ÁREAS

1. (J-97)Hallar el área limitada en el primer cuadrante por las gráficas de las funciones y = sen x, y = cos x y el eje de ordenadas
2. (J-98)Dibujar el recinto limitado por la curva $y = x\,e^x$, el eje OX y la recta paralela al eje OY que pasa por el punto donde la curva tiene su mínimo relativo. Hallar el área de dicho recinto.
3. (S-98)Comprobar que todas las funciones $f(x)=3x^5+10x^3+ax+b$ tienen un único punto de inflexión. Hallar a y b para que la tangente a la gráfica de dicha función en el punto de inflexión sea la recta y=x+2.
4. (S-98)Hallar el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = |x|$ y $f(x) = x^2 - 2$ [2,5 puntos]
5. (J-99)Dibujar el recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = \frac{1}{x^2}$, y = x e y = 8x [1 punto]. Hallar el área de este recinto-
6. (S-00)Tenemos la función f definida para todo número real no negativo y dada por $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

   Se pide su representación gráfica [0,5 puntos], hallar $\int_0^3 f(x)\,dx$ [1,5 puntos] e interpretar geométricamente el resultado [0,5 puntos].
7. (S-01)Hallar el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = 2 - x^4$ e $y = x^2$ [2,5 puntos].
8. (S-02)Sea la función $f(x) = x\cos x$.

 a) ¿Tiene límite en +∞? (justifica tu respuesta). [1 punto]

 b) Calcula la integral de f entre x = 0 y el primer cero positivo que tiene la función. [1,5 puntos]

   Nota: Llamamos ceros de una función a aquellos puntos donde se anula.
9. (S-02)Sea la función f definida para todo número real x en la forma

   $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & \text{si } x < 0 \\ \operatorname{sen}\beta x + \cos\beta x & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$ Se pide:

   a) Determinar el valor de β para que f sea derivable en x = 0.

   b) Calcular la integral de f sobre el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$.

Nota: Se entiende que la función f cuya integral se pide en la parte b) es la determinada previamente en la parte a). No obstante, si alguien no ha sabido calcular el valor de β, debe integrar f dejando β como parámetro.

10. (J-03)Sean las parábolas $y = x^2 - 4x + 13$ e $y = 2x^2 - 8x + 16$.

    a) Representar sus gráficas.

    b) Calcular los puntos donde se cortan entre sí ambas parábolas.

    c) Hallar la superficie encerrada entre las dos parábolas.

11. (J-03)Sea la función $f(x) = x e^x$

    a) Calcular la ecuación de su tangente en el origen de coordenadas

    b) Determinar los extremos de la función f

    c) Hallar el área encerrada entre la gráfica de esta curva, el eje de abscisas y la recta $x = 1$

12. (S-03)Sea la parábola $y = x^2 - 4x + 3$.

    a) Determinar los puntos de corte de la parábola con los dos ejes coordenados [0,5 puntos]

    b) Calcular el área encerrada entre la parábola y el eje de abscisas

    c) Calcular el área encerrada entre la parábola y el eje de ordenadas.

13. (S-03)Sea la función $f(x) = x\, sen x$ y sea T la recta tangente a su gráfica en $x = \pi$. Determinar:

    a) La ecuación de T [1,5 puntos]

    b) El área encerrada entre T y los ejes coordenados [1 punto]

14. (S-03)Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

    a) Definir su dominio [0,5 puntos]

    b) Calcular su límite en el infinito [0,5 puntos]

    c) Determinar sus extremos [0,5 puntos]

    d) Calcular el área encerrada por la gráfica de f entre las abscisas 0 y 1

15. (J-04)Calcular el área encerrada entre la gráfica de la función exponencial $f(x) = e^x$ y la cuerda a la misma que une los puntos de abscisas x = –1 y x = 1

16. (J-04)Sea la función $f(x) = x\, sen x$. Determinar:

    a) El área encerrada entre su gráfica y el eje de abscisas entre los valores x = 0 y x = π [1,5 puntos].

    b) El área encerrada entre la tangente en x = π y los dos ejes coordenados [1 punto]

17. (S-04)Calcular el área encerrada entre las gráficas de la recta $y = x + 2$ y la parábola $y = x^2$ [2,5 puntos]

18. (S-04)Sea la parábola $f(x) = x^2 - 6x + 9$.

    a) Probar que es tangente a uno de los ejes coordenados, indicando a cual.

    b) Calcular el área encerrada entre la gráfica de la parábola y los dos ejes coordenados.

19. (S-05)Sea Ω la región acotada encerrada entre las parábolas $f(x)=x^2+2x+4$ y $g(x)=2x^2-x+6$.

a) Hallar la superficie de Ω [1,5 puntos].

b) Razonar (no valen comprobaciones con la calculadora) cuál de las dos parábolas está en la parte inferior de la región Ω [1 punto].

20. (S-05)Determinar el área encerrada por la gráfica de la función $f(x)=x^2\,sen\,x$ y el eje de abscisas entre el origen y el primer punto positivo donde f se anula [2,5 puntos].

21. (J-06)La función $f:[0,\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax} & \text{si } 0\le x\le 8\\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & \text{si } x>8\end{cases}$$ es continua en $[0,\infty)$.

a) Hallar el valor de a que hace que esta afirmación es cierta.

b) Calcular $\int_0^{10} f(x)\,dx$

22. (S-06)Dadas las funciones $f(x)=x^2$ y $g(x)=x^3$, determinar el área encerrada por las gráficas de ambas funciones entre las rectas:

a) $x=0$ y $x=1$. [1,25 puntos]

b) $x=1$ y $x=2$. [1,25 puntos]

23. (S-07)a)Utilizando el cambio de variable $t=\ln x$ calcular $\int_e^{e^2}\dfrac{dx}{x\,(4-\ln x)}$

24. (J-09)Sea $f(x)=\dfrac{1}{x-x^2}$

a) Determinar su dominio

b) Estudiar si f(x) es una función simétrica respecto al origen de coordenadas

c) Obtener el área encerrada por f(x) y el eje OX entre $x=\frac{1}{4}$ y $x=\frac{3}{4}$

25. (J-10) Hallar el área encerrada entre la curva $y=x^3-3x$ y la recta $y=x$

26. (S-12) Considere las funciones $f(x)=e^{x+1}$ y $g(x)=e^{-x+5}$

a) Determine los posibles puntos de corte de esas dos funciones

b) Calcule el área encerrada entre esas dos funciones y las rectas x=1 y x=3

27.(J-13) Determine el área del recinto encerrado por las funciones $f(x)=-x^2+3$ y $g(x)=1$

28. (S-13) Considere las funciones: $f(x)=x^2+1$ y $g(x)=3-x$

a) Determine los puntos de corte de esas dos funciones

b) Determine el área encerrada entre esas dos funciones.

c) Determine, si existen, los máximos y mínimos relaticos, y los puntos de inflexión de la función: $h(x)=x^6+2$

29.(S-13) Considere las funciones: $f(x)=x^2+1$ y $g(x)=3-x$

a) Determine los puntos de corte de esas dos funciones

b) Determine el área encerrada entre esas dos funciones.

c) Determine, si existen, los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función: $h(x)=x^6+2$