

- 1.- Hallar la función $F(x)$ tal que $F(0)=2$ y que sea primitiva de la función $f(x) = \frac{e}{e^x + 1}$
- 2.- Determinar $f(x)$ sabiendo que $f''(x)=24x$; $f'(0)=2$, $f'(0)=1$ y $f(0)=0$.
- 3.- De una función $y=f(x)$, con $x > -1$, se sabe que tiene por derivada $y' = \frac{a}{1+x}$, donde a es una constante. Determina la función, si además se sabe que pasa por los puntos $(0,1)$ y $(1,-1)$.

Sol: $f(x) = -2\log_2(1+x) + 1$

- 4.- Halla la función $F(x)$ que verifique que $x^5 F'(x) + x^3 + 2x = 3$ para $x \neq 0$.

Sol: $F(x) = -\frac{3}{4x^4} + \frac{2}{3x^3} + \frac{1}{x} + C$

- 5.- Halla la ecuación de la curva $y=f(x)$, sabiendo que pasa por el punto $(1,1)$ y que la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa x es $3x+1$.

Sol: La curva tiene por ecuación: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$

- 6.- De la función $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ y que $f(2)=0$.

- a) Determina f .
 b) Halla la primitiva que f cuya gráfica pasa por el punto $(0,1)$

Sol: a) $f(x) = -\frac{3}{x+1} + 1$; b) $F(x) = -3\ln|x+1| + x + 1$

- 7.- De todas las primitivas de la función $f(x) = 2\operatorname{tg}x \cdot \sec^2 x$, halla la que pasa por el punto $P\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$

Sol: $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$

- 8.- Determina las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfacen la condición de que la pendiente de la recta tangente en un punto genérico (x,y) de su gráfica viene dada por la expresión $x \cdot e^x$.

Sol: $e^x(x-1) + C$

- 9.- Sea $f : (-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(1-x^2)$, calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0,1)$

Sol: $F(x) = x \cdot \ln(1-x^2) - 2x - \ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right| + 1$

- 10.- Calcula la primitiva: $\int \operatorname{sen}(\ln x) dx$

Sol: $\frac{x[\operatorname{sen}(\ln x) - \cos(\ln x)]}{2} + C$

- 11.- Un móvil se mueve en línea recta con una velocidad dada por la fórmula $v(t) = 12t - 5$ m/2. Calcula el espacio recorrido, $e(t)$, en cada instante t , sabiendo que el espacio inicial era de 10 m. ¿Cuál es la velocidad media entre $t=0$ y $t=2$ s?

Sol: $e(t) = 6t^2 - 5t + 10$ m; $V_{\text{media}} = 7$ m/s

- 12.- Calcular las siguientes integrales racionales:

a) $\int \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + x} dx$

b) $\int \frac{x^2 + 10x + 5}{x^3 + 3x^2 - x - 3} dx$

c) $\int \frac{x^4 - 3x^3 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 2x} dx$

- 13.- Encuentra la función derivable $f : [-1,1] \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple $f(1)=-1$ y $f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

Sol: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} - x^2 + 1 - e & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ e^x - x - e & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

- 14.- Determina la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x) = \ln(x)$, y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,2)$. (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Sol: $f(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{3x^2}{4} + x + \frac{7}{4}$

- 15.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{\ln(x)}{2x}$ para $x > 0$, (\ln denota la función logaritmo neperiano) y sea F la primitiva de f tal que $F(1)=2$. a) Calcula $F'(e)$. b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x=e$.

Sol: a) $F'(e) = \frac{1}{2e}$; b) $y = \frac{1}{2e} \cdot (x-e) + \frac{9}{4}$

- 16.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2(x-1)}$ para $x \neq 0$ y $x \neq 1$ y sea F la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $P(2, \ln 2)$. a) Calcula la recta tangente a la gráfica de F en el punto P . b) Determina la función F .

Sol: a) $y - \ln 2 = \frac{5}{4}(x-2)$; b) $F(x) = \ln x + 2\ln(x-1) + 2\ln 2 - \frac{1}{2}$