

1r. trimestre. Elige 4 ejercicios:

1. Calcula el valor de las constantes a y b sabiendo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + 5x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{a}{x} + bx & \text{si } x > 2 \end{cases} \text{ es derivable. Representala gráficamente.}$$

2. Determina el valor de las constantes a, b, c sabiendo que la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x \cdot (ax^2 + bx + c)$ tiene un punto de inflexión en $(-2, 12)$ y que en dicho punto la recta tangente tiene por ecuación $10x + y + 8 = 0$

3. Sea f la función $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$.

Determina las asíntotas de su gráfica y sitúa la función respecto de ellas.

Da los intervalos de monotonía y los extremos locales.

Deduce un esbozo del gráfico teniendo presente los resultados anteriores.

4. Una empresa quiere fabricar vasos de cristal de forma cilíndrica con una capacidad de 250 cm^3 . Para utilizar la mínima cantidad posible de cristal se estudian las medidas apropiadas para que la superficie total del vaso sea mínima. ¿Cuáles deben ser dichas medidas? Justifica la respuesta.

5. Calcula las primitivas siguientes: $\int \frac{x+3}{e^x} dx$ $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}$ $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$

2º trimestre.

6. Calcula el área del recinto limitado por los semiejes positivos de coordenadas y las curvas

$$y = x^2 + 1, \quad y = \frac{2}{x}, \quad y = x - 1.$$

7. Deduce por integración el volumen de un tronco de cono de radios 3 y 4 cm y altura 5 cm.

8. Determina la matriz X tal que $AX - 3B = 0$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Discute y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para los diferentes valores de λ :

$$\left. \begin{array}{l} \lambda \cdot x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda \cdot z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{array} \right\}$$

3r. trimestre.

10. Calcula razonadamente las coordenadas del punto simétrico de $(1, -3, 7)$ respecto la recta de

$$\text{ecuación } \begin{cases} x + y - z + 6 = 0 \\ 3x - y - z = 2 \end{cases}$$

11. Halla razonadamente la ecuación, en todas las formas que conozcas, del plano cuyo punto más próximo al origen es $(-1, 2, 1)$.

12. Determina razonadamente la ecuación del plano que pasa por el punto $A(1, 0, -1)$, es perpendicular al plano $\pi: x - y + 2z + 1 = 0$ y es perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Calcula la distancia del punto A al plano π y la distancia del punto A a la recta r .

13. Estudia la posición relativa de las rectas $r: x - 1 = y - 2 = \frac{1 - z}{2}$ y $s: \begin{cases} 3x + y = 11 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$.

Calcula la distancia entre ellas.

Prueba de septiembre-2005.

1. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 5x+10 & x \leq -1 \\ x^2 - 2x + 2 & x > -1 \end{cases}$ Haz su representación gráfica. Haz el estudio de su continuidad y su derivabilidad. Calcula el área de la región que limitan la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta $x=3$.

2. Sea f la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{1-x}$.
Determina las asíntotas de su gráfica y sitúa la función respecto de ellas.
Da los intervalos de monotonía y los extremos locales.
Deduce un esbozo del gráfico teniendo presente los resultados anteriores.

3. Se dispone de 28.800 dh para vallar un terreno rectangular colindante con un camino recto. Si el precio de la valla que ha de ponerse en el lado del camino es de 80 dirhams por metro y el de la valla de los restantes 100 dh/m, ¿cuáles son las dimensiones y el área del terreno rectangular de área máxima que se puede vallar?

4. Elige UN apartado:

4.1 Calcula los límites siguientes: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{sen} x}{\tan(x^2)}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x}$

- 4.2 Calcula el valor de α , positivo, para que el área encerrada entre la curva $y = \alpha \cdot x - x^2$ y el eje de abscisas sea 36. Representa la curva que se obtiene para dicho valor de α .

5. Calcula la siguiente integral definida: $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$ ¿Qué representa geoméricamente el valor obtenido?

6. Discute y resuelve el sistema de ecuaciones siguiente:
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ (a+1)x + (a-3)y + (a-3)z = 2 \\ ax - y + (a-2)z = 1 \end{cases}$$

7. Halla la ecuación de la recta que se apoya perpendicularmente en las rectas r y s definidas por:

$$r : x - 1 = y - 2 = \frac{1 - z}{2} \quad y \quad s : \begin{cases} 3x + y = 11 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

8. a) Sea la recta de ecuación $r : \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases}$.

Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades.

- b) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, -1)$
c) Calcula la distancia del punto P a la recta r del apartado b).
d) Calcula la distancia del origen de coordenadas al plano calculado en el apartado b).