11

Trabajo y energía

Trabajo y energía 11

PARA COMENZAR (página 311)

- **¿Qué transformaciones sufre la energía en un parque eólico?**

  En un parque eólico la energía cinética del viento se transforma en energía cinética de rotación del alternador. En el interior de este se transforma en energía eléctrica.

- **¿Qué problemas ves en la utilización de coches eléctricos capaces de recargar sus baterías durante la noche gracias a la energía eólica?**

  Uno de los problemas es que no en todos los lugares hay viento suficiente para aprovechar su energía cinética en la recarga de baterías. Y en los lugares en los que los hay, no siempre sopla con la misma intensidad. La velocidad del viento depende de la diferencia de presión atmosférica, siendo más intenso en las borrascas (isobaras juntas) que en los anticiclones (isobaras separadas). Por tanto, habría que diseñar sistemas de almacenamiento que eviten la falta de abastecimiento con la atmósfera estable.

PRACTICA (página 313)

1. Señala el tipo de energía que tiene principalmente:

a) Un vaso de agua hirviendo.
b) El depósito de gasolina de un coche.
c) Las microondas de una red wifi.
d) Un muelle comprimido.
e) Un camión en movimiento.

a) Energía térmica.
b) Energía química.
c) Energía radiante.
d) Energía potencial.
e) Energía cinética.

2. ¿Está realizando trabajo una persona que espera parada sosteniendo una maleta?

No. Si no hay desplazamiento, no se realiza trabajo.

3. Explica brevemente las transformaciones de energía que se producen en:

a) Una central térmica de combustibles fósiles.
b) Una central hidráulica.

a) Central térmica.
  - Entrada de combustible.
  - La energía obtenida en la combustión se emplea en calentar el agua.
  - El vapor mueve la turbina.
  - El movimiento de la turbina se transmite a un alternador, que genera la corriente eléctrica.

b) Central hidráulica.
  - Se construye un embalse en el curso de un río que sirve para acumular agua y disponer de ella de forma regular.
  - El paso del agua hace girar una turbina.
  - El alternador transforma esta energía mecánica en electricidad de bajo voltaje.

ACTIVIDADES (página 318)

4. Calcula el trabajo que realiza la fuerza peso cuando un cuerpo de 3 kg de masa cae desde una altura de 10 m. Dato: *g* = 9,8 m/s².

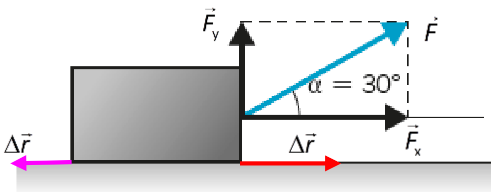
El trabajo que realiza la fuerza peso:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta y \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \Delta y \cdot \cos\alpha$$

En este caso el peso es paralelo a la dirección de movimiento, por tanto, $\alpha = 0°$. Sustituimos los datos y resolvemos:

$$W = 3\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 10\text{ m} \cdot \cos 0° = \mathbf{294\ J}$$

5. Una fuerza de 100 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal tira de un cuerpo. Si el cuerpo se desplaza 2,6 m a lo largo del plano horizontal, calcula el trabajo realizado por esta fuerza. Si la fuerza de rozamiento es de 1,2 N, calcula también el trabajo realizado por el rozamiento.



Observa que solo la fuerza paralela al desplazamiento, $|\vec{F}_x| = F \cdot \cos\alpha$, realiza trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 100\text{ N} \cdot 2{,}6\text{ m} \cdot \cos 30° = \mathbf{225\ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

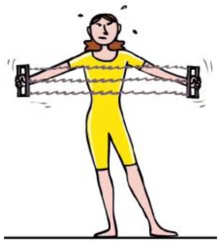
$$W_{F_R} = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 1{,}2\text{ N} \cdot 2{,}6\text{ m} \cdot \cos 180° = \mathbf{-3{,}12\ J}$$

6. Razona si realizan trabajo las personas del dibujo:

a) Mantiene 150 kg a una altura de 2 m durante 4 s.

b) Mantiene estirado el resorte durante 10 s.

c) La patinadora de 60 kg se desliza 10 m sin rozamiento a velocidad constante.

a)  **b)**  **c)** 

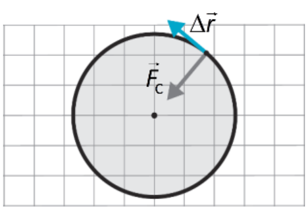
a) No. No hay desplazamiento.

b) No. No hay desplazamiento.

c) No. La fuerza peso es perpendicular al desplazamiento, $\cos 90° = 0$.

7 Un cuerpo se mueve con movimiento circular y uniforme. ¿Realiza trabajo la fuerza responsable de este movimiento? ¿Por qué?

No. Como podemos ver en la figura, la fuerza centrípeta es perpendicular al desplazamiento.



ACTIVIDAD (página 319)

8. ¿Qué objeto tiene más energía cinética: un coche de 1200 kg de masa que se mueve con una velocidad de 80 km/h o un proyectil de 15 kg disparado con una velocidad de 200 m/s?

Pasamos la velocidad del coche a unidades del SI:

$$v_0 = 80\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}} = 22,\widehat{2}\text{ m/s}$$

Coche: $$E_{\text{C,coche}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 1200\text{ kg}\cdot(22,\widehat{2}\text{ m/s})^2 = 296\,296\text{ J}$$

Proyectil: $$E_{\text{C,proyectil}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 15\text{ kg}\cdot(200\text{ m/s})^2 = 300\,000\text{ J}$$

Puede verse por los resultados que tiene **más energía cinética el proyectil**.

ACTIVIDADES (página 321)

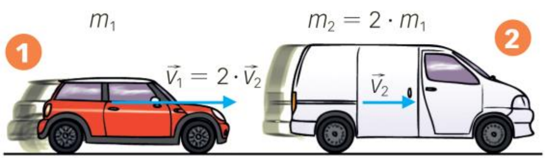
9. Una partícula α, ${}_2^4\text{He}^{2+}$, penetra en una región donde otras cargas eléctricas ejercen sobre ella una fuerza constante de $5\cdot10^{-14}$ N. ¿Qué variación de energía cinética se produce en la partícula después de recorrer 3 cm?

La variación de la energía cinética es igual al trabajo ejercido por las fuerzas eléctricas:

$$W = \Delta E_{\text{C}}$$

Por tanto: $$\Delta E_{\text{C}} = F\cdot\Delta x\cdot\cos\alpha = 5\cdot10^{-14}\text{ N}\cdot3\cdot10^{-2}\text{ m}\cdot\cos 0° = \mathbf{1,5\cdot10^{-15}\ J}$$

10. Observa el dibujo e indica qué vehículo tiene más energía cinética:

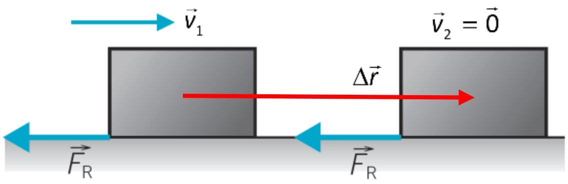


Para el coche: $$E_{\text{C,coche}} = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2$$

Para la furgoneta: $$E_{\text{C,furgoneta}} = \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot v_2^2 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot(\cancel{2}\cdot m_1)\cdot\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2 = \frac{1}{2}\cdot E_{\text{C,coche}}$$

Tiene más energía cinética el coche.

11. Un cuerpo de 0,5 kg de masa se mueve por una superficie horizontal a 5 m/s y se detiene tras recorrer 10 m. Halla la fuerza de rozamiento.



Aplicando el teorema de la energía cinética, $W = \Delta E_{\text{C}} = E_{\text{C},2} - E_{\text{C},1}$, y teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa es la del rozamiento, $\vec{F}_R$. Como $E_{\text{C},2} = 0$, entonces el trabajo de la fuerza de rozamiento es $W_{\text{R}} = 0 - E_{\text{C},1}$.

$$F_{\text{R}}\cdot\Delta r\cdot\cos 180° = -\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2 \quad\Rightarrow\quad F_{\text{R}} = \frac{-m_1\cdot v_1^2}{2\cdot\Delta r\cdot\cos 180°} = \frac{-0,5\text{ kg}\cdot(5\text{ m/s})^2}{2\cdot10\text{ m}\cdot\cos 180°} = \mathbf{0,625\ N}$$

12. Calcula la energía cinética en cada caso.

Prestaciones	Fórmula 1	Moto GP	Rally
Vel. máxima (km/h)	315	288	234
Masa (kg)	500	130	1200
Energía cinética			

En todos los casos, para pasar una velocidad de km/h a m/s se divide entre 3,6.

$$E_{\text{C,F1}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 500\ \text{kg}\cdot\left(\frac{315}{3,6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \mathbf{1,91\cdot 10^6\ J}$$

$$E_{\text{C,Moto}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 130\ \text{kg}\cdot\left(\frac{288}{3,6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \mathbf{4,16\cdot 10^5\ J}$$

$$E_{\text{C,Rally}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 1200\ \text{kg}\cdot\left(\frac{234}{3,6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \mathbf{2,56\cdot 10^6\ J}$$

ACTIVIDADES (página 323)

13. Calcula la energía potencial de una maceta de 2 kg de masa colocada en la terraza de un edificio a 20 m de altura. Dato: $g = 9,8\ \text{m/s}^2$.

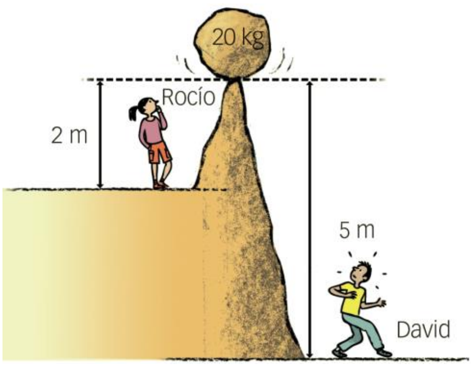
La energía potencial es: $E_\text{P} = m\cdot g\cdot h = 2\ \text{kg}\cdot 9,8\ \text{m/s}^2\cdot 20\ \text{m} = \mathbf{392\ J}$

14. Calcula la energía potencial de una lámina de cristal de 80 kg que está en un andamio situado a 12 m del suelo. ¿Qué le puede ocurrir si no se sujeta con seguridad? Justifícalo.

La energía potencial es: $E_\text{P} = m\cdot g\cdot h = 80\ \text{kg}\cdot 9,8\ \text{m/s}^2\cdot 12\ \text{m} = \mathbf{9408\ J}$

Si no se sujeta con seguridad, se puede caer. En la caída pierde su energía potencial, pasando esta a energía cinética. Al llegar al suelo se detiene. La energía cinética que tenía se emplea en romper los enlaces entre algunos átomos y moléculas. La lámina de cristal pierde la cohesión y se rompe.

**15. Rocío opina que la energía potencial de la piedra del dibujo es de 392 J, y David calcula que vale 980 J.
¿Quién tiene razón? Justifica tu respuesta. Dato: $g = 9,8\ \text{m/s}^2$.**



Ambos tienen razón, depende del sistema de referencia que se elija. Haciendo el cálculo que haría cada uno de los personajes.

- Desde la posición de David:

$$E_\text{P} = m\cdot g\cdot h_1 = 20\ \text{kg}\cdot 9,8\ \text{m/s}^2\cdot 5\ \text{m} = \mathbf{980\ J}$$

- Desde la posición de Rocío:

$$E_\text{P} = m\cdot g\cdot h_1 = 20\ \text{kg}\cdot 9,8\ \text{m/s}^2\cdot 2\ \text{m} = \mathbf{392\ J}$$

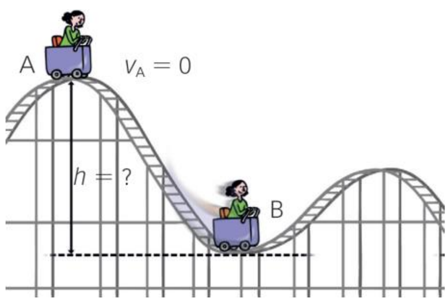
ACTIVIDAD (página 324)

16. Observa el dibujo del margen y contesta.

a) ¿A qué altura hay que elevar el carrito para que al pasar por el punto más bajo la velocidad sea de 20 m/s?

b) ¿Y si se duplica la masa del carrito?

Dato: $g = 9,8\ \text{m/s}^2$.



a) A partir del principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{M,A}} - E_{\text{M,B}} \quad\Rightarrow\quad E_{\text{C,A}} + E_{\text{P,A}} = E_{\text{C,B}} - E_{\text{P,B}}$$

Teniendo en cuenta que al principio la velocidad es nula, $v_\text{A} = 0$:

$$\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{m}\cdot v_A^2+m\cdot g\cdot h_A=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2+m\cdot g\cdot h_B$$

$$\cancel{m}\cdot g\cdot(h_A-h_B)=\frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot v_B^2$$

$$(h_A-h_B)=h=\frac{v_B^2}{2\cdot g}$$

Sustituyendo y operando:

$$h=\frac{(20\text{ m/s})^2}{2\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2}=\mathbf{20{,}41\ m}$$

b) La masa no influye en el valor de la velocidad. En el apartado a se ve que la masa se simplifica en uno de los pasos intermedios. Esto solo ocurre si no hay rozamiento.

ACTIVIDADES (página 325)

17. Deja caer un balón de baloncesto, una pelota de tenis y una bola saltarina desde 1 metro de altura y anota la altura a la que rebota cada una. Calcula la E_P inicial y la E_P final en cada caso.

a) ¿Cuál es más elástica?

b) ¿Qué ha pasado con la energía «perdida»?

Actividad práctica.

a) La energía potencial sería cada vez más pequeña para cada objeto. La pelota saltarina de goma es más elástica, es decir, conserva mejor la energía en cada bote.

b) La energía «perdida» se ha transformado en energía térmica, y un muy pequeño porcentaje, en energía sonora.

18. Un paracaidista desciende con velocidad constante.

a) ¿Qué ocurre con su energía potencial?

b) ¿En qué se transforma?

a) Va disminuyendo con el tiempo a medida que cae.

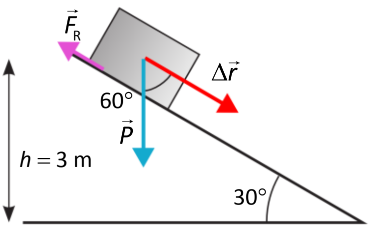
b) Se transforma en energía térmica debido a la fuerza de rozamiento del paracaídas con el aire.

19. Se deja caer una caja de 2 kg desde la parte superior de un plano inclinado de 3 m de altura que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si la fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 2 N, calcula la velocidad de la caja al final del plano, cuando ha recorrido 6 m. Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

A partir del teorema de la energía cinética.

$$W=\Delta E_C\quad\Rightarrow\quad W_P+W_R=E_{C,\text{fin}}-E_{C,\text{ini}}$$

$$P\cdot\Delta x\cdot\cos 60°+F_R\cdot\Delta x\cdot\cos 180°=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2-0$$



$$\Delta x\cdot(m\cdot g\cdot\cos 60°-F_R)=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot\Delta x\cdot(m\cdot g\cdot\cos 60°-F_R)}{m}}$$

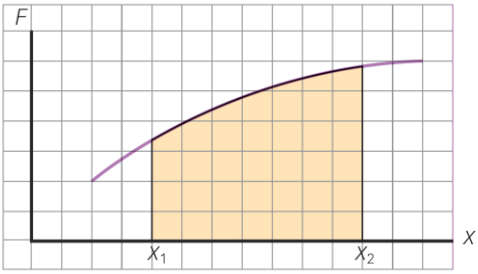
Sustituyendo los datos:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 6\text{ m}\cdot(2\text{ kg}\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2\cdot\cos 60°-2\text{ N})}{2\text{ kg}}}=\mathbf{6{,}84\ \frac{m}{s}}$$

ACTIVIDADES FINALES (página 328)

Trabajo

20. Observa la figura y di qué representa el área sombreada.



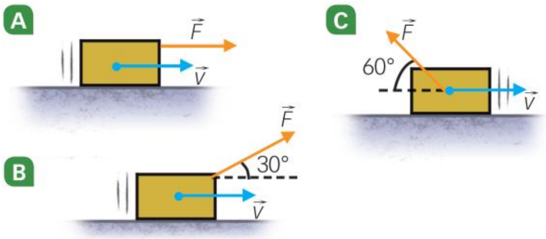
a) El trabajo realizado por una fuerza constante.

b) El trabajo realizado por una fuerza que no es constante.

c) No representa ningún trabajo, ya que la fuerza no es constante.

La respuesta correcta es la **b)**. Representa el trabajo de una fuerza cuyo módulo varía con la posición (no constante).

21. Indica cuál de las tres fuerzas realiza más trabajo.

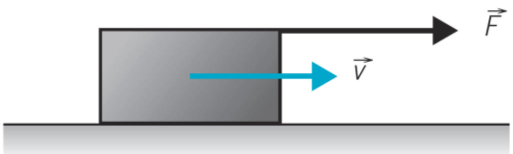


El trabajo se calcula así:

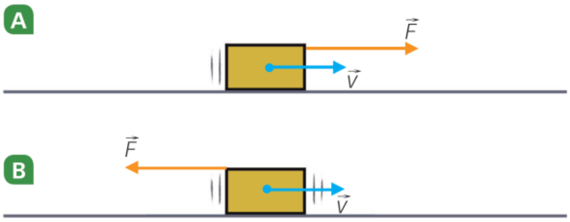
$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

Donde α es el ángulo que forman los vectores fuerza y su desplazamiento.

El trabajo de una fuerza es mayor si la fuerza es paralela al desplazamiento: $\alpha = 0°$ y $\cos 0° = 1$. Por tanto, se realiza más trabajo en el **caso A**.



22. Indica si las fuerzas dibujadas realizan trabajo.



Sí, ambas fuerzas son paralelas al desplazamiento y, como son iguales, realizan el mismo trabajo. El trabajo de la A es positivo, y el de la B es negativo.

23. Una piedra gira en un plano vertical atada a una cuerda. Valora la veracidad de las frases.

a) La tensión de la cuerda no realiza trabajo.

b) La tensión de la cuerda sí realiza trabajo.

c) Necesitamos conocer el valor de la tensión para decir si hay trabajo o no.

a) **Verdadera**. La tensión de la cuerda es una fuerza perpendicular a la velocidad, $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ y, por tanto, no realiza trabajo: $W = \vec{T} \cdot \Delta\vec{r} = T \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$.

b) **Falsa**. La tensión de la cuerda es una fuerza perpendicular a la velocidad, $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ y, por tanto, no realiza trabajo: $W = \vec{T} \cdot \Delta\vec{r} = T \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$.

c) **Falsa**. La tensión de la cuerda es una fuerza perpendicular a la velocidad: $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ y, por tanto, no realiza trabajo independientemente de la intensidad de la tensión: $W = \vec{T} \cdot \Delta\vec{r} = T \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$.

24. Un tractor tira de un carro de 400 kg con una fuerza de 800 N (para vencer el rozamiento), recorriendo 15 m. Una grúa levanta el mismo carro a lo alto de un edificio de 15 m. Indica si son verdaderas o falsas estas frases.

a) Los dos realizan el mismo trabajo.

b) El tractor realiza un trabajo de 12 000 J, y la grúa, de 58 800 J.

c) Es imposible que el tractor mueva un carro que pesa 3920 N con una fuerza de 800 N.

d) El tractor no realiza trabajo porque no sube el carro ni un solo metro.

Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

$$W_{\text{tractor}} = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = 800\ \text{N} \cdot 15\ \text{m} \cdot 1 = 12\,000\ \text{J}$$
$$W_{\text{grúa}} = \vec{P} \cdot \Delta\vec{r} = P \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = m \cdot g \cdot h \cdot 1 = 400\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 15\ \text{m} = 58\,800\ \text{J}$$

a) **Falsa**. Se ve que no coindicen los valores del trabajo.

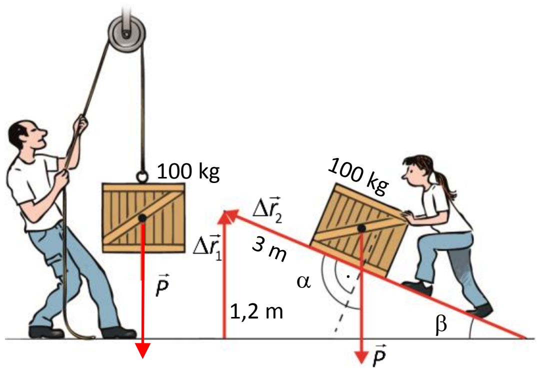
b) **Verdadera**. Es el resultado de los cálculos.

c) **Falsa**. El tractor debe vencer la fuerza de rozamiento, no la fuerza peso.

d) **Falsa**. Sí realiza trabajo, contra la fuerza de rozamiento.

25. Se eleva una caja de 100 kg a una altura de 120 cm del suelo. Indica el trabajo que se realiza al subirla verticalmente y al ayudarse de una tabla de 3 m de longitud. ¿En qué caso se hace más fuerza?

Dato: $g = 9{,}8$ m/s².



- En el primer caso se trata de vencer la fuerza del peso en un desplazamiento contra del sentido del peso

$$W_1 = \vec{P} \cdot \Delta\vec{r}_1 = m \cdot g \cdot \Delta r_1 \cdot \cos 180°$$

Sustituimos los datos:

$$W_1 = 100\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}2\ \text{m} \cdot -1 = -1176\ \text{J}$$

El resultado es negativo, pues estamos calculando el trabajo que hace la fuerza del peso. Una fuerza externa que eleve la caja, la tensión de la cuerda, hace un trabajo positivo.

$$W_T = \mathbf{1176\ J}$$

- En el segundo caso se trata de vencer la fuerza del peso en un desplazamiento a lo largo del plano inclinado.

$$W_2 = \vec{P} \cdot \Delta\vec{r}_2 = m \cdot g \cdot \Delta r_2 \cdot \cos\alpha$$

Observando la relación entre ángulos:

$$\cos\alpha = \cos(90 + \beta) = -\text{sen}\,\beta$$

Sustituimos los datos:

$$W_2 = -m \cdot g \cdot \Delta r_2 \cdot \text{sen}\,\beta = -100\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{m} \cdot \frac{1{,}2}{3} = -1176\ \text{J}$$

El resultado es negativo, pues estamos calculando el trabajo que hace la fuerza del peso. Una fuerza externa que eleve la caja, el empuje de la operaria, hace un trabajo positivo.

$$W_E = \mathbf{1176\ J}$$

Al comparar los dos resultados, se ve que se hace **el mismo trabajo** tanto en un caso como en el otro.

26. Un vehículo de 1200 kg circula con velocidad constante por una carretera recta y horizontal. Si la fuerza de tracción del motor es de $1{,}5 \cdot 10^4$ N, el coeficiente de rozamiento cinemático es 0,3 y recorre 100 m, halla el trabajo realizado por cada una de las fuerzas y el trabajo total. Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

Calculamos el trabajo de la fuerza aplicada por el motor:

$$W_F = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = 1{,}5 \cdot 10^4\ \text{N} \cdot 100\ \text{m} \cdot 1 = \mathbf{1{,}5 \cdot 10^6\ J}$$

Calculamos el trabajo de la fuerza de rozamiento:

$$W_R = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = 0{,}3 \cdot 1200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 100\ \text{m} \cdot (-1) = \mathbf{-3{,}5 \cdot 10^5\ J}$$

El trabajo total:

$$W = W_F + W_R = 1{,}5 \cdot 10^6\ \text{J} - (-3{,}5 \cdot 10^5\ \text{J}) = \mathbf{1{,}15 \cdot 10^6\ J}$$

27. **En un momento dado un cuerpo que se desliza por una superficie horizontal tiene una velocidad de 10 m/s. Si el peso del cuerpo es de 20 N y el coeficiente de rozamiento cinemático es 0,2, calcula el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y la distancia que recorre hasta pararse. Dato: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.**

La única fuerza que actúa en la dirección de movimiento (eje *X*) es la fuerza de rozamiento. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum F_x = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad -F_R = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-F_R}{m} = \frac{-\mu \cdot \cancel{m} \cdot g}{\cancel{m}} = -\mu \cdot g = -0{,}2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = -1{,}96\ \text{m/s}^2$$

Se trata de un MRUA. Para calcular el espacio recorrido aplicamos le ecuación que relaciona la velocidad con el desplazamiento:

$$v_{\text{fin.}}^2 - v_{\text{ini.}}^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{v_{\text{fin.}}^2 - v_{\text{ini.}}^2}{2 \cdot a} = \frac{(0\ \text{m/s})^2 - (10\ \text{m/s})^2}{2 \cdot (-1{,}96\ \text{m/s}^2)} = \mathbf{25{,}51\ m}$$

Por último, calculamos el trabajo aplicado por la fuerza de rozamiento:

$$W_R = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = \mu \cdot P \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = 0{,}2 \cdot 20\ \text{N} \cdot 25{,}51\ \text{m} \cdot (-1) = \mathbf{-102\ J}$$

Energía

28. **¿Siempre que una fuerza realiza trabajo sobre un cuerpo su energía mecánica aumenta?**

No. Puede disminuir si la fuerza tiene sentido opuesto al desplazamiento. Un ejemplo es la fuerza de rozamiento, que hace que disminuya la energía mecánica.

29. **¿Puede la energía cinética tener valor negativo? ¿Y la energía potencial?**

No. La energía cinética siempre es positiva:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

La masa es una magnitud positiva, al igual que el cuadrado de la velocidad.

Sí. La energía potencial puede ser positiva o negativa:

$$E_P = m \cdot g \cdot h$$

Su signo depende de la elección del origen de la medida de las alturas.

30. **¿Es la energía de un cuerpo independiente del sistema de referencia?**

No. Ambas dependen del sistema de referencia. La energía cinética porque depende de la velocidad, el sistema de referencia puede estar en reposo o no. La energía potencial porque depende de la elección del origen de la medida de las alturas.

31. **Demuestra trabajando con unidades de las magnitudes implicadas en la fórmula de la energía cinética que las unidades de la energía cinética son julios.**

A partir de la fórmula de la energía cinética deducimos sus unidades:

$$\left[E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2\right] \quad \Rightarrow \quad \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot m = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

32. **Razona si al variar la masa de un cuerpo su energía mecánica varía o no.**

La energía mecánica de un cuerpo se expresa como:

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot h\right)$$

Por tanto, si varía la masa del cuerpo la energía mecánica también varía. Si aumenta la masa aumenta la energía mecánica y viceversa.

33. Calcula la energía cinética de un cuerpo de 40 N de peso a los 30 s de caída libre.

Hallamos la masa del cuerpo:

$$P = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad m = \frac{P}{g} = \frac{40\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 4{,}082\ \text{kg}$$

Calculamos la velocidad del cuerpo a los 30 s de caída libre:

$$v = v_0 - g \cdot t = 0 - 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 30\ \text{s} = 294\ \text{m/s}$$

La energía cinética del cuerpo será:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4{,}082\ \text{kg} \cdot (294\ \text{m/s})^2 \simeq \mathbf{176\,400\ J}$$

Teorema de la energía cinética

34. Si la velocidad de un cuerpo se hace cuatro veces mayor, ¿cómo varía su energía cinética? Escribe la respuesta correcta en tu cuaderno.

a) Aumenta 4 veces.

b) Aumenta 16 veces.

c) No varía; la energía se conserva.

A partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad E'_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v')^2 \quad \Rightarrow \quad v' = 4 \cdot v \quad \Rightarrow \quad E'_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (4 \cdot v)^2 \quad \Rightarrow \quad E_C = 16 \cdot E'_C$$

La energía cinética se multiplica por 16. Por tanto, la repuesta correcta es la **b**.

35. Sobre un cuerpo de 15 kg actúa una fuerza constante de 10 N que lo detiene después de recorrer 3 m. ¿Con qué velocidad se movía el cuerpo?

Aplicando el teorema de la energía cinética y teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa es la fuerza $\vec{F}$:

$$W_R = \Delta E_C = E_{C,2} - E_{C,1}$$

Como $E_{C,2} = 0$:

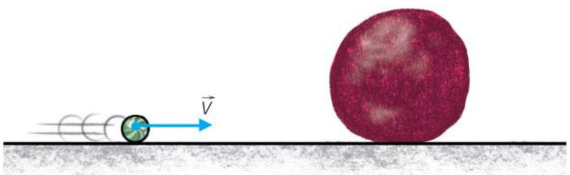
$$W_R = 0 - E_{C,1}$$

$$F \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \quad \Rightarrow \quad F \cdot \Delta x \cdot (-1) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot \Delta x}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10\ \text{N} \cdot 3\ \text{m}}{15\ \text{kg}}} = \mathbf{2\ m/s}$$

ACTIVIDADES FINALES (página 329)

36. Una canica choca contra una pelota de plastilina inicialmente en reposo y se incrusta en ella. Escribe la afirmación correcta en tu cuaderno.



a) Como el momento lineal se conserva en el choque, la energía cinética también se conserva.

b) El momento se conserva, pero la energía cinética del sistema disminuye.

c) El momento no se conserva, pero la energía cinética, sí.

El momento lineal se conserva siempre (en ausencia de fuerzas exteriores), pero la energía cinética, no. Solo se conserva la energía cinética en choques elásticos entre cuerpos duros que no se deforman en el choque. Nos dice el enunciado que la canica queda incrustada. Para que esto sea posible la plastilina se deforma.

En el caso del problema se conserva el momento, pero la energía cinética total disminuye. Por tanto, la respuesta correcta es la **b**.

37. Un proyectil de 1 N de peso atraviesa una pared de 20 cm de espesor. Si llega a ella con una velocidad de 500 m/s y sale por el otro lado con una velocidad de 300 m/s, ¿cuál es la resistencia que ofreció la pared? Dato: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Calculamos la resistencia que opone la pared, es decir, la fuerza que se opone al movimiento. Teniendo en cuenta que la variación de energía cinética es igual al trabajo realizado:

$$W = \Delta E_C \quad \Rightarrow \quad \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = E_{C,\text{fin}} - E_{C,\text{ini}}$$

Como la fuerza tiene sentido opuesto al desplazamiento:

$$F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{fin}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{ini}}^2 \quad \Rightarrow \quad F_R = -\frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{\text{fin}}^2 - v_{\text{ini}}^2)}{\Delta x}$$

Donde la masa tiene un valor de:

$$P = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad m = \frac{P}{g} = \frac{1\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}102\ \text{kg}$$

Sustituimos los datos:

$$F_R = -\frac{\frac{1}{2} \cdot 0{,}102\ \text{kg} \cdot \left[(300\ \text{m/s})^2 - (500\ \text{m/s})^2\right]}{0{,}2\ \text{m}} = \mathbf{40\,816\ N}$$

ACTIVIDADES FINALES (página 330)

38. La lectura del contador de una vivienda marca un consumo de 40 kWh. Calcula la velocidad que alcanzaría un cuerpo de masa 10 kg si esta energía se utilizase en aumentar su velocidad partiendo del reposo.

Pasamos los kWh a unidades del SI:

$$40\ \cancel{\text{kWh}} \cdot \frac{3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}}{1\ \cancel{\text{kWh}}} = 1{,}44 \cdot 10^8\ \text{J}$$

Entonces:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}44 \cdot 10^8\ \text{J}}{10\ \text{kg}}} = \mathbf{5637\ m/s}$$

39. Un automóvil de 1300 kg se mueve a 108 km/h.

a) Calcula el trabajo que realizan los frenos para detenerlo completamente.

b) Si se ha detenido después de recorrer 80 m, halla la fuerza de rozamiento de los frenos.

a) Pasamos la velocidad a unidades del SI:

$$v = 108\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} = 30\ \text{m/s}$$

El trabajo realizado por los frenos es igual a la variación de la energía cinética:

$$W_R = \Delta E_C = E_{C,\text{final}} - E_{C,\text{inicial}} = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

$$W_R = -\frac{1}{2} \cdot 1300\ \text{kg} \cdot (30\ \text{m/s})^2 = \mathbf{-585\,000\ J}$$

b) Calculamos la fuerza de rozamiento de los frenos:

$$W_R = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{x} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = -F_R \cdot \Delta x$$

$$F_R = -\frac{W_R}{\Delta x} = -\frac{(-585\,000\ \text{J})}{80\ \text{m}} = \mathbf{7312{,}5\ N}$$

40. Un proyectil de 80 g que se mueve con una velocidad de 200 m/s se incrusta algunos centímetros antes de detenerse en un bloque de madera que permanece inmóvil. Si la fuerza de resistencia que el bloque opone al avance del proyectil es de 32 000 N, halla la profundidad a la que se empotra el proyectil.

A partir del teorema de la energía cinética:

$$W_R = \Delta E_C$$

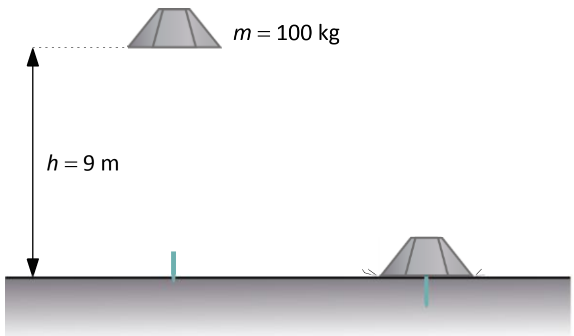
Como la fuerza se opone al movimiento:

$$-F_R \cdot \Delta x = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot F_R} = \frac{0{,}08\ \text{kg} \cdot (200\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 32\,000\ \text{N}} = 0{,}05\ \text{m} = \mathbf{5\ cm}$$

41. Un cuerpo de 100 kg cae desde una altura de 9 m y choca contra una varilla vertical de 0,5 m sin masa que se introduce completamente en el suelo, calcula.

a) La energía cinética del cuerpo al terminar su caída.

b) La resistencia que opone el suelo a la varilla.



a) Calculamos la velocidad con la que el cuerpo impacta con la varilla. Se trata de un MRUA (caída libre):

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta y$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta y} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 9\ \text{m}} = 13{,}28\ \text{m/s}$$

Calculamos la energía cinética en ese momento:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 100\ \text{kg} \cdot (13{,}28\ \text{m/s})^2 = \mathbf{8820\ J}$$

b) El trabajo para detenerlo es igual a la variación de la energía cinética:

$$W = \Delta E_C \quad \Rightarrow \quad \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = E_{C,\text{final}} - E_{C,\text{inicial}}$$

Como la fuerza tiene sentido opuesto al desplazamiento y la varilla finalmente se para:

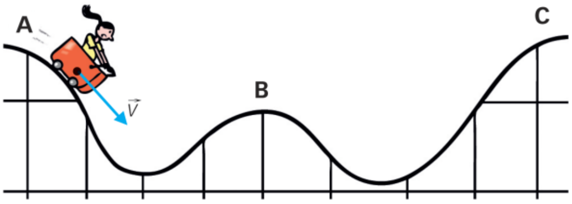
$$-F_R \cdot \Delta y = 0 - E_{C,\text{ini}} \quad \Rightarrow \quad F_R = \frac{-E_{C,\text{ini}}}{-\Delta y} = \frac{8820\ \text{J}}{0{,}5\ \text{m}} = \mathbf{17\,640\ N}$$

Principio de conservación de la energía

42. Indica las transformaciones energéticas que tienen lugar cuando se deja caer una pelota y rebota varias veces hasta pararse.

Al principio toda la energía es potencial. Según cae, se va transformando en cinética, a la vez que disminuye la potencial. Debido al rozamiento con el aire y a los choques contra el suelo (no elásticos), parte de la energía mecánica se transforma en energía térmica hasta que finalmente la pelota se para.

43. El carrito se deja caer desde A. Contesta razonadamente en tu cuaderno verdadero o falso en cada caso.



1. No existe rozamiento:

a) El vagón llega a B.

b) El vagón llega a C.

c) El vagón llega a A.

2. Sí existe rozamiento:

a) El vagón no llega a C.

b) El vagón llega a C.

c) El vagón llega a C, pero con menos energía de la que tenía inicialmente.

1. Si no existe rozamiento debido al principio de conservación de la energía mecánica, el vagón va de A hasta C pasando por B, ya que A y C están a la misma altura. Luego volverá hacia atrás y alcanzará de nuevo el punto A.

   La repuesta correcta es la **c**.

2. Si hay rozamiento, hay pérdida de energía mecánica y el vagón no llega a C.

   La repuesta correcta es la **a**.

44. Una piedra cae desde una azotea. Si tenemos en cuenta el rozamiento, escribe la afirmación correcta en tu cuaderno.

a) La energía cinética al llegar al suelo es igual que la energía potencial inicial de la piedra.

b) La energía cinética al llegar al suelo es menor que la energía potencial inicial de la piedra.

c) La energía cinética al llegar al suelo es mayor que la energía potencial inicial de la piedra.

La energía cinética al llegar al suelo es menor que la potencia inicial. La fuerza de rozamiento trabaja en contra del desplazamiento absorbiendo energía del sistema. A partir del teorema de conservación de la energía mecánica:

$$W_R = \Delta E_M$$

$$\text{Como } W_R < 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E_M < 0 \quad \Rightarrow \quad E_{P,\text{inicial}} > E_{C,\text{suelo}}$$

Por tanto, la respuesta correcta es la **b**.

45. Un proyectil de 2 kg de masa se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 100 m/s. Determina la energía cinética a los 3 s y la posición en que se encuentra cuando la energía cinética es igual a la energía potencial. Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

Aplicamos el teorema de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M,\text{fin}} = E_{M,\text{ini}}$$

Calculamos la velocidad que tendrá el proyectil a los 3 s del lanzamiento:

$$v = v_0 - g \cdot t = 100\text{ m/s} - 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 3\text{ s} = 70{,}6\text{ m/s}$$

La energía cinética a los 3 s será:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\text{ kg} \cdot (70{,}6\text{ m/s})^2 = \mathbf{4984\ J}$$

Aplicamos el teorema de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M,\text{fin}} = E_{M,\text{ini}} \quad \Rightarrow \quad E_{C,\text{fin}} + E_{P,\text{fin}} = E_{C,\text{ini}} + E_{P,\text{ini}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{\text{fin}}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{\text{fin}} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{\text{ini}}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{\text{ini}} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_{\text{fin}}^2}{2} + g \cdot h_{\text{fin}} = \frac{v_{\text{ini}}^2}{2} + 0 \qquad [1]$$

Cuando la energía cinética sea igual a su energía potencial:

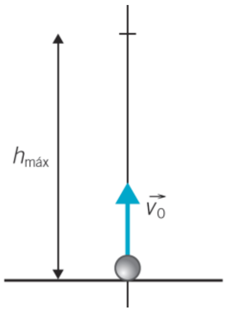
$$E_C = E_P \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{fin}^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot h_{fin} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_{fin}^2}{2} = g \cdot h_{fin} \qquad [2]$$

Sustituyendo [2] en [1], despejando la altura final, sustituyendo los valores conocidos y operando:

$$g \cdot h_{fin} + g \cdot h_{fin} = \frac{v_{ini}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot g \cdot h_{fin} = \frac{v_{ini}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad h_{fin} = \frac{v_{ini}^2}{4 \cdot g} = \frac{(100\ \text{m/s})^2}{4 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \mathbf{255{,}1\ m}$$

46. **Calcula, utilizando razonamientos cinemáticos, la altura máxima que alcanza un cuerpo que es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad v_0.**

Partiendo de las ecuaciones del movimiento con aceleración constante para un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba:



$$\begin{cases} v = v_0 - g \cdot t \\ h_{máx} = y_0 + v_0 \cdot t - \dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases}$$

Al hacer $v = 0$ m/s en la primera ecuación se obtiene el tiempo que se tarda en alcanzar el punto más alto:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 - g \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0}{g}$$

Con $y_0 = 0$ m y sustituir en la segunda ecuación:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad y = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

47. **Calcula utilizando razonamientos energéticos la altura máxima que alcanza un cuerpo cuando es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 m/s. ¿Se corresponde el resultado con lo que se obtendría aplicando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado? Dato: $g = 9{,}8$ m/s².**

Si no se considera el rozamiento, se cumple el principio de conservación de la energía mecánica.

$$E_{M,fin} = E_{M,ini} \quad \Rightarrow \quad E_{C,fin} + E_{P,fin} = E_{C,ini} + E_{P,ini}$$

Teniendo en cuenta que en la posición final la velocidad es cero, y que al inicio la altura es cero:

$$\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{fin}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{fin} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{ini}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{ini} \quad \Rightarrow \quad 0 + g \cdot h_{fin} = \frac{v_{ini}^2}{2} + 0$$

$$y = \frac{v_{ini}^2}{2 \cdot g} = \frac{(50\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \mathbf{127{,}6\ m}$$

En la actividad 46 ya comprobamos que esta expresión se corresponde con la obtenida a partir de las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

48. **Se lanza verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 10 m/s un cuerpo de 0,5 kg de masa desde una altura de 20 m. Calcula.**

a) El incremento que experimenta su energía cinética.

b) Si la fuerza de rozamiento con el aire fuera constante y de valor 1 N, ¿con qué velocidad llegaría al suelo?

Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

a) Por el principio de la conservación de la energía, suponiendo que no intervienen fuerzas no conservativas, se cumple:

$$\Delta E_M = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{M,fin} - E_{M,ini} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{C,fin} + E_{P,fin} = E_{C,ini} + E_{P,ini} \quad \Rightarrow \quad E_{C,fin} - E_{C,ini} = -\left(E_{P,fin} - E_{P,ini}\right)$$

$$\Delta E_C = -\left(E_{P,fin} - E_{P,ini}\right) = -\left(m \cdot g \cdot h_{fin} - m \cdot g \cdot h_{ini}\right) = m \cdot g\left(h_{ini} - h_{fin}\right)$$
$$\Delta E_C = m \cdot g \cdot \Delta h = 0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 20\ \text{m} = \mathbf{98\ J}$$

b) Si tenemos en cuenta la fuerza de rozamiento del aire:

$$\Delta E_M = W_{nC} \quad\Rightarrow\quad E_{M,fin} - E_{M,ini} = W_R \quad\Rightarrow\quad E_{C,fin} + E_{P,fin} - \left(E_{C,ini} + E_{P,ini}\right) = -F_R \cdot \Delta h$$
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{fin}^2 + m \cdot g \cdot h_{fin} - \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{ini}^2 + m \cdot g \cdot h_{ini}\right) = -F_R \cdot \Delta h \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_{fin}^2 - v_{ini}^2\right) - m \cdot g \cdot \Delta h = -F_R \cdot \Delta h$$

Despejamos la velocidad final, sustituimos los datos y operamos:

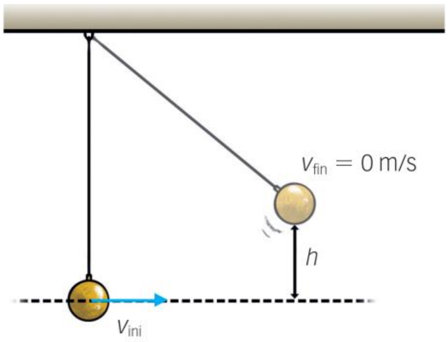
$$v_{fin} = \sqrt{v_{ini}^2 + \frac{2 \cdot \left(m \cdot g - F_R\right) \cdot \Delta h}{m}} = \sqrt{\left(10\ \text{m/s}\right)^2 + \frac{2 \cdot \left(0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 1\ \text{N}\right) \cdot 20\ \text{m}}{0{,}5\ \text{kg}}} = \mathbf{20{,}3\ m/s}$$

49. **Un péndulo está formado de un hilo de 2 m de longitud y una bolita de 100 g de masa. Cuando el péndulo pasa por su punto más bajo, lleva una velocidad de 5 m/s.**

a) ¿Qué altura máxima alcanzará la bolita?

b) ¿Cuál será entonces su energía potencial?

Dato: g = 9,8 m/s².



a) Se cumple el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M,fin} = E_{M,ini} \quad\Rightarrow\quad E_{C,fin} + E_{P,fin} = E_{C,ini} + E_{P,ini}$$

Considerando que el origen de las alturas coincide con la altura del péndulo en el instante inicial, $h_{ini} = 0$ m, y como consecuencia $E_{P,ini} = 0$ J. Teniendo en cuenta que en el instante final la velocidad del péndulo es cero, $v_{fin} = 0$ m/s, y como consecuencia, $E_{C,fin} = 0$ J:

$$0 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{máx} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{ini}^2 + 0 \quad\Rightarrow\quad h_{máx} = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{(5\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \mathbf{1{,}28\ m}$$

b) Su energía potencial en el punto más alto será:

$$E_P = m \cdot g \cdot h_{máx} = 0{,}1\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}28\ \text{m} = \mathbf{1{,}25\ J}$$

ACTIVIDADES FINALES (página 331)

50. **¿Qué altura máxima alcanzará la bolita de un péndulo si la velocidad en la parte más baja es de 2 m/s? Dato: g = 9,8 m/s².**

Como en el caso anterior, se cumple el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M,fin} = E_{M,ini} \quad\Rightarrow\quad E_{C,fin} + E_{P,fin} = E_{C,ini} + E_{P,ini}$$

Considerando que el origen de las alturas coincide con la altura del péndulo en el instante inicial, $h_{ini} = 0$ m, y como consecuencia $E_{P,ini} = 0$ J. Teniendo en cuenta que en el instante final la velocidad del péndulo es cero, $v_{fin} = 0$ m/s, y como consecuencia, $E_{C,fin} = 0$ J:

$$0 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{máx} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{ini}^2 + 0 \quad\Rightarrow\quad h_{máx} = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{(2\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 0{,}204\ \text{m} = \mathbf{204\ mm}$$

51. **Un balón de masa 120 g cae desde una altura de 2 m sin velocidad inicial y rebota hasta una altura de 1,75 m. ¿Qué cantidad de energía ha perdido?**

Cuando, además de fuerzas conservativas, actúan también fuerzas no conservativas, la energía mecánica no se conserva. Vamos a calcular qué cantidad de energía se ha perdido. Teniendo en cuenta que la energía cinética, tanto al inicio como al final, es nula pues, el balón tiene velocidad nula:

$$\Delta E_M = E_{M,fin} - E_{M,ini} = \left(E_{C,fin} + E_{P,fin}\right) - \left(E_{C,ini} + E_{P,ini}\right) = \left(0 + E_{P,fin}\right) - \left(0 + E_{P,ini}\right)$$
$$\Delta E_M = E_{P,fin} - E_{P,ini} = m \cdot g \cdot h_{fin} - m \cdot g \cdot h_{ini}$$

Sustituimos:

$$\Delta E_M = m \cdot g \cdot (h_{fin} - h_{ini}) = 0{,}12 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (1{,}75 \text{ m} - 2 \text{ m}) = -0{,}294 \text{ J}$$

Debido al bote se ha disipado una energía de **0,294 J**

52. Un proyectil de 20 kg de masa sale de la boca de un cañón a 500 m/s y alcanza el blanco con una velocidad de 400 m/s. Suponiendo que la altura del disparo coincide con la altura del blanco, calcula la energía mecánica perdida debido a la resistencia que opone el aire.

Calculamos la variación de la energía mecánica:

$$\Delta E_M = E_{M,fin} - E_{M,ini} = \left(E_{C,fin} + E_{P,fin}\right) - \left(E_{C,ini} + E_{P,ini}\right) = \left(E_{C,fin} - E_{C,ini}\right) + \left(E_{P,fin} - E_{P,ini}\right)$$

Bajo la suposición dada en el enunciado, la energía potencial inicial y final es la misma. En este caso, la variación de la energía mecánica coincide con la variación de la energía cinética. Calculamos:

$$\Delta E_M = \left(E_{C,fin} - E_{C,ini}\right) + 0 = E_{C,fin} - E_{C,ini}$$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{fin}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{ini}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_{fin}^2 - v_{ini}^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot \left[\left(400 \text{ m/s}\right)^2 - \left(500 \text{ m/s}\right)^2\right] = -900\,000 \text{ J}$$

Es decir, pierde **900 000 J** de energía.

53. Un cuerpo de 4 kg se deja deslizar sin rozamiento desde el punto más alto de un plano inclinado de ángulo 40° y longitud 3 m. Calcula.

a) La variación de energía potencial del cuerpo al llegar al punto más bajo del plano.

b) La energía cinética en ese momento.

c) El trabajo realizado sobre el cuerpo.

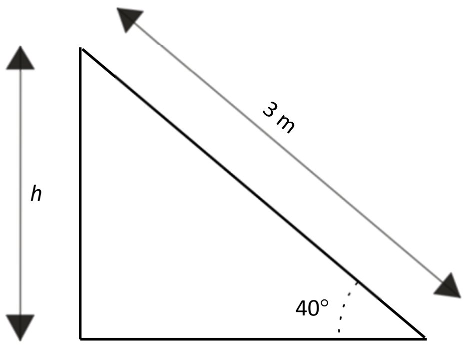
d) La velocidad del cuerpo al final del plano.

e) La velocidad con que hubiera llegado de haber caído verticalmente desde la misma altura.

Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

a) En primer lugar calculamos la altura a la que se encuentra el cuerpo utilizando razones trigonométricas:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad \Rightarrow \quad h = 3 \cdot \text{sen } 40° = 1{,}93 \text{ m}$$



Calculamos la variación de la energía potencial. Tomamos el cero de referencia en el punto más bajo del plano inclinado, por tanto, la energía potencial final es nula:

$$\Delta E_P = E_{P,fin} - E_{P,ini} = 0 - m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta E_P = 4 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}93 \text{ m} = \mathbf{-75{,}66 \text{ J}}$$

b) Como todas las fuerzas son conservativas, es decir, no actúa ninguna fuerza externa, por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P = 75{,}66 \text{ J}$$

En el instante inicial, como el cuerpo parte del reposo, la energía cinética inicial es nula:

$$\Delta E_C = E_{C,fin} - E_{C,ini} = E_{C,fin} - 0 = E_{C,fin}$$

Por tanto, la energía cinética en el punto más bajo del plano:

$$E_{C,fin} = \mathbf{75{,}66 \text{ J}}$$

c) La única fuerza que realiza trabajo es la fuerza del peso. Aplicando el teorema de la energía cinética:

$$W = \Delta E_C = \mathbf{75{,}66 \text{ J}}$$

d) Conocida la energía cinética al final del plano, calculamos la velocidad final:

$$E_{C,fin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{fin}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{fin} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{C,fin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75{,}66 \text{ J}}{4 \text{ kg}}} = \mathbf{6{,}15 \frac{m}{s}}$$

e) Aplicamos de nuevo el principio de la conservación de la energía mecánica:

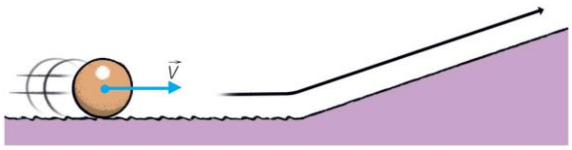
$$E_{\text{M,ini}} = E_{\text{M,fin}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,ini}} + E_{\text{P,ini}} = E_{\text{C,fin}} + E_{\text{P,fin}}$$

Teniendo en cuenta que en el punto más alto la energía cinética es nula y la potencial es máxima, y en el punto más bajo la energía cinética es máxima y la potencial se hace cero.

$$E_{\text{C,fin}} + 0 = 0 + E_{\text{P,ini}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\cdot \cancel{m}\cdot v_{\text{fin}}^2 = \cancel{m}\cdot g\cdot h \quad \Rightarrow \quad v_{\text{fin}} = \sqrt{2\cdot g\cdot h} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2\cdot 1{,}93\ \text{m}} = 6{,}15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad final con la que hubiera llegado de haber caído verticalmente es la misma que la velocidad tras recorrer el plano inclinado: v = **6,15 m/s**.

54. **Se lanza un cuerpo de 500 g con una velocidad inicial de 10 m/s por un plano horizontal rugoso ($\mu_c = 0{,}4$). Después de recorrer una distancia de 2 m comienza a ascender por un plano inclinado, sin rozamiento, hasta detenerse. Dato: $g = 9{,}8$ m/s².**



a) **¿Cuánto vale la energía potencial del cuerpo en el instante en el que se detiene?**

b) **Calcula la altura que alcanza.**

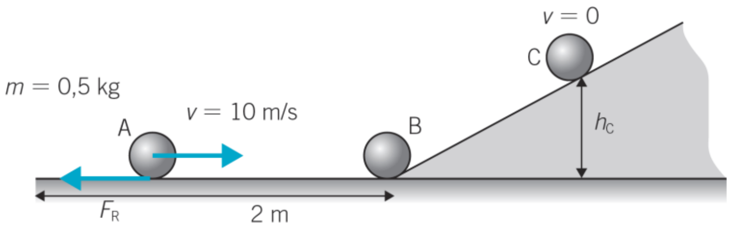
a) Tramo horizontal:

$$\Delta E_{\text{C}} = W_{\text{AB}}$$
$$E_{\text{C,A}} - E_{\text{C,B}} = F_{\text{R}}\cdot \Delta x\cdot \cos 180° = -F_{\text{R}}\cdot \Delta x$$
$$E_{\text{C,B}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{\text{ini}}^2 - \mu_{\text{C}}\cdot m\cdot g\cdot \Delta x = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \left(v_{\text{ini}}^2 - \mu_{\text{C}}\cdot g\cdot \Delta x\right)$$
$$E_{\text{C,B}} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\ \text{kg}\cdot \left[(10\ \text{m/s})^2 - 0{,}3\cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2\cdot 2\ \text{m}\right] = 21{,}08\ \text{J}$$

En el plano inclinado se cumple el principio de conservación de la energía mecánica, ya que no hay rozamiento:

$$E_{\text{M,B}} = E_{\text{M,C}} \Rightarrow E_{\text{C,B}} + E_{\text{P,B}} = E_{\text{C,C}} + E_{\text{P,C}}$$

En el punto B la energía cinética es máxima y la energía potencial es nula. En el punto C la energía potencial es máxima y la energía cinética es nula:



$$E_{\text{C,B}} + 0 = 0 + E_{\text{P,C}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{P,C}} = E_{\text{C,B}} = \mathbf{21{,}08\ J}$$

b) La altura que alcanza la bola hasta detenerse será:

$$E_{\text{P,C}} = m\cdot g\cdot h_{\text{C}} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{C}} = \frac{E_{\text{P,C}}}{m\cdot g} = \frac{21{,}08\ \text{J}}{0{,}5\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \mathbf{4{,}3\ m}$$

55. **Se lanza un cuerpo de masa 1 kg por un plano horizontal con rozamiento con una velocidad de 10 m/s. Después de recorrer una distancia de 5 m comienza a ascender por un plano inclinado 30°. Calcula la altura que alcanza y la energía potencial del cuerpo en el punto más alto, si el coeficiente de rozamiento en todo el trayecto es $\mu_c = 0{,}3$.**

Cuando, además de fuerzas conservativas, actúan también fuerzas no conservativas la variación de la energía mecánica coincide con el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas que intervengan. Por tanto, se cumple:

$$\Delta E_{\text{M}} = W_{\text{nC}}$$

- **Tramo horizontal, de A a B.** La variación de energía potencial es nula, pues los puntos A y B están a la misma altura. La variación la energía mecánica coincide con la variación de la cinética, que es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el tramo:

$$\Delta E_{\text{C,A}\to\text{B}} = W_{\text{nC,A}\to\text{B}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,B}} - E_{\text{C,A}} = F_{\text{R}}\cdot \Delta x\cdot \cos 180° \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,B}} = E_{\text{C,A}} + F_{\text{R}}\cdot \Delta x\cdot (-1)$$

$$E_{\text{C,B}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{\text{A}}^2 - \mu_{\text{C}}\cdot m\cdot g\cdot \Delta x = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \left(v_{\text{A}}^2 - \mu_{\text{C}}\cdot g\cdot \Delta x\right)$$

$$E_{C,B} = \frac{1}{2} \cdot 1\text{ kg} \cdot \left[(10\text{ m/s})^2 - 0{,}3 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 5\text{ m} \right] = 35{,}5\text{ J}$$

- **Tramo inclinado, de B a C.** En el punto C la bola se detiene, por lo que la energía cinética en C es nula. Aplicamos de nuevo el principio de la conservación de la energía.

$$\Delta E_{M,B\to C} = W_{nC,B\to C} \quad \Rightarrow \quad E_{P,C} - E_{C,B} = F'_R \cdot \Delta x' \cdot \cos 180° \quad \Rightarrow \quad E_{P,C} = E_{C,B} + \mu_C \cdot N \cdot \Delta x' \cdot (-1)$$

Donde:

$$\Delta x' = \frac{h_C}{\text{sen } \alpha}; \quad N = P_Y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Sustituyendo:

$$m \cdot g \cdot h_C = E_{C,B} - \mu_C \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h_C}{\text{sen } \alpha}$$

Despejamos la altura que alcanza la bola en el punto C y sustituimos los datos:

$$h_C = \frac{E_{C,B}}{m \cdot g \cdot \left(1 + \mu_C \cdot \dfrac{\cos \alpha}{\text{sen } \alpha}\right)} = \frac{35{,}5\text{ J}}{1\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot \left(1 + 0{,}3 \cdot \dfrac{\sqrt{3}/2}{1/2}\right)} = \mathbf{2{,}38\text{ m}}$$

Calculamos la energía potencial en C:

$$E_{P,3} = m \cdot g \cdot h_C = 1\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 4{,}3\text{ m} = \mathbf{23{,}36\text{ J}}$$

56. La altura máxima de una montaña rusa es 40 m. El tren es elevado hasta esta altura y después se le deja deslizar hasta completar el recorrido. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) Halla la velocidad del tren en dos puntos cuyas alturas son 30 m y 10 m, despreciando el rozamiento.

b) ¿Por qué la altura inicial del tren es la máxima de todo el recorrido?

Se cumple el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M,ini} = E_{M,fin} \quad \Rightarrow \quad E_{C,ini} + E_{P,ini} = E_{C,fin} + E_{P,fin}$$

a) La energía cinética inicial es cero, por tanto:

$$E_{P,ini} = E_{C,fin} + E_{P,fin} \quad \Rightarrow \quad \cancel{m} \cdot g \cdot h_{ini} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{fin}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_{fin}$$

$$g \cdot h_{ini} - g \cdot h_{fin} = \frac{1}{2} \cdot v_{fin}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{fin}^2 = 2 \cdot g \cdot (h_{ini} - h_{fin})$$

$$v_{fin} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_{ini} - h_{fin})}$$

- A 30 m de altura: $v_{fin} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (40\text{ m} - 30\text{ m})} = \mathbf{14\text{ m/s}}$
- A 10 m de altura: $v_{fin} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (40\text{ m} - 10\text{ m})} = \mathbf{24{,}2\text{ m/s}}$

b) Porque el principio de conservación de la energía mecánica prohíbe alcanzar una altura mayor, ya que en ese caso tendría una energía potencial mayor que la inicial, y eso no es posible.

ACTIVIDADES FINALES (página 332)

57. Una pelota con 25 J de energía cinética golpea a otra inicialmente en reposo. Tras el choque, la primera pelota se para y la segunda comienza a moverse. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) Teniendo en cuenta que la segunda pelota tiene 170 g de masa y que el coeficiente de rozamiento es de 0,15, calcula la distancia recorrida por la segunda pelota hasta pararse.

b) ¿Se conserva la energía?

a) Por el principio de conservación de la energía, la segunda bola se queda con los 25 J de energía cinética, posteriormente los perderá por el rozamiento. Tras el choque, la única fuerza que actúa sobre la bola es la fuerza de rozamiento hasta que se detenga, por lo que:

$$\Delta E_C = W_R$$

$$E_{C,fin} - E_{C,ini} = 0 - E_{C,ini} = -F_R \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{E_{C,ini}}{F_R} = \frac{E_{C,ini}}{\mu \cdot m \cdot g} = \frac{25\ \text{J}}{0{,}15 \cdot 0{,}17\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = \mathbf{100\ m}$$

b) La energía mecánica no; la energía total sí.

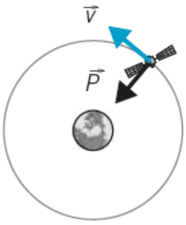
58. Un satélite gira en una órbita circular en torno a la Tierra.

a) ¿Realiza trabajo la fuerza peso? Haz un dibujo.

b) ¿Qué puedes decir de su energía cinética y potencial?

c) Contesta a las mismas preguntas de los dos apartados anteriores suponiendo, ahora, que la órbita del satélite es elíptica con la Tierra en uno de los focos.

a) La fuerza-peso, $\vec{P}$, es perpendicular a la velocidad, $\vec{v}$; y, por tanto, al desplazamiento, por lo que $W = 0$.



b) Como la fuerza peso y la velocidad son perpendiculares, el trabajo es nulo. Y por el teorema de la energía cinética:

$$W = \Delta E_C \quad \Rightarrow \quad 0 = \Delta E_C \quad \Rightarrow \quad E_C = \text{cte.}$$

La energía cinética no varía.

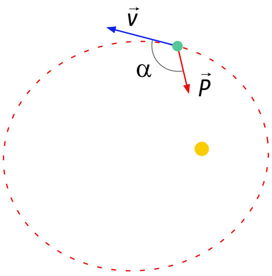
Como se trata de un sistema conservativo, por el principio de conservación de la energía mecánica, la energía total es constante, $\Delta E_M = 0$; y por tanto también la energía potencial:

$$\Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_P \quad \Rightarrow \quad 0 = 0 + \Delta E_P \quad \Rightarrow \quad E_P = \text{cte.}$$

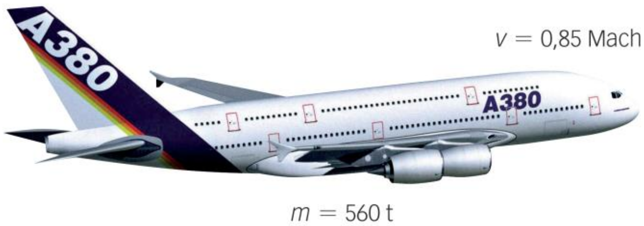
c) En este caso, la fuerza-peso, $\vec{P}$, no es perpendicular a la velocidad, $\vec{v}$, y por tanto al desplazamiento, por lo que $W \neq 0$.

$$W = \Delta E_C \Rightarrow E_C \neq \text{cte.}$$

Como se trata de un sistema conservativo, si la energía cinética no es constante, la potencial tampoco puede serlo.



59. Un Airbús A380 de 560 toneladas vuela a una altura de 10 km sobre el nivel del mar con una velocidad de 0,85 Mach.



a) Calcula sus energías cinéticas, potencial y mecánica.

b) Si no asciende a más altura ni incrementa su velocidad, ¿necesita combustible para mantenerse? ¿Por qué?

Datos: g = 9,8 m/s², 1 Mach = 300 m/s (a 10 km de altura).

Pasamos la velocidad a unidades del SI:

$$v = 0{,}85\ \cancel{\text{Mach}} \cdot \frac{300\ \text{m/s}}{1\ \cancel{\text{Mach}}} = 255\ \text{m/s}$$

a) Calculamos la energía cinética, la potencial (suponiendo que la gravedad a 10 km de altitud es la misma que en la superficie) y la mecánica, que será la suma de las dos anteriores:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,6 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 255 \text{ m/s} = \mathbf{1,82 \cdot 10^{10} \text{ J}}$$

$$E_P = m \cdot g \cdot h = 5,6 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \cdot 10^4 \text{ m} = \mathbf{5,49 \cdot 10^{10} \text{ J}}$$

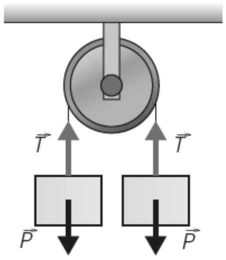
$$E_M = E_C + E_P = 1,82 \cdot 10^{10} \text{ J} + 5,49 \cdot 10^{10} \text{ J} = \mathbf{7,31 \cdot 10^{10} \text{ J}}$$

b) Evidentemente, un avión necesita una velocidad mínima para sustentarse en el aire, pero para mantener esa velocidad necesita vencer la fuerza de rozamiento con el aire y, por tanto, gastar energía que proviene del combustible que consume.

Ampliación (página 332)

60. Dos cuerpos de la misma masa que están unidos con una cuerda que pasa por la garganta de una polea se mueven con velocidad constante. Demuestra que en estas condiciones la energía potencial del sistema formado por las dos masas es constante.

La energía potencial gravitatoria no varía porque lo que aumenta la energía potencial de una masa al subir disminuye la de la otra al bajar. Ambas masas son iguales, y lo que asciende una lo desciende la otra.



61. Una pelota de goma de 100 g de masa cae, a partir del reposo, desde una altura de 2 m. Calcula la altura de la bola después de tres rebotes si en cada uno de ellos pierde el 10 % de su energía cinética.

En cada bote se pierde un 10 % de la energía mecánica que tenía antes del bote:

$$E_{M,1} = 0,9 \cdot E_{M,ini}$$

Por tanto, tras el tercer bote, la energía mecánica es:

$$E_{M,3} = (0,9)^3 \cdot E_{M,ini} = 0,729 \cdot E_{M,ini}$$

Ya que esta energía mecánica primero es cinética que se trasforma en potencial, la altura que gana la pelota:

$$\frac{E_{M,3}}{E_{M,ini}} = \frac{E_{P,3}}{E_{P,ini}} = \frac{\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h_3}{\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h_{ini}} = \frac{0,729 \cdot \cancel{E_{M,ini}}}{\cancel{E_{M,ini}}} = 0,729 \quad \Rightarrow \quad h_3 = 0,729 \cdot h_{ini} = 0,729 \cdot 2 \text{ m} = \mathbf{1,458 \text{ m}}$$

En esta situación una parte de la energía se ha disipado en forma de calor en los sucesivos rebotes.

62. Se hace girar verticalmente en una trayectoria circular a un cuerpo que está unido a una cuerda de 1,5 m de longitud. Dato: $g = 9,8$ m/s².

a) Si la velocidad en el punto más bajo es de 10 m/s, halla su valor en el punto más alto.

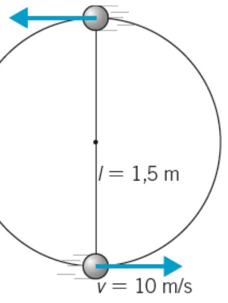
b) ¿Qué velocidad mínima debe llevar en el punto más bajo para completar la circunferencia?

a) Se cumple el principio de conservación de la energía mecánica. De las dos fuerzas que actúan, una, el peso es conservativa y, la otra, la tensión de la cuerda no realiza trabajo.

$$E_{M,ini} = E_{M,fin} \quad \Rightarrow \quad E_{C,ini} + E_{P,ini} = E_{C,fin} + E_{P,fin}$$

La energía potencial inicial es cero, por tanto:

$$E_{C,ini} + 0 = E_{C,fin} + E_{P,fin} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{ini}^2 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_{fin}^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot (2 \cdot l)$$



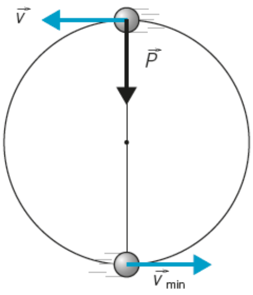
$$\frac{1}{2}\cdot v_{\text{ini}}^2 = \frac{1}{2}\cdot v_{\text{fin}}^2 + g\cdot 2\cdot l \quad\Rightarrow\quad v_{\text{ini}}^2 = 4\cdot g\cdot l + v_{\text{fin}}^2$$

$$v_{\text{fin}} = \sqrt{v_{\text{ini}}^2 - 4\cdot g\cdot l} = \sqrt{(10\text{ m/s})^2 - 4\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2\cdot 1{,}5\text{ m}} = \mathbf{6{,}42\text{ m/s}}$$

b) Para que complete la trayectoria circular con velocidad mínima la tensión de la cuerda en el punto más alto debe ser nula. La única fuerza que actúa sobre el cuerpo en ese punto será el peso:

$$F_{\text{N}} = m\cdot g = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad \cancel{m}\cdot g = \cancel{m}\cdot\frac{v^2}{l}$$

$$v = \sqrt{g\cdot l} = \sqrt{9{,}8\text{ m/s}^2\cdot 1{,}5\text{ m}} = \mathbf{3{,}8\text{ m/s}}$$



Aplicamos el principio de conservación de la energía para calcular el valor de la velocidad inicial mínima:

$$\frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot v_{\text{mín}}^2 = \frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot v^2 + \cancel{m}\cdot g\cdot(2\cdot l)$$

$$\frac{1}{2}\cdot v_{\text{mín}}^2 = \frac{1}{2}\cdot v^2 + g\cdot 2\cdot l$$

$$v_{\text{mín}} = \sqrt{v^2 + 4\cdot g\cdot l} = \sqrt{(3{,}8\text{ m/s})^2 + 4\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2\cdot 1{,}5\text{ m}} = \mathbf{8{,}57\text{ m/s}}$$

63. Se dice que un choque es elástico cuando se conserva la energía cinética. Un ejemplo de choque elástico es el que se produce entre dos bolas de billar. Supón que una bola de billar choca frontalmente con otra que se encuentra en reposo. Calcula la velocidad de las bolas después del choque. La dirección en que se mueven los cuerpos después del impacto es la misma que la que tenía el cuerpo antes de chocar.

Nota: es conveniente usar la expresión de la energía cinética en función del momento lineal.

El momento lineal de la primera bola antes de la colisión es p_1, su energía cinética, $E_{\text{C},1}$. Después de la colisión, p_1' y $E_{\text{C},1}'$. Para la segunda bola después de la colisión, p_2' y $E_{\text{C},2}'$.

Al ser la colisión frontal, los vectores siguen en la misma dirección y como se conserva el momento lineal, se cumple que $p_1 = p_1' + p_2'$.

Al ser choque elástico se conserva la energía, y se cumple que $E_{\text{C},1} = E_{\text{C},1}' + E_{\text{C},2}'$.

La energía cinética se puede expresar en función del momento lineal, sustituimos la velocidad:

$$v = \frac{p}{m} \quad\Rightarrow\quad E_{\text{C}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2\cdot m}$$

Sustituyendo y simplificando:

$$\frac{p_1^2}{\cancel{2\cdot m}} = \frac{p_1'^2}{\cancel{2\cdot m}} + \frac{p_2'^2}{\cancel{2\cdot m}} \quad\Rightarrow\quad p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2$$

$$\begin{cases} p_1 = p_1' + p_1' \\ p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} \cancel{m}\cdot v_1 = \cancel{m}\cdot v_1' + \cancel{m}\cdot v_2' \\ \cancel{m^2}\cdot v_1^2 = \cancel{m^2}\cdot v_1'^2 + \cancel{m^2}\cdot v_2'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = v_1' + v_2' \\ v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \end{cases}$$

Si de la primera ecuación $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2\cdot v_1'\cdot v_2'$. Sustituimos en la segunda y al simplificar se deduce que:

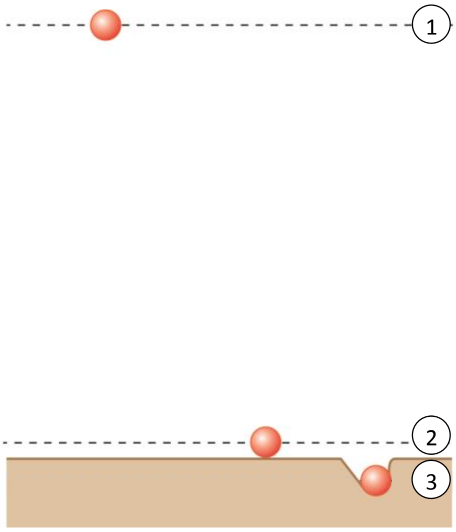
$$\cancel{v_1'^2 + v_2'^2} + 2\cdot v_1'\cdot v_2' = \cancel{v_1'^2 + v_2'^2} \quad\Rightarrow\quad 2\cdot v_1'\cdot v_2' = 0$$

Hay dos soluciones posibles. La primera es $v_2' = 0$. Esta igualdad significa que la segunda bola queda quieta y la primera continúa con su velocidad, lo que es físicamente imposible. La segunda es la que es, $v_1' = 0$, significa que la primera bola queda quieta y la segunda se mueve recibiendo el momento y energía de la primera.

64. Una esfera metálica de 60 kg de masa se deja caer desde una altura de 6 m sobre un suelo de arena. Si la esfera penetra 30 cm en el suelo, calcula la fuerza de resistencia ejercida por el suelo. Dato: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{M,ini}} = E_{\text{M,fin}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,ini}} + E_{\text{P,ini}} = E_{\text{C,fin}} + E_{\text{P,fin}}$$



Inicialmente estaba en reposo, con lo que la energía cinética en el punto inicial, punto 1, es nula. Y al llegar al suelo, punto 2, la energía potencial es nula. Calculamos la energía cinética en el punto 2:

$$E_{\text{C,2}} = E_{\text{P,1}} = m \cdot g \cdot h = 60\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 6\ \text{m} = 3528\ \text{J}$$

Aplicando el teorema de la energía cinética, el trabajo para detener la bola es igual a la variación de su energía cinética:

$$W = \Delta E_{\text{C}} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = 0 - E_{\text{C,2}}$$

Como la fuerza de resistencia tiene sentido opuesto al desplazamiento y la bola finalmente se para:

$$-F_{\text{R}} \cdot \Delta y = -E_{\text{C,2}} \quad \Rightarrow \quad F_{\text{R}} = \frac{E_{\text{C,2}}}{\Delta y} = \frac{3528\ \text{J}}{0{,}3\ \text{m}} = \mathbf{11\,760\ N}$$

En este ejercicio hemos despreciado el cambio de energía potencial al cambiar altitud cuando la esfera penetra 30 cm en el suelo.

65. Un cuerpo de 5 kg de masa cae bajo la acción de la gravedad, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$. Cuando se encuentra a 7 m del suelo posee una velocidad de 6 m/s.

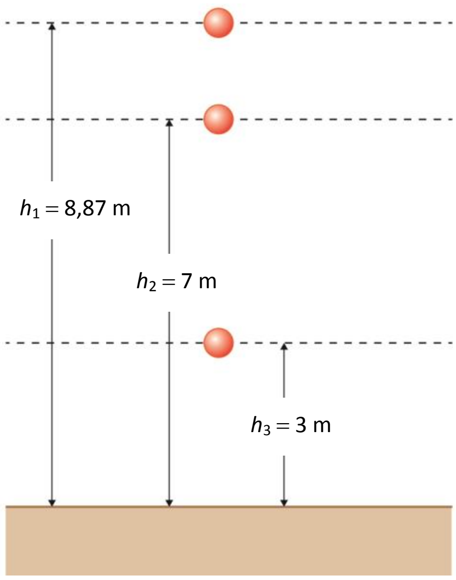
a) ¿Desde qué altura se le dejó caer?

b) Calcula la energía cinética y potencial cuando se encuentra a 3 m del suelo.

c) Calcula la altura a la que rebota si en el bote pierde un 20 % de su energía mecánica.

a) Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{M,1}} = E_{\text{M,2}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,1}} + E_{\text{P,1}} = E_{\text{C,2}} + E_{\text{P,2}}$$



Calculamos la altura inicial h_1:

$$0 + E_{\text{P,1}} = E_{\text{C,2}} + E_{\text{P,2}} \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_2^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_2$$

$$h_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_2 = \frac{(6\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} + 7\ \text{m} = \mathbf{8{,}84\ m}$$

b) Aplicando de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{\text{C,1}} + E_{\text{P,1}} = E_{\text{C,3}} + E_{\text{P,3}} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{C,3}} = E_{\text{P,1}} - E_{\text{P,3}}$$

Calculamos la energía cinética en 3:

$$E_{\text{C,3}} = m \cdot g \cdot (h_1 - h_3) = 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (8{,}84 - 3)\ \text{m} = \mathbf{286\ J}$$

Calculamos la energía potencial en 3:

$$E_{\text{P,3}} = m \cdot g \cdot h_3 = 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{m} = \mathbf{147\ J}$$

En el bote se pierde un 20 % de la energía mecánica que tenía antes del bote:

$$E_{\text{M,fin}} = 0{,}8 \cdot E_{\text{M,ini}}$$

Ya que esta energía mecánica primero es cinética que se transforma en potencial, la altura que gana el balón:

$$\frac{E_{\text{M,fin}}}{E_{\text{M,ini}}} = \frac{E_{\text{P,fin}}}{E_{\text{P,ini}}} = \frac{\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h_{\text{fin}}}{\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h_{\text{ini}}} = 0{,}8 \Rightarrow h_{\text{fin}} = 0{,}8 \cdot h_{\text{ini}} = 0{,}8 \cdot 8{,}84\ \text{m} = \mathbf{7{,}07\ m}$$

En esta situación, una parte de la energía se ha disipado en forma de calor en el rebote.

66. **Un bloque de 10 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado 30° con la horizontal con una velocidad de 10 m/s. El bloque vuelve al punto de partida con una velocidad de 5 m/s. Calcula.**

a) El trabajo de rozamiento total en subir y bajar.

b) El espacio que recorre al subir.

c) El coeficiente de rozamiento con el plano.

d) Un resorte en la parte baja del plano, *k* = 500 N/m, recibe al bloque descendente. Calcula la deformación máxima del resorte supuesta la deformación sin pérdida de altura y sin rozamiento.

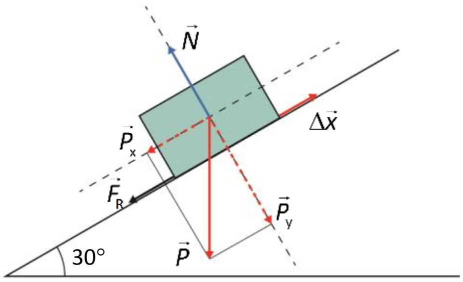
Dato: *g* = 9,8 m/s².

a) La energía potencial inicial y final es la misma (vuelve al punto de partida), por tanto, la variación de la energía mecánica coincide con la variación de la cinética, que es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento entre esos instantes:

$$\Delta E_C = W_{nC} \quad \Rightarrow \quad E_{C,fin} - E_{C,ini} = W_R$$

$$W_R = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(v_{fin}^2 - v_{ini}^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 10\text{ kg}\cdot\left[\left(5\text{ m/s}\right)^2 - \left(10\text{ m/s}\right)^2\right] = \mathbf{-375\text{ J}}$$

b) Aplicamos de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica. En este caso, el trabajo de rozamiento será la mitad que en el apartado anterior, ya que solo estamos teniendo en cuenta el tramo de subida:



$$\Delta E_M = W_{nC} \quad \Rightarrow \quad \left(0 + E_{P,fin}\right) - \left(E_{C,ini} + 0\right) = W_{R,subir}$$

$$E_{P,fin} - E_{C,ini} = \frac{W_R}{2} \quad \Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h_{fin} - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{ini}^2 = \frac{W_R}{2}$$

$$m\cdot g\cdot \Delta x\cdot \text{sen }\alpha - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{ini}^2 = \frac{W_R}{2}$$

Despejamos Δx y sustituimos los datos:

$$\Delta x = \frac{W_R + m\cdot v_{ini}{}^2}{2\cdot m\cdot g\cdot \text{sen }\alpha} = \frac{-375\text{ J} + 10\text{ kg}\cdot\left(10\text{ m/s}\right)^2}{2\cdot 10\text{ kg}\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2\cdot \text{sen }30°} = \mathbf{6{,}38\text{ m}}$$

c) El coeficiente de rozamiento:

$$W_{R,subir} = -F_R\cdot\Delta x = -\mu\cdot N\cdot\Delta x = -\mu\cdot P_Y\cdot\Delta x = -\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\Delta x$$

Despejamos y sustituimos:

$$\mu = -\frac{W_R}{2\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot\Delta x} = -\frac{-375\text{ J}}{2\cdot 10\text{ kg}\cdot 9{,}8\text{ m/s}^2\cdot\cos 30°\cdot 6{,}38\text{ m}} = \mathbf{0{,}35}$$

d) Por el principio de la conservación de energía. Antes del choque con el muelle solo hay energía cinética, y después del choque, energía potencial elástica.

$$E_{M,ini} = E_{M,fin} \quad \Rightarrow \quad E_C = E_P \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2$$

Despejamos y sustituimos los datos:

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}\cdot v = \sqrt{\frac{10\text{ kg}}{500\text{ N/m}}}\cdot 5\text{ m/s} = \mathbf{0{,}71\text{ m}}$$

FÍSICA EN TU VIDA (página 334)

INTERPRETA

1. **Haz un esquema indicando las transformaciones de energía que se producen mientras los vagones suben y bajan por cada rama de la atracción.**

- En el punto más alto de la rama izquierda (punto 1 de la imagen), justo antes de dejar caer a los vagones, toda la energía mecánica es potencial.

- Durante la bajada hasta el punto más bajo de la atracción la energía potencial se va transformando en energía cinética.
- Al llegar al punto más bajo solo existe energía cinética.
- Durante la subida por la rama derecha, esta energía cinética se va transformando en energía potencial.
- En el punto más alto que se alcanza en la rama izquierda, solo hay energía potencial.

2. **Justifica las alturas sucesivas de los vagones en cada ciclo marcadas sobre la imagen.**

Las alturas alcanzadas van disminuyendo progresivamente porque parte de la energía mecánica se pierde por el rozamiento. Por tanto, la fuerza de rozamiento es la responsable de que los vagones se vayan frenando.

3. **Explica la frase «como una parte de la energía se ha "perdido" debido al rozamiento, la altura alcanzada en la segunda rampa es menor que la altura inicial».**

Cuando, además de fuerzas conservativas, actúan también fuerzas no conservativas, en este caso, la fuerza de rozamiento, la energía mecánica no se conserva:

$$\Delta E_{\mathrm{M}} = W_{\mathrm{nC}}$$

En la atracción, el rozamiento con los raíles convierte la energía mecánica en energía térmica que calienta los raíles y el aire que les rodea. Lo que sucede es que parte de la energía potencial inicial se ha transformado en trabajo de rozamiento.

4. **Calcula qué porcentaje de energía se pierde en cada descenso, en promedio, si los vagones se detienen al cabo de 21 descensos, sabiendo que tras el primer descenso la velocidad de los vagones en el punto más bajo es de 81 km/h.**

En cada descenso se pierde:

$$\frac{1}{21} E_{\mathrm{M}} = 4{,}76\,\%\,E_{\mathrm{M}}$$

REFLEXIONA

5. **Imagina una segunda atracción de este tipo con la misma altura, etc., que llamaremos B, donde el rozamiento sea menor que en el caso mostrado en esta página.**

a) **Compara la velocidad que se alcanza en el punto más bajo tras el primer descenso en ambas atracciones.**

b) **Compara la altura que se alcanza tras el primer ascenso en la segunda rama.**

c) **Compara el tiempo que tardarán en detenerse los vagones de ambas atracciones.**

d) **Compara la cantidad total de energía que se ha transformado en calor una vez que ambas atracciones se han detenido.**

a) Será mayor, puesto que se pierde menos energía por el rozamiento durante el descenso.

b) Será mayor, puesto que se pierde menos energía por el rozamiento durante el descenso y en el nuevo ascenso.

c) Será mayor, puesto que se pierde menos energía en el cómputo global.

d) Será la misma, por el principio de conservación de la energía. Pero en este caso habrá mayor número de ciclos (descenso-ascenso).