2 El movimiento y su descripción

EJERCICIOS PROPUESTOS

2.1 Una maleta descansa sobre la cinta transportadora de un aeropuerto. Describe cómo ve su movimiento un pasajero que está: parado en la misma cinta; en una cinta paralela que se mueve en sentido contrario; fuera de la cinta.

Si se encuentra sobre la cinta la ve en reposo.

Desde una cinta paralela que se mueve en sentido contrario la ve desplazarse con velocidad igual a la suma de velocidades.

Desde fuera de la cinta la ve con velocidad igual a la de la cinta.

2.2 Desde un coche descapotable que avanza a velocidad constante y en línea recta se dispara un proyectil verticalmente hacia arriba. Indica dos sistemas de referencia distintos para estudiar el movimiento del proyectil. ¿Cómo se movería el proyectil en cada uno de ellos?

Un sistema de referencia sería el mismo coche, desde él se observa un movimiento rectilíneo. Otro sistema puede ser la carretera por la que circula el coche. Desde este sistema se ve un movimiento parabólico.

2.3 El perímetro de una pista de atletismo mide 400 m.
a) ¿Qué espacio habrá recorrido un atleta después de efectuar 4,25 vueltas?
b) ¿Cuál será el desplazamiento realizado?

a) $400 \cdot 4{,}25 = 1700$ m

b) $\Delta s = 0{,}25 \cdot 400 = 100$ m

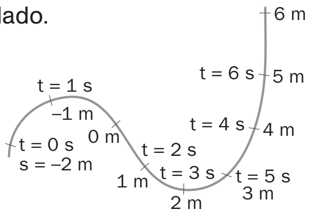
2.4 La posición de un móvil está descrita por $s(t) = 2t - 3$, donde s se expresa en metros y t en segundos. Encuentra la posición a los 3 y a los 5 s, y calcula el desplazamiento y el espacio recorrido entre estos dos instantes.

Sustituyendo el valor de t se tiene:

$s(3) = 2 \cdot 3 - 3 = 3$ m; $s(5) = 2 \cdot 5 - 3 = 7$ m;

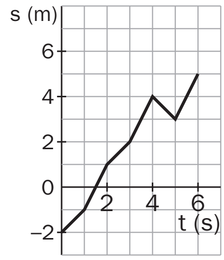
$\Delta s = s(5) - s(3) = 7 - 3 = 4$ m; $e = \Delta s = 4$ m

2.5 En la figura se representan las posiciones de un móvil a lo largo de un tiempo dado.
a) Dibuja la gráfica s-t.
b) Calcula el desplazamiento total y el espacio recorrido entre t = 0 y t = 6 s.



a) Creamos una tabla.

t(s)	s(m)
0	−2
1	−1
2	1
3	2
4	4
5	3
6	5



b) $\Delta s = s(6) - s(0) = 5 - (-2) = 7$ m;

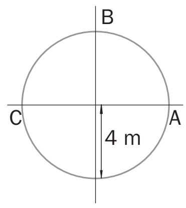
$e = |s(4) - s(0)| + |s(5) - s(4)| + |s(6) - s(5)| = |4 - (-2)| + |3 - 4| + |5 - 3| = 6 + 1 + 2 = 9$ m

2.6 Sabiendo la posición inicial de un móvil y el desplazamiento que ha efectuado,

a) ¿Se puede saber su posición final?
b) ¿Se puede saber el espacio que ha recorrido?
c) Indica qué datos necesitarías para responder afirmativamente a los dos apartados anteriores.

a) Sí.
b) No.
c) Sería necesario conocer s_0, Δs y que no haya cambio en el sentido del movimiento.

2.7 Un móvil describe una circunferencia de radio 4 m. Tomando el centro como origen del sistema de referencia, calcula:



a) El vector de posición en los puntos dibujados A, B y C.
b) El vector desplazamiento entre A y B.

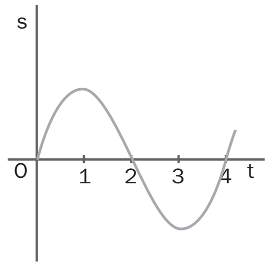
a) $\vec{r}_A = (4, 0)$; $\vec{r}_B = (0, 4)$; $\vec{r}_C = (-4, 0)$
b) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (0, 4) - (4, 0) = (-4, 0)$ m; $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = 5{,}7$ m

2.8 El vector desplazamiento de un móvil entre dos instantes t_1 y t_2 es $\Delta\vec{r} = -2\vec{i} + 4\vec{j}$. Sabiendo que el vector de posición final es $\vec{r}_2 = 5\vec{i} - \vec{j}$, calcula:

a) El vector de posición inicial.
b) La distancia recorrida por el móvil.

a) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$; $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 - \Delta\vec{r} = 5\vec{i} - \vec{j} - (-2\vec{i} + 4\vec{j}) = 7\vec{i} - 5\vec{j}$
b) $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 4{,}5$ m si la trayectoria es rectilínea. Si es curvilínea, no se puede saber.

2.9 La figura muestra la gráfica s-t de un movimiento. Indica:



a) Cuándo aumenta o disminuye la velocidad.
b) En qué momentos se produce el movimiento hacia la derecha o hacia la izquierda.
c) ¿Circula el móvil por una trayectoria ondulada?

a) La velocidad aumenta entre t = 1 y t = 2 s y entre t = 3 y t = 4 s.
b) Va hacia la derecha entre t = 0 y t = 1 s y entre t = 3 y t = 4 s.
c) La forma de la trayectoria no guarda relación con la de la gráfica s(t).

2.10 Un móvil parte del origen y al cabo de 20 s se encuentra en la posición $\vec{r} = 14\vec{i} - 8\vec{j}$. Calcula:

a) El desplazamiento producido en ese tiempo.
b) El valor de la velocidad media del móvil.
c) La posición que ocupará dentro de otros 5 s si continúa el movimiento en las mismas condiciones.

a) $\Delta\vec{r} = (14, -8) - (0, 0) = (14, -8)$; $\quad |\Delta\vec{r}| = \sqrt{14^2 + (-8)^2} = 16{,}1$ m

b) $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{14\vec{i} - 8\vec{j}}{20} = 0{,}7\vec{i} - 0{,}4\vec{j}\,(\text{m s}^{-1})$ $\quad |\vec{v}_m| = \dfrac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \dfrac{16{,}1}{20} = 0{,}8$ m s^{-1}

c) $\Delta\vec{r} = \vec{v}_m\Delta t = (0{,}7\vec{i} - 0{,}4\vec{j}) \cdot 5 = 3{,}5\vec{i} - 2\vec{j}$ $\quad \vec{r}_2 = \Delta\vec{r} + \vec{r}_1 = 3{,}5\vec{i} - 2\vec{j} + 14\vec{i} - 8\vec{j} = 17{,}5\vec{i} - 10\vec{j}\,(\text{m r})$

2.11 Un coche sale del reposo y, en 15 s, adquiere una velocidad de 108 $km h^{-1}$.

a) Calcula la aceleración media.

b) ¿Es posible saber, con estos datos, qué velocidad tiene a los 10 s de iniciar el movimiento?

a) Se cambian las unidades de la velocidad, 108 $km h^{-1} = 30 \ m s^{-1}$:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{15} = 2 \ m s^{-2}$$

b) No.

2.12 Una locomotora que se aproxima a una estación a una velocidad de 72 $km h^{-1}$ empieza a frenar uniformemente con una aceleración constante de $-0,5 \ m s^{-2}$.

a) ¿Cuál es su velocidad al cabo de 10 s?

b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse completamente?

a) $a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$; $\quad -0,5 = \frac{v_2 - 20}{10}$; $\quad v_2 = 15 \ m s^{-1}$

b) $\Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{0 - 20}{-0,5} = 40$ s

2.13 La velocidad de un móvil pasa de ser $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + \vec{j}$ ($m s^{-1}$) a ser $\vec{v}_2 = 9\vec{i} + 7\vec{j}$ ($m s^{-1}$) en 3 s. Calcula el vector aceleración media en este intervalo y su módulo.

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{9\vec{i} + 7\vec{j} - (3\vec{i} + \vec{j})}{3} = \frac{6\vec{i} + 6\vec{j}}{3} = 2\vec{i} + 2\vec{j} \ (m s^{-2}); \quad |\vec{a}_m| = 2,8 \ m s^{-2}$$

2.14 El *London Eye*, una de las más famosas atracciones de Londres, es una rueda de 135 m de altura que da una vuelta completa, a velocidad constante, en media hora. ¿Con qué velocidad y con qué aceleración se mueven las cabinas?

$$v = \frac{2\pi R}{\Delta t} = \frac{135\pi}{1800} = 0,24 \ m s^{-1}; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0,24^2}{67,5} = 8,5 \cdot 10^{-4} \ m s^{-2}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

POSICIÓN DESPLAZAMIENTO Y ESPACIO RECORRIDO

2.15 En una calle de una población hay una parada de autobús. A 50 m a la derecha de la parada se encuentra un quiosco de periódicos, y 20 m a la izquierda de la parada hay una oficina de correos. Halla la posición:

a) Del quiosco y de la oficina de correos, tomando como referencia la parada de autobús.

b) Del quiosco y de la parada de autobús tomando como origen la oficina de correos.

c) De la parada de autobús y de la oficina de correos con relación al quiosco.

d) ¿Cuál es el desplazamiento entre el quiosco y la oficina de correos? ¿Depende el desplazamiento del punto elegido como origen?

a) +50 m, −20 m;

b) +70 m, +20m;

c) −50 m, −70 m;

d) −70 m; no.

2.16 ¿Qué significado tiene un desplazamiento positivo? ¿Y un desplazamiento negativo? Si el desplazamiento de un móvil es cero, ¿significa que no se ha movido?

Un desplazamiento positivo indica que el móvil se ha dirigido hacia la derecha.

Cuando el desplazamiento es negativo es porque el móvil se ha dirigido hacia la izquierda.

No necesariamente, lo que indica es que la posición inicial y la final coinciden. Puede haberse producido por un movimiento de ida y vuelta.

2.17 Un proyectil disparado verticalmente hacia arriba alcanza una altura máxima de 32 m antes de empezar a caer hacia el suelo. Calcula:

a) El desplazamiento realizado entre el instante en que ha sido lanzado y el instante en que lleva cayendo 14 m.

b) El espacio recorrido en este tiempo.

c) Dibuja una gráfica s-t que represente todo el movimiento.

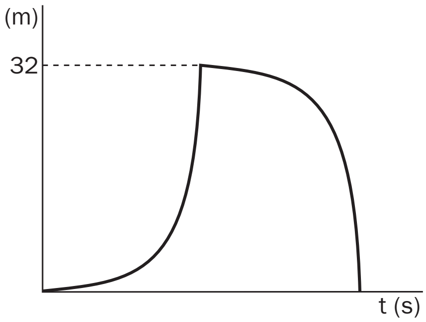
a) Si lleva cayendo 14 metros le quedan hasta el suelo:

$32 - 14 = 18$ m, luego su desplazamiento es:

$$\Delta s = s_f - s_0 = 18 - 0 = 18 \text{ m}$$

b) En el espacio recorrido se tienen en cuenta la subida entera y la parte de la bajada: $e = 32 + 14 = 46$ m

c)



2.18 La posición de un móvil viene dada por $s = t^2 - 10t - 4$, donde s se expresa en metros y t en segundos. Calcula:

a) La posición inicial.

b) La posición en los instantes t = 2 s, t = 10 s y t = 12 s.

c) ¿Realiza el móvil algún cambio de sentido? ¿Podrías decir en qué instante?

a) Sustituyendo para $t = 0$, $s(0) = -4$ m.

b) $s(2) = 2^2 - 10 \cdot 2 - 4 = -20$ m;

$s(10) = 10^2 - 10 \cdot 10 - 4 = -4$ m;

$s(12) = 12^2 - 10 \cdot 12 - 4 = 20$ m

c) Sí; en $t = 5$ s alcanza el punto más alejado del origen y cambia de sentido para acercarse a este.

$s(5) = 25 - 50 - 4 = -29$ m

2.19 Con los datos del problema anterior, calcula:

a) El desplazamiento y el espacio recorridos en los dos primeros segundos.

b) El desplazamiento y el espacio recorridos entre t = 2 s y t = 12 s.

a) $\Delta s = s(2) - s(0) = -20 - (-4) = -16$ m; $e = |\Delta s| = 16$ m

b) $\Delta s = s(12) - s(2) = 20 - (-20) = 40$ m

Como cambia de sentido a los 5 s, para calcular el espacio recorrido hay que hacer dos cálculos, uno hasta ese $t = 5$ s y otro a partir de $t = 5$ s.

$$e = |\Delta s_{2 \to 5}| + |\Delta s_{5 \to 12}| = |s(5) - s(2)| + |s(12) - s(5)| = |-29 - (-20)| + |20 - (-29)| = 58 \text{ m}$$

2.20 Las instrucciones de un mapa pirata para encontrar el cofre del tesoro son las siguientes: a partir de un punto O señalado en el mapa hay que recorrer 2 km hacia el este (punto A) y, después, 4 km hacia el norte (punto B). A continuación hay que desplazarse 3 km hacia el oeste (punto C) y, por último, 2 km hacia el sur (punto D).

a) Indica las coordenadas de cada punto.

b) Calcula los desplazamientos parciales realizados y el espacio total recorrido.

c) ¿A qué distancia en línea recta del punto de partida se encuentra el tesoro?

a) A = (2, 0); B = (2, 4); C = (−1, 4); D = (−1, 2)

b) OA = (2, 0) − (0, 0) = (2, 0); AB = (2, 4) − (2, 0) = (0, 4); BC = (−1, 4) − (2, 4) = (−3, 0);
CD = (−1, 2) − (−1, 4) = (0, −2)
e = 2 + 4 + 3 + 2 = 11 km

c) $d = \sqrt{(-11)^2 + 2^2} = 2{,}24$ km

GRÁFICAS s-t

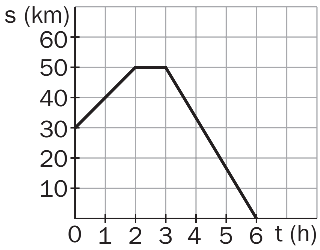
2.21 Un ciclista se encuentra a mitad de camino entre dos poblaciones A y B distantes entre sí 60 km. Se dirige hacia B a velocidad constante de 15 km h^{-1}. Una vez allí descansa 1 h. Después emprende camino hacia A y tarda 3 h en el trayecto. Dibuja la gráfica s-t tomando como origen en una ocasión la población A y en otra la población B.

Suponemos que las posiciones relativas de las ciudades y el ciclista son:

$$A \xleftrightarrow[30\text{ km}]{} \text{Ciclista} \xleftrightarrow[30\text{ km}]{} B$$

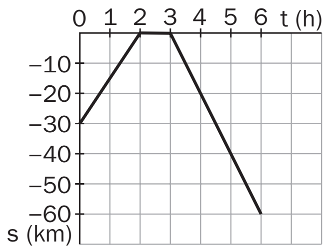
Tomando el origen en *A*.

t(h)	0	2	3	6
s(km)	30	60	60	0



Tomando el origen en *B*.

t(h)	0	2	3	6
s(km)	−30	0	0	−60



2.22 La siguiente tabla se ha construido realizando el estudio de un movimiento. Suponiendo que en cada tramo el cuerpo mantiene la velocidad constante:

a) Dibuja la gráfica s-t del movimiento.

b) ¿Cuál es la posición inicial del móvil?

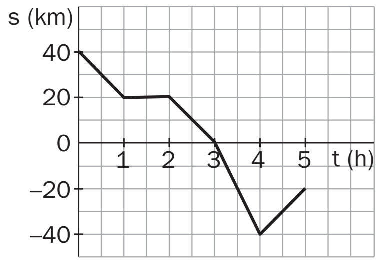
c) ¿Entre qué instantes se desplaza hacia la derecha?

d) ¿Entre qué instantes se desplaza hacia la izquierda?

e) Calcula el desplazamiento total y el espacio recorrido.

a)

t(h)	0	1	2	3	4	5
s(km)	40	20	20	0	−40	−20



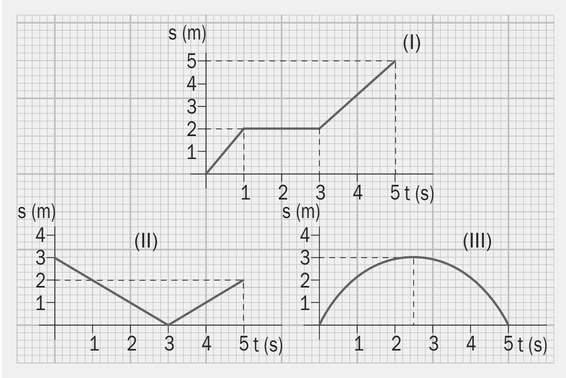
b) s(0) = 40 km

c) Entre t = 4 y t = 5 h

d) Entre t = 0 y t = 4 h

e) $\Delta s = s(5) - s(0) = -20 - (40) = -60$ km; e = 80 + 20 = 100 km

2.23 Indica en cuáles de los movimientos representados:



a) El móvil invierte el sentido de la marcha en algún momento.

b) Permanece en reposo durante un tiempo.

c) Vuelve al punto de partida.

d) Mantiene en todo momento el mismo valor numérico de la velocidad.

e) La velocidad es variable siempre.

f) La trayectoria es curvilínea.

a) II y III; b) I; c) III; d) II; e) III; f) No se puede saber.

VELOCIDAD MEDIA, CELERIDAD Y ACELERACIÓN

2.24 Efectúa los siguientes cambios de unidades de velocidad:

a) 340 $m s^{-1}$ a $km h^{-1}$

b) 120 $km h^{-1}$ a $m s^{-1}$

c) 70 $km h^{-1}$ a $m min^{-1}$

a) $\dfrac{340\ (m)}{1\ (s)} \cdot \dfrac{1\ (km)}{1000\ (m)} \cdot \dfrac{3600\ (s)}{1\ (h)} = 1224\ km h^{-1}$

b) $\dfrac{120\ (km)}{1\ (h)} \cdot \dfrac{1\ (h)}{3600\ (s)} \cdot \dfrac{1000\ (m)}{1\ (km)} = 33{,}3\ m s^{-1}$

c) $\dfrac{70\ (km)}{1\ (h)} \cdot \dfrac{1\ (h)}{60\ (min)} \cdot \dfrac{1000\ (m)}{1\ (km)} = 1166{,}7\ m min^{-1}$

2.25 Efectúa los siguientes cambios de unidades de aceleración:

a) 9,8 $m s^{-2}$ a $km s^{-2}$

b) 50 $m min^{-2}$ a $m s^{-2}$

c) 1000 $km h^{-2}$ a $m s^{-2}$

a) $\dfrac{9{,}8\ (m)}{1\ s^2} \cdot \dfrac{1\ (km)}{1000\ m} = 9{,}8 \cdot 10^{-3}\ km s^{-2}$

b) $\dfrac{50\ (m)}{1\ (min)^2} \cdot \dfrac{1\ (min)^2}{60\ (s)^2} = 0{,}0{,}14\ m s^{-2}$

c) $\dfrac{10\ (km)}{1\ (h)^2} \cdot \dfrac{1000\ (m)}{1\ (km)} \cdot \dfrac{1\ (h)^2}{3600\ (s)} = 7{,}7 \cdot 10^{-4}\ m s^{-2}$

2.26 El movimiento de caída de un cuerpo sigue la siguiente ecuación: $s = -2t - 5t^2$, donde *s* y *t* se miden en metros y segundos, respectivamente. Halla:

a) La velocidad media de caída durante el primer segundo.

b) La velocidad media de caída durante el siguiente segundo.

a) $s(0) = 0$; $s(1) = -7$; $\qquad v_m = \dfrac{s(1) - s(0)}{1} = \dfrac{-7 - 0}{1} = -7\ m s^{-1}$

b) $s(1) = -7$; $s(2) = 2 \cdot 2 + 5 \cdot 4 = -24$; $\qquad v_m = \dfrac{-24 - (-7)}{1} = -17\ m s^{-1}$

2.27 Una barca recorre un trayecto de ida y vuelta entre dos poblaciones A y B situadas en la orilla de un río. La velocidad, cuando la barca va a favor de la corriente, es de 20 kmh^{-1}, y cuando va en contra de la corriente es de 5 kmh^{-1}. Calcula la velocidad media en el trayecto de ida y vuelta.

La velocidad media es el espacio total recorrido entre el tiempo total empleado; sin embargo, no conocemos la distancia entre los dos puntos de la orilla, de modo que escribimos el tiempo en función del espacio.

$$t_1 = \frac{s}{20}; \quad t_2 = \frac{s}{5}; \quad t_1 + t_2 = \frac{s}{20} + \frac{s}{5} = \frac{s}{4};$$

$$v_m = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{4}} = 8 \text{ kmh}^{-1}$$

2.28 La figura representa la gráfica s-t del movimiento de la cabina de un funicular en función del tiempo. Encuentra:

a) La distancia de la cabina a la estación de origen en el momento en que se empieza a contar el tiempo.
b) La velocidad media del trayecto.
c) La velocidad al cabo de 1 minuto.

a) 50 m

b) $v_m = \dfrac{300 - 50}{3 \cdot 60} = 1{,}4 \text{ ms}^{-1}$

c) $v = v_m = 1{,}4 \text{ ms}^{-1}$

2.29 La tabla siguiente indica las posiciones sobre la trayectoria de un vehículo en función del tiempo:

t(h)	2	2,5	3	3,5	4	4,5
s(km)	6	5	4	3	2	1

a) Dibuja la gráfica s-t e indica, a partir de su forma, si el vehículo se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda.
b) Indica si el movimiento es uniforme o variado.
c) Calcula la velocidad media en tres intervalos de tiempo diferentes.
d) ¿Con qué rapidez se mueve el vehículo?

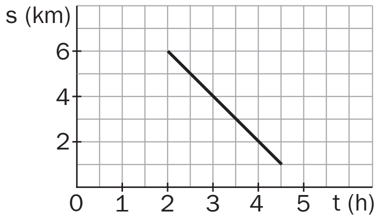
a) Como cada vez se acerca más al origen, se desplaza hacia la izquierda.

b) Es uniforme, ya que la velocidad es constante.

c) $v_m = \dfrac{5 - 6}{0{,}5} = -2 \text{ kmh}^{-1}$; $\quad v_m = \dfrac{3 - 6}{1{,}5} = -2 \text{ kmh}^{-1}$;

$v_m = \dfrac{1 - 6}{2{,}5} = -2 \text{ kmh}^{-1}$

d) $v = 2 \text{ kmh}^{-1}$



2.30 La velocidad de un cuerpo varía en función del tiempo según la ecuación: $v(t) = 2t - 10$, donde t se mide en segundos y v en ms^{-1}. Calcula:

a) La velocidad en los instantes $t = 1$ s y $t = 4$ s.
b) La celeridad en estos dos instantes.
c) La aceleración media en el intervalo entre $t = 1$ s y $t = 4$ s.
d) La aceleración instantánea cuando $t = 2$ s.

a) $v(1) = 2 - 10 = -8 \text{ ms}^{-1}$; $\quad v(4) = 2 \cdot 4 - 10 = -2 \text{ ms}^{-1}$

b) 8 ms^{-1} y 2 ms^{-1}

c) $a_m = \dfrac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = \dfrac{-2 - (-8)}{3} = 2 \text{ ms}^{-2}$

d) $a = a_m = 2 \text{ ms}^{-2}$

2.31 La tabla siguiente indica las velocidades que va adquiriendo un ciclomotor a lo largo de un tiempo dado.

t(s)	0	1	2	3	4	5
v(m s^{-1})	1	3	4	6	8	11

Calcula:

a) La aceleración media entre t = 0 s y t = 5 s.

b) La aceleración media entre t = 1 s y t = 3 s.

a) $a_m = \frac{v(5) - v(0)}{5 - 0} = \frac{11 - 1}{5} = 2 \text{ m s}^{-2}$

b) $a_m = \frac{v(3) - v(1)}{3 - 1} = \frac{6 - 3}{2} = 1{,}5 \text{ m s}^{-2}$

2.32 Un coche marcha a 70 km h^{-1} y, apretando el acelerador, el conductor consigue aumentar la velocidad hasta 110 km h^{-1} en 20 s. Calcula la aceleración media del coche en m s^{-2}.

Se calculan las velocidades en unidades del sistema internacional.

$$\left.\begin{aligned} 70 \text{ km h}^{-1} &= 19{,}4 \text{ m s}^{-1} \\ 110 \text{ km h}^{-1} &= 30{,}5 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}\right\} a_m = \frac{30{,}5 - 19{,}4}{20} = 0{,}56 \text{ m s}^{-2}$$

2.33 Una locomotora que va a una velocidad de 120 km h^{-1} se acerca a una estación y empieza a frenar con una aceleración de $-5{,}6$ m s^{-2}.

a) ¿Cuánto tiempo necesita para reducir su velocidad a la mitad?

b) ¿Y para reducirla a cero?

a) Cambiamos las unidades de la velocidad: 120 km h^{-1} = 33,3 m s^{-1}

La mitad de 33,3 m s^{-1} es 16,7 m s^{-1}.

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{t}; \quad -5{,}6 = \frac{16{,}7 - 33{,}3}{t}; \quad t = 3 \text{ s}$$

b) $-5{,}6 = \frac{0 - 33{,}3}{t}; \quad t = \frac{33{,}3}{5{,}6} = 6 \text{ s}$

VECTOR DESPLAZAMIENTO, VECTOR VELOCIDAD Y VECTOR ACELERACIÓN

2.34 Da algunos ejemplos de movimientos en los que el desplazamiento sobre la trayectoria y el módulo del vector desplazamiento:

a) Tengan el mismo valor.

b) Tengan valores distintos.

a) Todos los movimientos rectilíneos.

b) Todos los movimientos curvilíneos.

2.35 Indica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

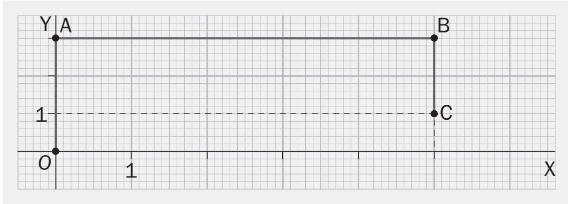
a) El vector desplazamiento y el vector velocidad media tienen siempre la misma dirección y sentido.

b) El vector desplazamiento y el vector velocidad instantánea únicamente tienen la misma dirección en los movimientos rectilíneos.

a) Verdadero; $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

b) Verdadero; $\vec{v}$ es tangente a la trayectoria.

2.36 Un móvil realiza el trayecto OABC indicado en la figura.



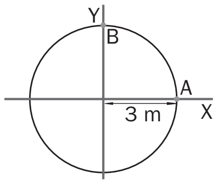
a) Calcula el vector desplazamiento entre O y C.

b) Compara su módulo con el espacio recorrido sobre la trayectoria.

a) $\Delta\vec{r} = (5, 1) - (0, 0) = (5, 1)$;
$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5{,}1$ m

b) $e = 3 + 5 + 2 = 10$ m

2.37 Una partícula se mueve describiendo una circunferencia de 3 m de radio. Calcula:



a) El vector de posición en los puntos A y B.

b) El vector desplazamiento entre estos dos puntos.

c) La diferencia entre el espacio recorrido sobre la trayectoria y el módulo del vector desplazamiento.

a) $\vec{r}_A = (3, 0)$; $\vec{r}_B = (0, 3)$

b) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (0, 3) - (3, 0) = (-3, 3)$

c) $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 4{,}2$ m; $e = \dfrac{2\pi R}{4} = 4{,}7$ m; $e - |\Delta\vec{r}| = 0{,}5$ m

2.38 El vector de posición de un móvil viene dado por $\vec{r} = 3t\vec{i} + 2\vec{j}$, en unidades del SI. Calcula:

a) La distancia a la que se encuentra el móvil del origen en los instantes t = 1 s y t = 3 s.

b) El vector desplazamiento y su módulo entre estos dos instantes.

a) Se calcula su vector posición y posteriormente su módulo.

$$\vec{r}(1) = 3\vec{i} + 2\vec{j}\ (\text{m});\ |\vec{r}(1)| = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3{,}6 \text{ m}$$

$$\vec{r}(3) = 9\vec{i} + 2\vec{j}\ (\text{m});\ |\vec{r}(3)| = \sqrt{9^2 + 2^2} = 9{,}2 \text{ m}$$

b) $\Delta\vec{r} = \vec{r}(3) - \vec{r}(1) = 9\vec{i} + 2\vec{j} - (3\vec{i} + 2\vec{j}) = 6\vec{i}$ (m); $|\Delta\vec{r}| = 6$ m

2.39 El vector de posición de un móvil en función del tiempo viene dado por $\vec{r} = (t^2 - 2t + 1)\vec{i} + t\vec{j}$, en unidades del SI. Calcula:

a) El vector velocidad media entre t = 0 y t = 2 s.

b) El módulo y la dirección del vector velocidad media.

a) Se calcula su posición en ambos instantes:

$$\vec{r}(0) = \vec{i};\ \vec{r}(2) = \vec{i} + 2\vec{j};\ \vec{v}_m = \frac{\vec{r}(2) - \vec{r}(0)}{\Delta t} = \frac{\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{i}}{2} = \vec{j}\ (\text{m s}^{-1})$$

b) $|\vec{v}_m| = 1$ m s^{-1}; tg $\alpha = \dfrac{1}{0} = \infty \Rightarrow \alpha = 90°$

2.40 La velocidad de un móvil en el instante t = 0 es $\vec{v}_1 = 6\vec{j}$ (m s^{-1}), y al cabo de 3 s es $\vec{v}_2 = -6\vec{i}$ (m s^{-1}). Calcula el vector aceleración media y su módulo.

Se sustituyen los datos en la expresión de la aceleración media.

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{-6\vec{i} - 6\vec{j}}{3} = -2\vec{i} - 2\vec{j}\ (\text{m s}^{-2});\ |\vec{a}_m| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2{,}8 \text{ m s}^{-2}$$

2.41 Si se conoce el valor numérico del vector velocidad instantánea para un determinado valor del tiempo, explica qué procedimiento hay que seguir para calcular el valor del vector aceleración instantánea en ese mismo instante de tiempo a partir del dato conocido.

Solo en el caso de que el movimiento sea uniformemente acelerado ($a = cte$) se puede calcular el valor de la aceleración, ya que se obtiene dividiendo el valor de la velocidad instantánea entre el tiempo para el que está calculada dicha velocidad. El resultado obtenido será el mismo para cualquier instante de tiempo.

También se puede conocer el valor de la aceleración normal si el movimiento es circular uniforme.

PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

2.42 Pon algunos ejemplos de movimientos que:

a) Carezcan en absoluto de aceleración.
b) Tengan aceleración tangencial pero no aceleración normal.
c) Tengan aceleración normal pero no aceleración tangencial.
d) Tengan aceleración tangencial y normal al mismo tiempo.

a) Sería un movimiento rectilíneo uniforme, por ejemplo el de un tren entre dos estaciones en línea recta una vez que ha alcanzado la velocidad de circulación.
b) Puede estar representado por un movimiento rectilíneo variable. El mismo tren del ejemplo anterior cuando parte de la estación en línea recta y acelera hasta alcanzar su velocidad de circulación.
c) Un movimiento curvilíneo uniforme como el de unos caballitos de tiovivo cuando su velocidad de giro es constante.
d) Es un movimiento curvilíneo variable como el de los caballitos del tiovivo cuando empiezan a girar.

2.43 a) ¿Qué clase de movimiento tiene un móvil que presenta una aceleración constante tangente en todo momento a la trayectoria?
b) ¿Qué clase de movimiento tiene un móvil que presenta una aceleración numéricamente constante y en todo momento perpendicular a la trayectoria?

a) Movimiento rectilíneo variable.
b) Movimiento curvilíneo uniforme.

2.44 Un tren eléctrico de juguete da vueltas en una vía circular de 1 m de diámetro a una velocidad constante de 0,6 $m s^{-1}$.

a) ¿Tiene aceleración?
b) En caso afirmativo, ¿a qué es debida y cuál es su valor?

a) Sí; aceleración normal.
b) Es debida al cambio en la dirección de la velocidad.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}6^2}{0{,}5} = 0{,}72 \text{ m s}^{-2}$$

2.45 Un coche toma una curva de 100 m de radio con una aceleración tangencial de 5 $m s^{-2}$. Calcula la aceleración total a la que estará sometido en el instante en que su velocidad sea de 72 $km h^{-1}$.

Falta conocer el valor de su aceleración normal para sumárselo al de la tangencial. Cambiamos en primer lugar las unidades de su velocidad.

$$72 \text{ km s}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}; \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{20^2}{100} = 4 \text{ m s}^{-2}$$

Como las aceleraciones forman un ángulo de 90º se puede calcular el valor del módulo de la aceleración total.

$$a_{total} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = 6{,}4 \text{ m s}^{-2}$$

2.46 Sobre un punto de la periferia de una plataforma circular giratoria de 80 cm de radio se encuentra un pequeño objeto que gira solidariamente con la plataforma. El objeto posee una aceleración constante dirigida hacia el centro de 31,25 $m s^{-2}$.

a) Encuentra la velocidad a la que gira la plataforma.

b) Si se traslada el objeto en dirección radial hasta situarlo a 60 cm del centro, ¿varía su aceleración? En caso afirmativo, ¿cuál es el nuevo valor?

a) A partir de la expresión de la aceleración normal se calcula el valor de la velocidad.

$$a_n = \frac{v^2}{R};\ v = \sqrt{a_n\ R} = \sqrt{31,25 \cdot 0,8} = 5\ m s^{-1}$$

b) Sí; su valor aumenta.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{0,6} = 41,7\ m s^{-2}$$

2.47 Un ciclista avanza por una carretera rectilínea a velocidad constante de 36 $km h^{-1}$.

a) ¿Tiene algún tipo de aceleración?

b) Al cabo de un rato, la carretera inicia una curva de 40 m de radio que el ciclista toma a la misma velocidad. ¿Cuánto vale en este caso su aceleración y qué dirección tiene?

c) Al salir de la curva, el ciclista inicia una cuesta abajo rectilínea y aumenta su velocidad hasta 54 $km h^{-1}$ en 20 s. Indica qué tipo de aceleración tiene, hacia dónde está dirigida y cuál es su valor.

a) No.

b) Se cambian las unidades de la velocidad:

$$36\ km h^{-1} = 10\ m s^{-1};\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{40} = 2,5\ m s^{-2}$$

Hacia dentro de la curva.

c) Aceleración tangencial, sobre la trayectoria.

$$a_t = \frac{15 - 10}{20} = 0,25\ m s^{-2}$$