Ejercicios y Problemas de

DIVISIBILIDAD

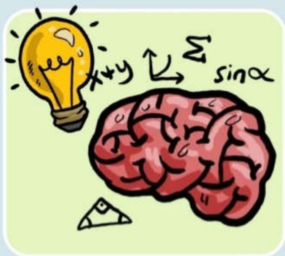
1º ESO

PASOS PARA RESOLVER problemas matemáticos

Leo el problema hasta comprender lo que se pregunta

Rodeo los datos importantes

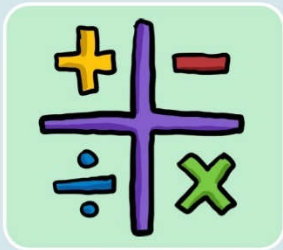
Subrayo la pregunta o preguntas



Pienso un plan

¿qué operación u operaciones tengo que hacer?

Si lo necesito, hago un dibujo que represente el problema



Realizo paso a paso las operaciones, explicando los pasos seguidos

Sin olvidar el orden de prioridad

Corchetes y paréntesis
Potencias y Raíces
Productos y divisiones
Sumas y Restas

Reviso que todo esté bien

Escribo la solución del problema

¿tiene sentido la solución dada?

¿La puedo comprobar?

1.– Aplicando los criterios de divisibilidad, marca con una x si un número es divisible:

Para ello, vamos a recordar brevemente los criterios de divisibilidad de primeros números primos, que eran aquellos números que solo tenían dos divisores, el 1 y él

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

- ✓ Un número es divisible por 2 si es par, es decir si acaba en 0, 2, 4, 6 y 8.
- ✓ Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- ✓ Un número es divisible por 5 si acaba en 0 o en 5.
- ✓ Un número es divisible por 7 si al restar el número sin la cifra de las unidades con el doble de la cifra de las unidades, el resultado es cero o múltiplo de 7.
- ✓ Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre los dígitos que ocupan lugar par e impar es 0 ó múltiplo de 11.
- ✓ Un número es divisible por 13 si al restar el número sin la cifra de las unidades con nueve veces la cifra de las unidades, el resultado es cero o un múltiplo de 13.

Número	**Es divisible por**				
	2	**3**	**5**	**7**	**10**
258	x	x			
1.176	x	x		x	
2.420	x		x		x
55.035		x	x		
77.990	x		x		x

2.– Escribe todos los divisores de los números 24 y 42.

a) 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

b) 42: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

3.– Escribe los números primos comprendidos entre 10 y 30.

Los primos entre 10 y 30 son: 11, 13, 17, 19, 23, 29

4.- Contesta a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué es un número primo?
Es un número que solo tiene dos divisores, el 1 y él mismo. Por ejemplo, el 3.

b) ¿Cuáles son los números primos comprendidos entre 30 y 50?
31, 37, 41, 43, 47

5.- Calcula el máximo común divisor (M.C.D.) y el mínimo común múltiplo (m.c.m) de las siguientes parejas de números: a) 90 y 84; y b) 54, 45 y 81.

Vamos a recordar que son el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo:

M.C.D. Y m.c.m.

El máximo común divisor (M.C.D.) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes, para calcularlo descomponemos en factores primos ambos números y cogemos los factores que se repiten elevados al menor exponente.

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a ellos, para calcularlo cogemos todos los factores, se repitan o no, elevados al mayor exponente.

Pues, para calcularlos hemos primero de descomponer todos los números en factores primos:

a) 90 y 84

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 84 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \end{array} \rightarrow \begin{cases} M.C.D.(84,90) = 2 \cdot 3 = 6 \\ m.c.m.(84,90) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2.520 \end{cases}$$

b) 54, 45 y 81

$$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 45 = 3^2 \cdot 5 \\ 54 = 2 \cdot 3^3 \\ 81 = 3^4 \end{array} \rightarrow \begin{cases} M.C.D.(45,54,81) = 3^2 = 9 \\ m.c.m.(45,54,81) = 2 \cdot 3^4 \cdot 5 = 810 \end{cases}$$

6.- Calcula el M.C.D. y m.c.m. de los números 360 y 540.

Para calcularlos, lo primero es descomponer en factores primos ambos números:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \qquad \begin{array}{r|l} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

Para calcular el máximo común divisor, cogemos los factores que se repiten con el exponente más pequeño:

$$M.C.D.(360,540) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Para calcular el mínimo común múltiplo, cogemos todos los factores, se repitan o no, con el mayor exponente:

$$m.c.m.(360,540) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1.080$$

Así que el mcm es 1.080 y el MCD es 180.

7.- Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de los números 36, 54 y 48.

Para calcularlos, antes vamos a descomponer en factores primos los números 36, 54 y 48:

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 54 = 2 \cdot 3^3 \\ 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 36 = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M.C.D.(54,48,36) = 2 \cdot 3 = 6 \\ m.c.m.(54,48,36) = 2^4 \cdot 3^3 = 432 \end{cases}$$

Recuerda que, una vez hemos factorizado los números, para calcular el M.C.D. se cogían los comunes al menor exponente, el 2 y el 3. Mientras que para el m.c.m. se cogían todos los factores al mayor exponente, el 2^4 y el 3^3.

Por tanto, el MCD es 6 y el mcm es 432.

8.- Comprueba utilizando el criterio de divisibilidad del 7, que el número 1.260 es divisible por siete.

Sabemos que un número es divisible entre 7 si al cortarle la cifra de las unidades y a lo que queda de número (sin la cifra de las unidades) le restamos el doble de la cifra de las unidades el resultado es 0 o múltiplo de 7.

$$1260 \begin{cases} 0 \\ 126 \end{cases} \rightarrow \quad 126 - 2 \cdot 0 = 126 \begin{cases} 6 \\ 12 \end{cases} \rightarrow \quad 12 - 2 \cdot 6 = 12 - 12 = 0$$

Por tanto, queda comprobado que el número 1.260 es divisible entre 7.

9.- ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?

Como nos preguntan por equipos, quiere decir que serán más de un equipo y además serán también de más de un alumno, por tanto:

28:2=14	28:4=7	28:7=4	28:14=2
14 equipos de 2 alumnos	7 equipos de 4 alumnos	4 equipos de 7 alumnos	2 equipos de 14 alumnos

Así que, una clase de 28 alumnos se puede dividir de 4 formas distintas.

10.- En una tienda disponen de 12 figuritas de cristal y 15 de metal. Desean hacer paquetes para regalar a los clientes, con el mismo número de figuras y con la mayor cantidad posible. ¿Cuántos paquetes tienen que hacer y con cuántas figuritas?

Si vamos a hacer paquetes quiere decir que el número de figuritas en cada paquete será menor que el número de figuritas de cada clase, por tanto, calcularemos el máximo común divisor. Y para ello, antes vamos a descomponer 12 y 15 en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \quad 15 = 3 \cdot 5 \qquad M.C.D.(12,15) = 3$$

Para calcular el máximo común divisor, una vez factorizados los números, cogemos los que se repiten con el menor exponente, y en este caso solo se repite el 3.

Así que en cada paquete meteremos 3 figuritas. Y $\begin{cases} 12:3=4 \text{ paquetes de figuritas de cristal} \\ 15:3=5 \text{ paquetes de figuritas de metal} \end{cases}$

Por tanto, haremos 9 paquetes (4 de figuritas de cristal y 5 de figuritas de metal) de tres figuritas cada uno.

11.– En una bahía hay tres faros que emiten sus destellos cada 20 segundos, cada 25 y cada 30 segundos, respectivamente. Si los tres coinciden emitiendo señales a las 11 de la noche, ¿a qué hora volverán a coincidir?

Como cada faro emite sus destellos cada 20, 25 y cada 30 segundos, volverán a coincidir pasados 30 segundos, por tanto, el número será mayor y por ello haremos el mínimo común múltiplo de dichos números. Así que, primero, descomponemos en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 20=2^2\cdot 5 \\ 25=5^2 \\ 30=2\cdot 3\cdot 5 \end{array} \rightarrow m.c.m.(20,25,30)=2^2\cdot 3\cdot 5^2=300\ seg$$

Coincidirán pasado 300 segundos, que, si los pasamos a minutos, nos da: *300:60=5* min

Así que coincidirán 5 min después de las 11 de la noche, o lo que es lo mismo a las 23:05 h

12.– En la panadería de la esquina hay napolitanas recién hechas cada 10 minutos, ensaimadas cada 15 minutos y rosquillas cada media hora. Si a las 12:00 pude comprar una de cada recién hechos. ¿A qué hora podré comprarlos otra vez?

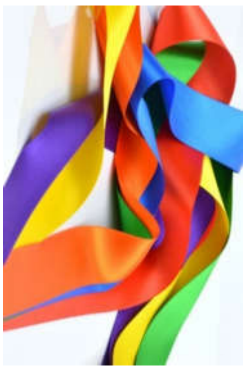
Si las napolitanas se hacen cada 10 minutos, las ensaimadas cada 15 y las rosquillas cada 30, coincidirán como mínimo cada 30 minutos, así que nos piden calcular un múltiplo común de estos tres números, en concreto el mínimo común múltiplo de 10, 15 y 30. Así que los descomponemos en factores primos y cogemos los que se repiten y los que no con el exponente más grande:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 3 & \end{array} \rightarrow 15=3\cdot 5 \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 10=2\cdot 5 \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 30=2\cdot 3\cdot 5$$

Por tanto, el m.c.m. (10, 15 y 30) = 30, así que compraré de nuevo a las 12:30 horas

13.– Para decorar una fiesta que vamos a celebrar, tenemos una cinta azul de 45 cm, una verde de 75 cm y otra blanca de 18 cm. Necesitamos cortar estas cintas en trozos iguales de la mayor longitud posible.

a) ¿Cuánto tendrán que medir estos trozos?



Como vamos a cortar las cintas en trozos, el número resultante será menor de lo que miden, por tanto, hacemos lo contrario, el máximo común divisor de los números 18, 45 y 75. Para ello antes hemos de descomponer ambos números:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{cases} 45=3^2\cdot 5 \\ 18=2\cdot 3^2 \\ 75=3\cdot 5^2 \end{cases} \rightarrow M.C.D.(18,15)=3\text{ cm}$$

Por tanto, los trozos han de medir 3 cm.

b) ¿Cuántos trozos de cada color podremos conseguir?

Para calcular los trozos de 3 cm que se pueden conseguir con cada cinta, basta con dividir la longitud total entre 3 cm:

$$Azul: 45:3=15 \qquad Verde: 75:3=25 \qquad Blanca: 18:3=6$$

Por tanto, 15 trozos azules, 25 verdes y 6 blancos.

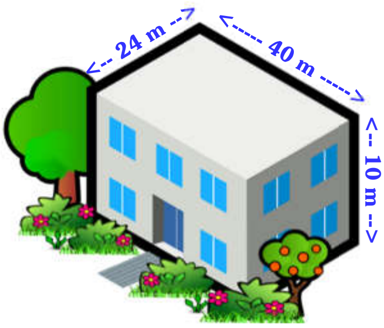
14.- En la ciudad mejicana de Playa del Carmen, un sitio turístico de la Rivera Maya, se ofrecen tres cruceros diferentes para visitar sus costas paradisiacas. El primero tarda 7 días en regresar a puerto, el segundo tarda 10 días y el tercero tarda 15 días. Si los tres cruceros partieron el mismo día, ¿cuántas semanas tardarán en volver a coincidir los tres cruceros?

Si el primero tarda 7 días, el segundo 10 días y el tercero 15 días, volverán a coincidir después de que pasen 15 días, por tanto, el número tiene que ser mayor que ellos tres. Así que, estamos buscando de los múltiplos comunes de los tres, el menor, o lo que es lo mismo el m.c.m. de ambos.

$$\left.\begin{array}{l} 7=7 \\ 10=2\cdot5 \\ 15=3\cdot5 \end{array}\right\} \rightarrow \quad m.c.m.(7,10,15)=2\cdot3\cdot5\cdot7=210 \text{ días}$$

Quiere esto decir que volverán a coincidir pasado 210 días, que en semanas son 210:7=30 semanas.

15.- Mi casa de Almería, tiene la forma de una caja de zapatos y para ahorrar en la factura de la electricidad he pensado en colocar unas placas solares en el tejado que sean cuadradas y lo más grandes posible. Sabiendo que las dimensiones de mi casa son 40 metros de largo por 24 metros de ancho y por 10 metros de alto, ¿Cuánto debe medir el lado de cada una de esas placas? ¿cuántas placas puedo poner?

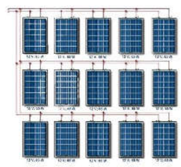


Si quiero colocar placas fotovoltaicas cuadradas los más grandes posible, tengo que calcular el mayor de los divisores comunes, o lo que es lo mismo el máximo común divisor de 24 y de 40, puesto que las placas tienen que ser como máximo de 24 metros (más pequeñas = máximo). Así que, descomponemos y calculamos el MCD:

$$\left.\begin{array}{l} 24=8\cdot3=2^3\cdot3 \\ 40=8\cdot5=2^3\cdot5 \end{array}\right\} \rightarrow \quad M.C.D.(40,24)=2^3=8 \ m$$

(Recuerda que para calcular el MCD se cogían los factores comunes con el menor exponente)

Así que las placas cuadradas miden 8 metros de lado.



Para calcular cuántas placas puedo poner, dividimos 24 entre 8; 24:8=3, así que en el lado que mide 24 m puedo poner 3 placas, y en el otro dividimos 40 entre 8; 40:8=5, así que en el lado de 40 podemos poner 5 placas. Si hacemos un dibujo, podemos observar que en mi tejado se pueden poner 3·5=15 placas solares.

Se pueden poner 15 placas solares.

16.- Una ciudad tiene dos líneas de autobuses: la línea A y la línea B. Los autobuses de la línea A pasan cada 15 minutos y los de la línea B cada 18 minutos. (2 puntos)

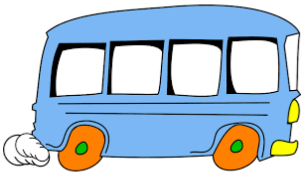
a) Si salen al mismo tiempo a las 7:00h de la mañana, ¿cuándo se volverán a encontrar?

Como se van a encontrar más tarde de 18 minutos, el número resultante será mayor, por tanto, hacemos lo contrario, el mínimo común múltiplo de los números 18 y 15. Para ello antes hemos de descomponer:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad m.c.m.(18,15) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90 \ min$$

Si coinciden cada 90 minutos, volverán a coincidir una hora y media más tarde, es decir a las 8:30 h de la mañana.

b) Si las líneas terminan su recorrido y van a cocheras a las 21:00 h, ¿cuántas veces se encontrarán durante un día?



Si salen a las 7 horas de la mañana y se recogen a las 21 horas, han estado fuera de los garajes:

21 – 7 = 14 horas

Y si coinciden cada 90 minutos, para calcular cuantas veces que coinciden pasamos las horas a minutos y dividiremos:

14 horas x 60 minutos en cada hora = 840 minutos

Y ahora dividiremos para calcular las veces que coinciden:

840 minutos : 90 minutos por cada vez que coinciden = 9 veces

Así que, los autobuses se encuentran 9 veces al día.

17.- ¿Cómo podemos envasar 40 litros de zumo de piña y 24 litros de naranja en recipientes iguales de la mayor capacidad posible?, ¿Cuántos envases en total necesitaremos?

Como nos dicen de envasarlos en recipientes iguales de la mayor cantidad posible, nos están pidiendo el mayor de los divisores común de los números 40 y 24, o lo que es los mismo, el máximo común divisor de 40 y 24, por tanto, descomponemos en factores primos el 40 y el 24 y cogemos los que se repiten con el exponente más pequeño:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad M.C.D.(24,40) = 2^3 = 8 \ litros$$

Así que la capacidad máxima del recipiente será de 8 litros. Y por tanto, necesitaremos:

$$24 \ litros \ de \ zumo \ de \ naranja = 24 : 8 = 3 \ envases$$
$$40 \ litros \ de \ zumo \ de \ piña = 40 : 8 = 5 \ envases$$

Por tanto, necesitaremos 3+5 = 8 envases de 8 litros.

18.- ¿Por qué un número primo, distinto del número 2, ha de terminar forzosamente en 1, 3, 7 o 9? Razona la respuesta.

Queda claro que si es par es múltiplo de 2 y por tanto no es primo, si termina en 5 es múltiplo de 5 y por tanto tampoco primo, así que para que sea primo no nos queda más remedio que el número termine en 1, o en 3, o en 7 o en 9.

19- Una hoja de papel de 18 cm de largo y 24 cm de ancho se quiere dividir en cuadraditos iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuántos cuadraditos saldrán?

Como nos dicen que los vamos a dividir en cuadraditos del mayor tamaño posible, nos están pidiendo el mayor de los divisores común de los números 18 y 24, o lo que es los mismo, el máximo común divisor de 18 y 24, por tanto, descomponemos en factores primos los números 18 y 24 y cogemos los divisores que se repiten con el exponente más pequeño:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad M.C.D.(24,18) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}$$

Así que el mayor tamaño posible de los cuadraditos será de 6 cm. Y por tanto, saldrán:

6	6	6	6
			6
			6

$$24 \text{ cm de ancho} = 24 : 6 = 4 \text{ cuadraditos}$$
$$18 \text{ cm de alto} = 18 : 6 = 3 \text{ cuadraditos}$$

Por tanto, necesitaremos 4·3= 12 cuadraditos de 6 cm de lado.

20.- Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Todo múltiplo de un número es mayor que ese número.

Verdadero porque los múltiplos de un número se consiguen multiplicando dicho número por los números naturales, luego son mayores.

b) Todo número es divisor de su doble y su triple.

Verdadero, el doble y el triple de un número son múltiplos de dicho número, por tanto, el número siempre será divisor de su doble y de su triple.

c) Existe un número que es divisor de todos los números.

Verdadero, todos los números se pueden dividir por 1.

d) Todos los números impares son primos.

Falso, porque el 15 es impar y no es primo, es múltiplo de 3 y de 5.

e) Todos los números primos son impares.

Falso, porque el 2 es par y es primo.

21.- Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. "en tres números consecutivos siempre hay un múltiplo de 3".

Es Verdadera porque no podemos escribir tres números consecutivos sin que haya uno que sea múltiplo de 3.

Los múltiplos de 3 son: 3, 6, 9, 12, 15 ...., es decir los números de la tabla del 3.

Como podemos ver, entre cada dos múltiplos de 3 solo hay otros dos números:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18....

Así que, como podemos ver, no es posible escribir tres números consecutivos sin escribir algún múltiplo de 3.

22.– Una fábrica de coches envía un camión de coches a Sevilla cada 24 días, otro a Málaga cada 36 días y por último otro a Granada cada 48 días. Si un determinado día coinciden los tres camiones, ¿cuántos días tardarán en volver a coincidir? (1,25 puntos)

Si la fábrica hace envíos cada 24, cada 36 y cada 48 días, volverán a coincidir como mínimo después de 48 días, por tanto, nos piden calcular el mínimo común múltiplo:
Vamos primero a descomponer en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 24 = 2^3 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 36 = 2^2 \cdot 3^2 \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 48 = 2^4 \cdot 3$$

$$m.c.m.\{24,36,48\} = 2^4 \cdot 3^2 = 144$$

Por tanto, los tres camioneros coincidirán pasados 144 días.

23.– Un autobús de línea sale cada 32 minutos y otro cada 40. Si los dos conductores comienzan sus jornadas a las 9 h:

a) ¿a qué hora volverán a encontrarse?

Si uno sale cada 32 minutos y el otro cada 40 minutos, volverán a coincidir como mínimo cada 40 minutos, así que el número será mayor o igual que los dos, por tanto, nos están pidiendo calcular el menor de los múltiplos comunes a 32 y 40, o lo que es lo mismo el mínimo común múltiplo. Así que los descomponemos en factores primos y cogemos los que se repiten y los que no, con el exponente más grande:

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 32 = 2^5 \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 40 = 2^3 \cdot 5 \rightarrow m.c.m.(32,40) = 2^4 \cdot 5 = 160 \text{ minutos}$$

Luego coinciden pasados 160 minutos, o lo que es lo mismo 2 horas y 40 minutos pasadas las 9 de mañana, por tanto, coinciden a las 11:40.

b) ¿Cuántas salidas habrán hecho cada uno hasta ese momento?

El primero habrá dado 160:32 = 5 vueltas y el segundo habrá dado 160: 40 = 4 vueltas.

Por tanto, los conductores se reencuentran a las 11:40 h. El primer chófer ha hecho su recorrido 5 veces y el segundo 4.

24.– Fátima organiza una fiesta para sus amigos, para ello, prepara unas tarjetas de invitación que enviará en sobres por correo. Las tarjetas se venden en paquetes de 6 unidades y cuestan 20 dirhams el paquete. Los sobres se venden en paquetes de 8 y cuestan 10 dirhams el paquete. (1,5 puntos)

a) ¿Cuál es el número mínimo de personas que invitará para que no le sobren ni tarjetas ni sobres?

Si los sobres se venden de 8 en 8 y las tarjetas de 6 en 6, tenemos que comprar el menor de los múltiplos comunes a estos dos números, es decir el m.c.m. de 6 y 8 para que no sobren ni sobres ni tarjetas.

$$\left.\begin{array}{l} 6=2\cdot 3 \\ 8=2^3 \end{array}\right\} \rightarrow \quad m.c.m\,(6,8)=2^3\cdot 3=24 \text{ personas}$$

Para calcular el mínimo común múltiplo, una vez factorizados los números, cogemos los que se repiten y los que no se repiten con el mayor exponente, y en este caso serían el 2^3 y el 3.

Sobres	8	16	24	32	40	48
Tarjetas	6	12	18	24	30	36

Así que Fátima invitará a 24 personas.

b) ¿Cuánto se gastará en las invitaciones?

- Si cada paquete de tarjetas cuesta 20 dh y se compran 24:6=4, en tarjetas se gasta 20·4=80 dh
- Si cada paquete de sobres cuesta 10 dh y se compran 24:8=3, en sobres se gasta 10·3=30 dh

Por tanto, Fátima se gasta en total: 80 + 30 = 110 dh

25.- En un vecindario, un camión de helados pasa cada 8 días y un *food truck* pasa cada dos semanas. Se sabe que 15 días atrás ambos vehículos pasaron en el mismo día. Pedro cree que dentro de un mes los vehículos volverán a encontrarse y Oscar cree esto ocurrirá dentro de dos semanas. ¿Quién está en lo cierto?

Si uno pasa cada 8 días y otro cada 14 días, volverán a encontrarse de nuevo después del mínimo común múltiplo de 8 y de 14 días, que es:

$$m.c.m.(8,14)=2^3\cdot 7=56$$

Por tanto, coincidirán otra vez dentro de 56 días.

Si coincidieron hace 15 días, volverán a coincidir dentro de 56 – 15 = 41 días.

Por tanto, ninguno de los dos tiene razón porque ni coinciden dentro de 15 días, ni de 30, sino que lo harán en 41 días.

26.- Explica cómo podemos saber si un número es divisible por 7, y aplícalo al número diecisiete mil trescientos cuarenta y seis.

Para saber si un número es divisible entre 7 hay que restar el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades. Si el resultado es 0 o múltiplo de 7 entonces el número es divisible entre 7. Si el resultado es diferente, el número no sería divisible entre 7.

$$17346 \quad \rightarrow \quad 1734-6\cdot 2=1734-12=1722 \quad \rightarrow \quad 172-2\cdot 2=172-4=168 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 16-2\cdot 8=16-16=0$$

Por tanto, el 17.346 es divisible por 7.

27.- Un cine tiene un número de asientos comprendido entre 200 y 250. Sabemos que el número de entradas vendidas para completar el aforo es múltiplo de 4, de 6 y de 10. ¿Cuántos asientos tiene el cine?

Tenemos que buscar un múltiplo común a 4, 6 y 10 que esté entre esos dos números, el 200 y 240.

La manera más fácil es calcular el mínimo común múltiplo de 4, 6 y 10 y después multiplicar por 2 , 3 , 4 ... y así sucesivamente hasta encontrar un número que esté entre esos dos.

$$m.c.m.(4,6,10)=2^2\cdot 3\cdot 5=60$$

Por tanto, 60 x 2 = 120, 60 x 3 = 180, 60 x 4 = 240; 60 x 5 = 300 .....

El cine tiene 240 asientos.

28.- Continuará

2024