1. [2014] [EXT-A] Considera el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} x - y + mz = 0 \\ mx + 2y + z = 0 \\ -x + y + 2mz = 0 \end{array}\right\}$.

a) Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.
b) Halla los valores del parámetro m para los que el sistema tiene alguna solución distinta de la solución nula.
c) Resuelve el sistema para m = -2.

2. [2014] [EXT-B] Sabiendo que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ es 2, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:

a) $\det(3A)$
b) $\det\left(A^{-1}\right)$
c) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$
d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x+2 & y+4 & z+6 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

3. [2014] [JUN-A] Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\left.\begin{array}{r} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{array}\right\}$

a) Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x+y-7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
b) Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

4. [2014] [JUN-B] Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AX + B = A^2$.

5. [2013] [EXT-A] Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Halla, si es posible, A^{-1} y B^{-1}.
b) Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.
c) Calcula la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

6. [2013] [EXT-B] Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\left.\begin{array}{r} 2x - 4y + 6z = 6 \\ my + 2z = m+1 \\ -3x + 6y - 3mz = -9 \end{array}\right\}$.

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m.
b) Resuélvelo para m = 3. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que y = 0.

7. [2013] [JUN-A] Sea $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que los vectores fila de M son linealmente independientes.
b) Estudia el rango de M según los valores de m.
c) Para m = 1, calcula la inversa de M.

8. [2013] [JUN-B] Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Comprueba que $A^2 = 2I$ y calcula A^{-1}.

b) Calcula A^{2013} y su inversa.

9. [2012] [EXT-A] Considera el siguiente sistema de ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} kx+2y = 2 \\ 2x+ky = k \\ x-y = -1 \end{cases}$

a) Prueba que el sistema es compatible para cualquieer valor del parámetro k.

b) Especifica para qué valores del parámetro k es determinado y para cuáles indeterminado.

c) Halla las soluciones en cada caso.

10. [2012] [EXT-B] Considera el siguiente sistema de ecuaciones con tres incógnitas: $\begin{cases} x - y = \lambda \\ 2\lambda y + \lambda z = \lambda \\ -x - y + \lambda z = 0 \end{cases}$

a) Clasifícalo según los distintos valores del parámetro λ.

b) Resuélvelo para $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$.

11. [2012] [JUN-A] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$.

a) ¿Para qué valores del parámetro k no existe la matriz inversa de la matriz A? Justifica la respuesta.

b) Para k = 0, resuelve la ecuación matricial $(X+I)\cdot A = A^t$, donde I denota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

12. [2012] [JUN-B] Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + z = \lambda+1 \\ 3y + 2z = 2\lambda+3 \\ 3x + (\lambda-1)y + z = \lambda \end{cases}$

a) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

b) Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

c) ¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admita la solución $\left(-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$?

13. [2011] [EXT-A] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de A dependiendo de los valores de α.

b) Para $\alpha = 2$, resuelve la ecuación matricial $A\cdot X = B$.

14. [2011] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ -\alpha & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calcula los valores de α para los que la matriz inversa de A es $\frac{1}{12}A$.

b) Para $\alpha = -3$, determina la matriz X que verifica la ecuación $A^tX = B$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

15. [2011] [JUN-A] Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\left.\begin{matrix} -\lambda x+y+z = 1 \\ x+\lambda y+z = 2 \\ \lambda x+y+z = 1 \end{matrix}\right\}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

16. [2011] [JUN-B] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \lambda+1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determina los valores de λ para los que la matriz A^2+3A no tiene inversa.

b) Para $\lambda = 0$, halla la matriz X que verifica la ecuación $AX+A = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

17. [2010] [EXT-A] a) Discute, según los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} -x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + 2y + (\lambda+2)z = 4 \\ x + 3y + 2z = 6-\lambda \end{array}\right\}$

b) Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

18. [2010] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$.

19. [2010] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Indica los valores de m para los que A es invertible.

b) Resuelve la ecuación matricial $XA - B^t = C$ para $m = 0$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

20. [2010] [JUN-B] Sea el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} \lambda x+y+z = \lambda+2 \\ 2x-\lambda y+z = 2 \\ x-y+\lambda z = \lambda \end{array}\right\}$.

a) Discútelo según los valores de λ. ¿Tiene siempre solución?

b) Resuelve el sistema para $\lambda = -1$.

21. [2009] [EXT-A] a) Discute según los valores del parámetro λ el siguiente sistema: $\left\{\begin{array}{l} 3x+\lambda y = 0 \\ x + \lambda z = \lambda \\ x+y+3z = 1 \end{array}\right.$

b) Resuélvelo para $\lambda = 0$.

22. [2009] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Determina la matriz X que verifica $AX-B^t = 2C$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

23. [2009] [JUN-A] Sean F_1, F_2 y F_3 las filas priemra, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz B de orden 3, cuyo determinante vale -2. Calcula, indicando las propiedadeds que utilices:

a) El determinante de B^{-1}.

b) El determinante de $(B^t)^4$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

c) El determinante de 2B.

d) El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $5F_1-F_3$, $3F_3$ y F_2.

24. [2009] [JUN-B] Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30% de las cajas.

25. [2008] [EXT-A] Considera el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l} x+y+z = a-1 \\ 2x+y+az = a \\ x+ay+z = 1 \end{array}\right.$

a) Discútelo, según los valores del parámetro a.

b) Resuélvelo en el caso a = 2.

26. [2008] [EXT-B] Sabemos que el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x-y+3z=1 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$ tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax+y+7z = 7$.
a) Determina el valor de a.
b) Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

27. [2008] [JUN-A] Un cajero automático contiene sólo billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 130 billetes, con un importe de 3000 euros.
(a) ¿Es posible que en el cajero haya el triple número de billetes de 10 que de 50?
(b) Suponiendo que el número de billetes de 10 es el doble que el número de billetes de 50, calcula cuántos billetes hay de cada tipo.

28. [2008] [JUN-B] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$.
(a) Halla los valores del parámetro m para los que el rango de A es menor que 3.
(b) Estudia si el sistema $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución para cada uno de los valores de m obtenidos en el apartado anterior.

29. [2007] [EXT-A] Sean I la matriz identidad de orden 2 y $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
a) Encuentra los valores de m para los cuales se cumple que $(A-I)^2 = O$, donde O es la matriz nula de orden 2.
b) Para m = 2, halla la matriz X tal que $AX - 2A^t = O$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

30. [2007] [EXT-B] Se considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} ax+y+z=4 \\ x-ay+z=1 \\ x+y+z=a+2 \end{array}\right\}$.
a) Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado.
b) Resuelve el sistema que se obtiene para a = -2.

31. [2007] [JUN-A] Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$.
a) Determina la matriz $B = A^2-2A$.
b) Determina los valores de λ para los que la matriz B tiene inversa.
c) Calcula B^{-1} para $\lambda = 1$.

32. [2007] [JUN-B] a) Calcula la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
b) Escribe en forma matricial el siguiente sistema y resuélvelo usando la matriz A^{-1} hallada en el apartado anterior: $\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ y+z=-2 \\ x+z=3 \end{array}\right\}$.

33. [2006] [EXT-A] Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} \lambda x-y-z=-1 \\ x+\lambda y+z=4 \\ x+y+z=\lambda+2 \end{array}\right\}$.
a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.
b) Resuelve el sistema para $\lambda = 2$.

34. [2006] [EXT-B] Resuelve $AB^tX = -2C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B y $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

35. [2006] [JUN-A] Considera $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$.

a) Calcula el valor de a para que $A^2-A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$.

b) Calcula, en función de a, los determinantes de 2A y A^t, siendo A^t la traspuesta de A.

c) ¿Existe algún valor de a para el que la matriz A sea simétrica? Razona la respuesta.

36. [2006] [JUN-B] Resuelve: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

37. [2005] [EXT-A] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos.El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda oun pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

38. [2005] [EXT-B] Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a) $|-3A|$ y $|A^{-1}|$. b) $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$. c) $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$.

39. [2005] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) ¿Tiene A inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

b) Determina la matriz X que cumple que $A\cdot X+C\cdot B^t = B\cdot B^t$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

40. [2005] [JUN-B] Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+y+z = -2 \\ -\lambda x+3y+z = -7 \\ x+2y+(\lambda+2)z = -5 \end{array}\right\}$.

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

41. [2004] [EXT-A] Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+3y+z = 1 \\ -x+y+2z = -1 \\ ax+by+z = 4 \end{array}\right\}$ tiene al menos dos soluciones distintas.

42. [2004] [EXT-B] a) Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a?

b) Resuelve el sistema de ecuaciones $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

43. [2004] [JUN-A] Considerar el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} mx - y = 1 \\ x - my = 2m-1 \end{array}\right\}$

(**a**) Clasificar el sistema según los valores de **m**.

(**b**) Calcular los valores de **m** para los que el sistema tiene una solución en la que x = 3.

44. [2004] [JUN-B] Considerar las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(**a**) Calcular AB, AC, $A^t B^t$ y $C^t A^t$, siendo A^t, B^t y C^t las matrices traspuestas de A, B y C respectivamente.
(**b**) Razonar cuales de las matrices A, B, C y AB tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, hallar la correspondiente matriz inversa.

45. [2003] [EXT-A] Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(**a**) ¿Para qué valores de **m** tiene solución la ecuación matricial AX + 2B = 3C?
(**b**) Resuelve la ecuación matricial dada para m = 1.

46. [2003] [EXT-B] Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(**a**) Siendo I la matriz identidad de orden 3, calcula los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa.
(**b**) Resuelve el sistema AX = 3X e interpreta geométricamente el conjunto de todas sus soluciones.

47. [2003] [JUN-B] Sean C_1, C_2 y C_3 las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula, indicando las propiedades que utilices:
(**a**) El determinante de A^3.
(**b**) El determinante de A^{-1}.
(**c**) El determinante de 2A.
(**d**) El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $3C_1-C_3$, $2C_3$ y C_2.

48. [2002] [EXT-A] Considerar la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular los valores de **t** para los que el determinante de A es positivo y hallar el mayor valor que alcanza dicho determinante.

49. [2002] [EXT-B] Considerar el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} x + 3y + z = 3 \\ 2x + my + z = m \\ 3x + 5y + mz = 5 \end{array}\right\}$

(a) Determinar, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.
(b) Determinar, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.
(c) Determinar, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema no tenga ninguna solución.

50. [2002] [JUN-A] Determina una matriz A simétrica (A coincide con su traspuesta) sabiendo que Det (A) = - 7 y $A\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

51. [2002] [JUN-B] Determina la matriz X que verifica la ecuación AX = X - B, siendo $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

52. [2001] [EXT-A] Determina a, b y c sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & b & c \end{pmatrix}$ verifica: $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$ y rango(A) = 2.

53. [2001] [EXT-B] Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro **m**: $\left.\begin{array}{r} 2x+my = 0 \\ x+mz = m \\ x+y+3z = 1 \end{array}\right\}$

Resuelve el sistema anterior para m = 6.

54. [2001] [JUN-A] Sea $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}x & -\cos x & 0 \\ \cos x & \operatorname{sen}x & 0 \\ \operatorname{sen}x+\cos x & \operatorname{sen}x-\cos x & 1 \end{pmatrix}$. ¿Para qué valores de x existe la matriz inversa de A? Calcula dicha matriz inversa.

55. [2001] [JUN-B] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

(**a**) Siendo I la matriz identidad 3x3 y O la matriz nula 3x3, prueba que $A^3+I = O$.
(**b**) Calcula A^{10}.

56. [2000] [EXT-A] Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x+2y-5z=1 \\ 4x+\ \ y-2z=3 \\ 2x-3y+az=b \end{cases}$

(**a**) Determina a y b sabiendo que el sistema tiene infinitas soluciones.
(**b**) Resuelve el sistema resultante.

57. [2000] [EXT-B] Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & 3 \\ 4 & 1 & -b \end{pmatrix}$.

(**a**) Determina para qué valores del parámetro b existe A^{-1}.
(**b**) Calcula A^{-1} para b = 2.

58. [2000] [JUN-A] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, calcula $\left(A^tA^{-1}\right)^2A$.

59. [2000] [JUN-B] Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$.

(**a**) Halla los valores de λ para los que la matriz A no tiene inversa.
(**b**) Tomando $\lambda = 1$, resuelve es sistema escrito en forma matricial $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

60. [1999] [EXT-A] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(**1**) Calcula A^tA y AA^t donde A^t denota la matriz traspuesta de A.
(**2**) Siendo X una matriz columna, discute y, en su caso, resuelve la ecuación matricial $AA^tX = \lambda X$, según los valores del parámetro real λ.

61. [1999] [EXT-B] Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro λ: $\left.\begin{array}{l} (1+\lambda)x + y + z = 1, \\ x + (1+\lambda)y + z = \lambda, \\ x + y + (1+\lambda)z = \lambda^2. \end{array}\right\}$.

62. [1999] [JUN-A] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & -b & 3c \\ 3a & 0 & 4c \end{pmatrix}$, donde a, b y c son no nulos.

(1) Determina el número de columnas de A que son linealmente independientes.

(2) Calcula el rango de A y razona si dicha matriz tiene inversa.

— Soluciones —

1. a) $m \notin \{-2,0\}$ b) $m \in \{-2,0\}$ c) (k,k,0) **2.** 54; $\frac{1}{2}$; -12; -2 **3.** a) 0 b) (15,-9,-2) **4.** $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ **5.** a) $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ b) 0 c) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4 & 4 & 5 \\ 6 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ **6.** a) m=0: inc; m=3: c.i.; $m \notin \{0,3\}$: c.d. b) $\left(\frac{13k-6}{2}, k, \frac{4-3k}{2}\right)$, (-3,0,2) **7.** a) $m \notin \{-1,0\}$ b) $m \in \{-1,0\}$:2; $m \notin \{-1,0\}$:3 c) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **8.** a) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{2^{1007}}A$ **9.** b) k=-2: c.i.; $k \neq -2$: c.d. c) k=-2: (k,k+1); $k \neq -2$: (0,1) **10.** a) $\lambda \in \{-1,0\}$: c.i; $\lambda \notin \{-1,0\}$: c.d. b) $\lambda=0$: (0,0,k); $\lambda=-1$: (k-1,k,1-2k) **11.** a) $\frac{1}{2}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ **12.** a) $\left(\frac{1-k}{3}, \frac{5-2k}{3}, k\right)$ b) $\lambda \neq 1$ c) -1 **13.** $\alpha=1$: 1; $\alpha=2$: 2; $\alpha \notin \{1,2\}$: 3 b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **14.** a) -3 b) $\frac{1}{12}\begin{pmatrix} -6 & 3 & 3 \\ -2 & 15 & 7 \end{pmatrix}$ **15.** a) $\lambda=1$: inc; $\lambda=0$: c.i; $\lambda \notin \{0,1\}$: c.d. b) (2-k,1-k,k) **16.** a) -1, -4 b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ **17.** a= $\lambda=8$: inc; $\lambda=0$: c.i.; $\lambda \neq \{0,8\}$:c.d. b) (k,2-k,k) **18.** $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ **19.** a) $m \notin \{1,3\}$ b) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **20.** a) $\lambda = -1$: c.i. $\lambda \neq -1$: c.d. b) $\left(\frac{1}{3}, \frac{4-3k}{3}, k\right)$ **21.** a) $\lambda=0$: c.i; $\lambda=6$: inc; $\lambda \notin \{0,6\}$: c.d. b) (0,1-3k,k) **22.** $\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -7 & -2 \\ -5 & -18 \\ -7 & -30 \end{pmatrix}$ **23.** a) $\frac{-1}{2}$ b) 16 c) -16 d) 30 **24.** 13500, 15000, 12000 **25.** a) a = 1: inc.; a = 2: comp. ind.; $a \notin \{1,2\}$: comp. det. b) (1-k,0,k) **26.** a) 8 b) $\left(\frac{6}{5}, \frac{1}{5}, \frac{-2}{5}\right)$ **27.** no; 80, 10, 40. **28.** (a) 0, 1 (b) Si m=1: (a,b,1-a-b) **29.** a) 0 b) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ **30.** a) a = -1: $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5-2k}{2}, k\right)$ $\forall k \in \Re$ b) $\left(-\frac{4}{3}, 1, \frac{1}{3}\right)$ **31.** a) $B = \begin{pmatrix} -2 & 1-\lambda \\ \lambda-1 & \lambda^2-2\lambda-1 \end{pmatrix}$ b) $\lambda \notin \{-1,3\}$ c) $\frac{-1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **32.** a) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) (3,-2,0) **33.** a) $\lambda=1$: inc ; $\lambda = -1$: c.i. ; $\lambda \notin \{-1,1\}$: c.d. b) (1,0,3) **34.** $\frac{1}{14}\begin{pmatrix} -2 & -14 \\ 5 & 21 \end{pmatrix}$ **35.** a) 4 b) $-4a^2$; $-a^2$ c) no **36.** $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **37.** moneda **38.** a) -54, $\frac{1}{2}$ b) -4 c) -2 **39.** a) $\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{7}\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 1 & -26 \end{pmatrix}$ **40.** a) $\lambda = -1$: inc. ; $\lambda = -2$: c.i. ; $\lambda \notin \{-2,-1\}$: c.d. b) (-2k-5,k,k+3), $k \in \Re$ **41.** 4, 8 **42.** a) -5 b) $\left(\frac{2-4k}{5}, \frac{1-7k}{10}, k\right)$ $\forall k \in \Re$ **43.** (a) $\begin{cases} \text{si } m = 1\text{, compatible indeterminado.} \\ \text{si } m = -1\text{, incompatible.} \\ m \notin \{-1,1\}\text{, compatible determinado.} \end{cases}$ (b) 1 y $\frac{-3}{4}$ **44.** (a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $AC = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $A^tB^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C^tA^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (b) AB: $(AB)^{-1} = AB$ **45.** (a) $m \neq 0$ (b) $X = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -5 & 5 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ **46.** (a) ±3 (b) $\begin{cases} (x,y,z) = (c,-2c,c) \text{ [c, cualquier valor]} \\ \text{Son planos que se cortan en una recta} \end{cases}$ **47.** $|A^3| = 125$; $|A^{-1}| = \frac{1}{5}$; $|2A| = 40$; $|3C_1-C_3 \;\; 2C_3 \;\; C_2| = -30$ **48.** (-1,4) ; $\frac{3}{2}$ **49.** (a) $m \notin \{2,7\}$; (b) $m \in \{2,7\}$; (c) No **50.** $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **51.** $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} & -1 \end{pmatrix}$ **52.** 1, $\frac{23}{29}$, $\frac{33}{29}$ **53.** $m \notin \{0,5\}$, c.d. m=0, c.i. m=5, inc. ; (-12,4,3) **54.** cualquier valor ; $\begin{pmatrix} \text{senx} & \cos x & 0 \\ -\cos x & \text{senx} & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **55.** -A **56.** (a) $\frac{44}{5}$, 5 ; (b) (x,y,z) = (k,13-14k,5-5k), $\forall k \in \Re$ **57.** $b \notin \{1,3\}$; $\begin{pmatrix} -7 & -1 & 2 \\ 12 & 2 & -3 \\ -8 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **58.** $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{11}{2} \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ **59.** (a) 0 , 1 (b) (x,y,z) = (k,-k,k) $\forall k \in \Re$ **60.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\begin{cases} \lambda \notin \{1,2\}: x = 0 ; y = 0 \\ \lambda = 1: x\text{, cualquier valor} ; y = 0 \\ \lambda = 2: x = 0 ; y\text{, cualquier valor} \end{cases}$ **61.** $\begin{cases} \lambda \notin \{-3,0\}\text{, compatible determinado.} \\ \lambda \in \{-3,0\}\text{, incompatible.} \end{cases}$ **62.** 2 ; 2 ; no