg}}{100\ \text{dag}} = 1{,}000\ \text{kg}$$

$$144\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144\ \frac{\text{km} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{\text{km}}}{\text{h} \cdot \frac{3600\ \text{s}}{\text{h}}} = 40{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$34{,}65\ \text{dm}^2 = 34{,}65\ \text{dm}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{100\ \text{dm}^2} = 0{,}3465\ \text{m}^2$$

10. Se realizan dos medidas de volumen de líquidos, una con una probeta, que tiene una sensibilidad de ± 1 mL, y otra con una micropipeta, que tiene una sensibilidad de 0,05 mL a) Si con la probeta se miden 50 mL y con la pipeta 1,1 mL, ¿qué medida es más precisa? b) ¿Se puede medir con la probeta una cantidad de 20,15 mL?

a) Con la probeta: $V_1 = 50 \pm 1$ mL y con la micropipeta: $V_2 = 1{,}1 \pm 0{,}05$ mL, de forma que:

$$Er_1\ (\%) = \frac{1\,\text{mL}}{50\,\text{mL}} \cdot 100 = 2{,}0\ \% \quad \text{y} \quad Er_2\ (\%) = \frac{0{,}05\,\text{mL}}{1{,}1\,\text{mL}} \cdot 100 = 4{,}5\ \%$$

Luego la medida más precisa es la efectuada con la probeta.

b) No, pues la probeta aprecia de mL en mL y después de medir 20 mL la siguiente medida que se puede realizar es 21 mL y no 20,15 mL.

11. ¿Cuando se comete mayor imprecisión, al afirmar que un bebé tiene una edad de 10 meses o al decir que una persona tiene 20 años?

La imprecisión absoluta en la edad del bebé es de un mes y en la del adulto 1 año, por lo que las imprecisiones relativas son:

$$E_r(\text{bebé}) = \frac{1\ \text{mes}}{10\ \text{mes}} \cdot 100 = 10\ \% \quad \text{y} \quad E_r(\text{adulto}) = \frac{1\ \text{año}}{20\ \text{año}} \cdot 100 = 5\ \%$$

Luego es más precisa la indicación de la edad de la persona adulta.

12. Calcula la incertidumbre relativa porcentual cuando se aproxima el valor de la aceleración de la gravedad *g* = 9,81 m/s^2 al valor de 10 m/s^2.

La incertidumbre absoluta es: $E_a = 10\ \text{m/s}^2 - 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 0{,}19\ \text{m/s}^2$

La incertidumbre relativa es: $E_r = \dfrac{0{,}19\ \frac{m}{s^2}}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}} \cdot 100 = 1{,}94\ \%$

13. Un estudiante efectúa mediciones para calcular el tiempo que tarda en ir de su casa al colegio. Para diferentes días registra la hora de salida de casa y la hora de llegada al colegio y obtiene los siguientes valores:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves
Salida	7:12	7:00	7:15	7:30	7:08	7:21	7:06	7:19	7:11	7:10
Llegada	7:40	7:24	7:45	7:55	7:37	7:47	7:31	7:48	7:37	7:38

Halla: a) El tiempo promedio empleado en este trayecto. b) La desviación estándar.

Teniendo en cuenta que en cada día el tiempo que tarda es la diferencia entre la hora de llegada y la de salida, entonces:

Día	lunes	Martes	miércoles	jueves	viernes	sábado	Lunes	Martes	miércoles	jueves
t_i (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28

a) $\bar{t} = \dfrac{1}{n}\sum_i t_i$ De esta forma:

$$\bar{t} = \frac{1}{10}(28\text{ min} + 24\text{ min} + 30\text{ min} + 25\text{ min} + 29\text{ min} + 26\text{ min} + 25\text{ min} + 29\text{ min} + 26\text{ min} + 28\text{ min})$$

Luego al operar, resulta: $\bar{t} = 27\text{ min}$

b) Lo primero que hay que calcular es: $|t_i - \bar{t}|$, por lo que:

Día	lunes	Martes	Miércoles	jueves	viernes	sábado	Lunes	Martes	miércoles	jueves
t_i (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28
$\lvert t_i - \bar{t}\rvert$ min	1	3	3	2	2	1	2	2	1	1

Como: $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_i^n (|t_i - \bar{t}|)^2}{(n-1)}}$, siendo n = 10, entonces:

$$\sum_i (|t_i - \bar{t}|)^2 =$$

$$= 1^2\text{ min}^2 + 3^2\text{ min}^2 + 3^2\text{ min}^2 + 2^2\text{ min}^2 + 2^2\text{ min}^2 + 1^2\text{ min}^2 + 2^2\text{ min}^2 + 2^2\text{ min}^2 + 1^2\text{ min}^2 + 1^2\text{ min}^2 = 38\text{ min}^2$$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\dfrac{38\ \text{min}^2}{9}} = 2\ \text{min}$

14. La sensibilidad de una balanza que mide hasta 10 kg es de ± 10 g, mientras otra mide hasta 10 g y tiene una sensibilidad de ± 1 g. ¿Cuál es la mejor balanza de las dos?

La mejor balanza es la que tenga menor imprecisión relativa.

La primera balanza proporciona: m_1 = 10 kg ± 10 g y la segunda: m_2 = 10 g ± 1 g, por lo que resulta:

$$E_{r1} = \frac{10\ \text{g}}{10\ \text{kg} \cdot \dfrac{1000\ \text{g}}{\text{kg}}} \cdot 100 = 0{,}1\ \% \quad \text{y} \quad E_{r2} = \frac{1\ \text{g}}{10\ \text{g}} \cdot 100 = 10\ \%$$

Luego la mejor balanza es la primera.

15. Expresa en la unidad adecuada del sistema internacional las magnitudes expresadas por las siguientes ecuaciones de dimensión:
a) MLT^{-2}. b) ML^{-3}. c) LT^{-1}. d) ML^2T^{-2}.

a) MLT^{-2} es: $kg \cdot m \cdot s^{-2}$

b) ML^{-3} es: $kg \cdot m^{-3}$

c) LT^{-1} es: $m \cdot s^{-1}$

d) ML^2T^{-2} es: $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 25

16. Se mide la longitud de un lápiz nueve veces y se obtienen los siguientes valores:

L (cm)	14,31	14,30	14,38	14,32	14,35	14,32	14,39	14,31	14,36

Halla longitud del lápiz, expresada con su incertidumbre absoluta.

Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_i L_i =$$

$$= \frac{1}{9}(14{,}31\ \text{cm} + 14{,}30\ \text{cm} + 14{,}38\ \text{cm} + 14{,}32\ \text{cm} + 14{,}35\ \text{cm} + 14{,}32\ \text{cm} + 14{,}39\ \text{cm} + 14{,}31\ \text{cm} + 14{,}36\ \text{cm})$$

De donde, al operar, resulta: $\bar{L} = 14{,}34\ \text{cm}$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|L_i - \overline{L}|)^2 =$

$$= 3^2\ cm^2 + 4^2\ cm^2 + 4^2\ cm^2 + 2^2\ cm^2 + 1^2\ cm^2 + 2^2\ cm^2 + 5^2\ cm^2 + 3^2\ cm^2 + 2^2\ cm^2 = 88\ cm^2$$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\dfrac{88\ cm^2}{8}} = 3{,}317\ cm$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad del instrumento de medida es 0,01 cm, luego: $\sigma = 3{,}32\ cm$, por lo que como 3,32 cm es mayor que 0,01 cm, resulta que E_a = 3,32 cm. Por tanto la longitud del lápiz es: 14,34 ± 3,32 cm

17. Halla las incertidumbres absolutas que proporcionan dos balanzas que se utilizan para medir la masa de un mismo objeto, realizando en cada caso cinco medidas y obteniendo los siguientes resultados:

Balanza 1 (g)	25,55	25,56	25,54	25,57	25,53
Balanza 2 (g)	25,55	25,59	25,51	25,58	25,52

Para la primera balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_i m_i = \frac{1}{5}(25{,}55\ g + 25{,}56\ g + 25{,}54\ g + 25{,}57\ g + 25{,}53\ g) = 25{,}55\ g$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|m_i - \overline{m}|)^2 = 0^2\ g^2 + 0{,}01^2\ g^2 + 0{,}01^2\ g^2 + 0{,}02^2\ g^2 + 0{,}02^2\ g^2 = 0{,}0010\ g^2$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\dfrac{0{,}0010\ g^2}{4}} = 0{,}016\ g$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego: $\sigma = 0{,}02\ g$, por lo que como 0,02 g es mayor que 0,01 g, resulta que:
E_{a1} = 0,02 g.

Por tanto: E_{a1} es: ± 0,02 g

Para la segunda balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_i m_i = \frac{1}{5}(25{,}55\ g + 25{,}59\ g + 25{,}51\ g + 25{,}58\ g + 25{,}52\ g) = 25{,}55\ g$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla: $\sum_i (|m_i - \overline{m}|)^2 = 0^2\ g^2 + 0{,}04^2\ g^2 + 0{,}04^2\ g^2 + 0{,}03^2\ g^2 + 0{,}03^2\ g^2 = 0{,}0050\ g^2$

De esta forma: $\sigma = \sqrt{\dfrac{0{,}0050\ g^2}{4}} = 0{,}035\ g$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego: $\sigma = 0{,}04\ g$, por lo que como 0,04 g es mayor que 0,01 g, resulta que:
E_{a2} = 0,04 g.

Por tanto: E_{a2} es: ± 0,04 g

18. En la siguiente tabla se muestran los resultados de siete mediciones de la longitud de un objeto:

L (cm)	2,83	2,85	2,87	2,84	2,86	2,84	2,86

Halla: a) El valor considerado como verdadero de la medida. b) Las incertidumbres relativas porcentuales que se cometen en la tercera y en la cuarta medida.

a) Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_i L_i = \frac{1}{7}(2{,}83\ cm + 2{,}85\ cm + 2{,}87\ cm + 2{,}84\ cm + 2{,}86\ cm + 2{,}84\ cm + 2{,}86) = 2{,}85\ cm$$

b) En relación con la tercera medida: E_a = 2,87 cm – 2,85 cm = 0,02 cm

y $E_r = \dfrac{0{,}02\ cm}{2{,}85\ cm} \cdot 100 = 0{,}70\ \%$

En relación con la cuarta medida: E_a = 2,85 cm – 2,84 cm = 0,01 cm

y $E_r = \dfrac{0{,}01\ cm}{2{,}85\ cm} \cdot 100 = 0{,}35\ \%$

19. Halla el perímetro y la superficie de una hoja de papel que mide 297 mm de largo y 210 mm de ancho, considerando como error absoluto de cada medida 1 mm.

El perímetro de la hoja es: $p \pm \Delta p = (l \pm \Delta l) + (l \pm \Delta l) + (a \pm \Delta a) + (a \pm \Delta a)$

p = 297 mm + 297 mm + 210 mm + 210 mm = 1014 mm

En el caso más desfavorable: $\pm \Delta p = \pm$ (1 mm + 1 mm + 1 mm + 1 mm) = 4 mm

Por tanto: perímetro = 1014 ± 4 mm

La superficie del folio es: $S = l \cdot a$ = 297 mm · 210 mm = 62370 mm^2

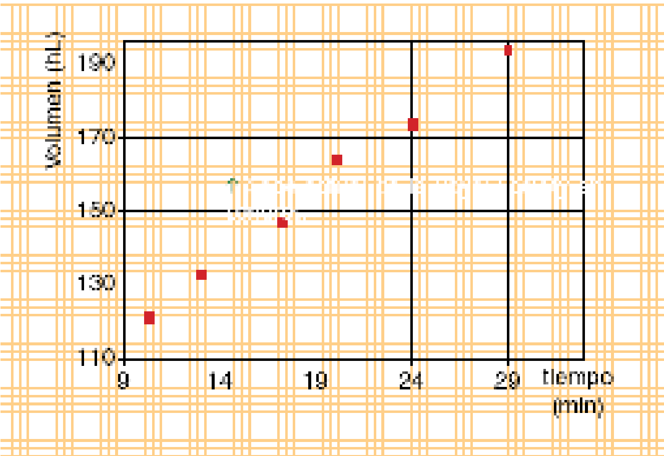
Aplicado la relación de la imprecisión relativa para el producto: $\dfrac{\Delta S}{S} = \dfrac{\Delta l}{l} + \dfrac{\Delta a}{a}$

Con lo que la imprecisión absoluta en la determinación del la superficie es:

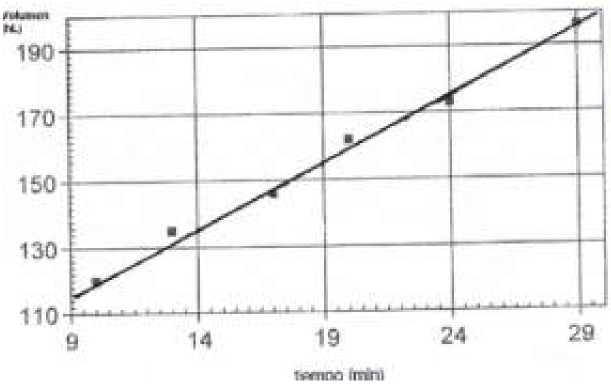
$$\Delta S = S\left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}\right) = 62370\ \text{mm}^2\left(\frac{1\ \text{mm}}{297\ \text{mm}} + \frac{1\ \text{mm}}{210\ \text{mm}}\right) = 507\ \text{mm}^2$$

Y el área del folio es: S = 62370 ± 507 mm^2

20. Un depósito contiene una cierta cantidad de agua y se está llenando con una manguera, de forma que los datos referidos al volumen de agua en determinados tiempos se representan en la gráfica adjunta. a) Dibuja la recta que mejor se adapte a los puntos representados y encuentra la ecuación matemática de la misma. b) Cuál es el contenido inicial del depósito. c) ¿Qué cantidad de agua vierte la manguera en un minuto?



a) La recta pedida en la gráfica es:



Dicha recta responde a la ecuación: V = m · (t – 9) + b, donde por la lectura en la gráfica se observa que: b = 118 hL cuando el reloj marca 9 min, siendo t el tiempo que marca el reloj a partir del valor inicial, de 9 min.

Para hallar el valor de la pendiente, m, se eligen dos puntos de la recta y se determina sobre la gráfica la variación de las variables entre esos dos puntos:

Así, si por ejemplo, un punto es P_1 (12 min, 130 hL) y el otro P_2 (17,5 min, 150 hL), resulta que:

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{150\ \text{hL} - 130\ \text{hL}}{17{,}5\ \text{min} - 12\ \text{min}} = 3{,}6\ \text{hL/min}$$

Luego la ecuación pedida es: $V = 3{,}6\ \dfrac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (t - 9\text{ min}) + 118\text{ hL}$

b) Para t = 9 min, valor inicial o punto cero, resulta que V = 118 hL

c) Si t = 10 min ha transcurrido 1 min y entonces:

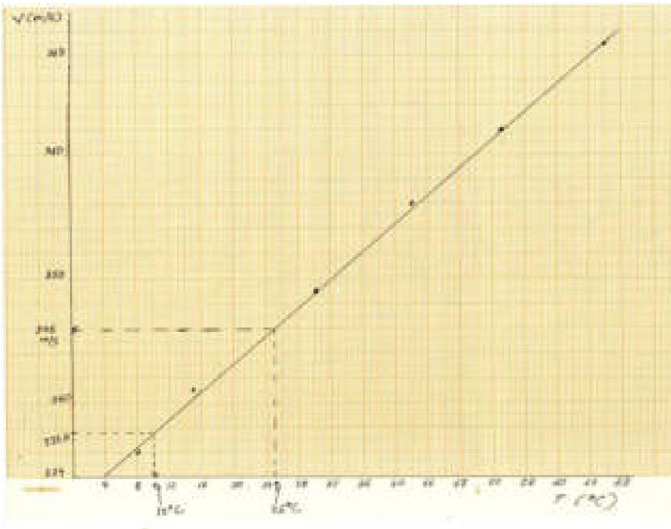
$$V = 3{,}6\ \frac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (10\text{ min} - 9\text{ min}) + 118\text{ hL} = 121{,}6\text{ hL}$$

21. La velocidad del sonido depende de la temperatura del medio. Con objeto de estudiar la relación entre ambas variables, se mide la velocidad de propagación del sonido en el aire a diferentes temperaturas. Los valores obtenidos se reflejan en la siguiente tabla:

Temperatura del aire (°C)	8	17	30	42	53	65
Velocidad del sonido (m/s)	336	342	349	356	362	369

a) Representa gráficamente los datos. b) ¿Cuál es la relación entre las dos variables? c) Halla la velocidad del sonido a 25 °C. d) Un determinado sonido tarda 8 s en recorrer una distancia de 2700 m, ¿cuál es la temperatura del aire?

a) Los datos se pueden representar mediante una línea recta, ya que:



b) La ecuación matemática de dicha relación es del tipo: y = b + m 3 X, donde:

- x es la temperatura en °C.

- y es la velocidad del sonido en m/s.

c) De la lectura en la gráfica, se deduce que para t = 25 °C ⇒ v = 346 m/s.

d) De los datos se deduce que la velocidad del sonido es $v = \dfrac{2700\text{ m}}{8\text{ s}} = 337{,}5\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

El valor más próximo en la gráfica es v = 337,6 $\frac{m}{s}$, y a dicho valor le corresponde una temperatura del aire de 10 °C.

INVESTIGA-PÁG. 26

1. Busca y halla la relación de la milla, el pie por segundo y el galón con sus unidades del sistema internacional.

Milla. Esta unidad anglosajona tiene dos variantes, la milla terrestre que es equivalente a 1609,344 m y la milla náutica a 1851,85 m.

pie por segundo. Un pie e igual a 12 pulgadas y el pie es equivalente a 30,48 cm, entonces $1\ \frac{pie}{s}$ es la velocidad de un móvil equivalente a $30{,}48\ \frac{cm}{s}$

galón es una unidad anglonorteamericana de volumen de líquidos, de forma que tiene las siguientes equivalencias:
1 galón inglés (imperial) = 4,546 L.
1 galón inglés (imperial) = 1,2 galones U.S.A.
1 galón U.S.A. = 0,83 galón inglés (imperial).
1 galón U.S.A = 3,785 L.

2. Da una explicación de por qué Gran Bretaña se resiste tanto a abandonar su sistema imperial de unidades.

Porque su sistema de unidades es considerado como una entidad propia que define a los británicos del resto de países.

3. Consulta una hemeroteca o en el buscador www.google.es y da una explicación de por qué tuvo el accidente la nave espacial "Mars Climate Orbiter".

Por un problema de confusión de unidades de medida.