11 Tri‡ngulos

1. Construcción de triángulos

PIENSA Y CALCULA

Justifica si se pueden dibujar los siguientes triángulos conociendo los datos:

a) Tres lados cuyas longitudes son 1 cm, 2 cm y 3 cm

b) Un lado de 8 cm y dos ángulos que están junto a él, de 60° y 120°

Solución:

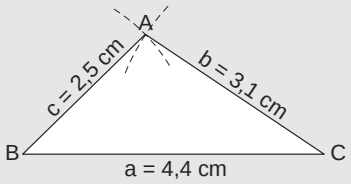
a) No, porque la suma de 1 y 2 no es mayor que 3

b) No, porque los dos ángulos suman 180°

APLICA LA TEORêA

1 Dibuja un tri‡ngulo cuyos lados midan a = 4,4 cm, b = 3,1 cm y c = 2,5 cm

Soluci—n:



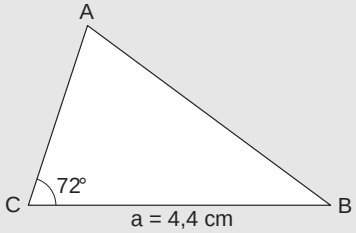
2 ÀEs posible dibujar un tri‡ngulo cuyos lados sean 12 cm, 4 cm y 6 cm? Justifica tu respuesta.

Soluci—n:

No, porque la suma de los dos lados menores no es mayor que el lado mayor.

3 Construye un tri‡ngulo cuyos lados sean a = 4,4 cm y b = 2,8 cm y el ‡ngulo comprendido entre ellos C = 72¡

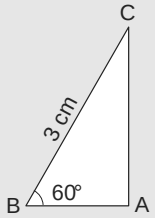
Soluci—n:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

34 Un tri‡ngulo rect‡ngulo tiene una hipotenusa de 3 cm y un ‡ngulo de 60¡. Dibuja el tri‡ngulo.

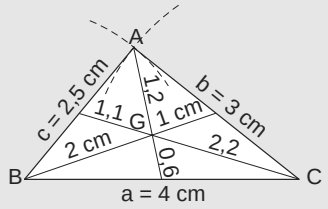
Soluci—n:



2. Medianas y alturas de un tri‡ngulo

35 Construye un tri‡ngulo cuyos lados sean a = 4 cm, b = 3 cm y c = 2,5 cm. Dibuja en ŽI las tres medianas y se–ala el baricentro. Comprueba midiendo que el baricentro divide a las medianas en dos segmentos y uno es el doble del otro.

Soluci—n:

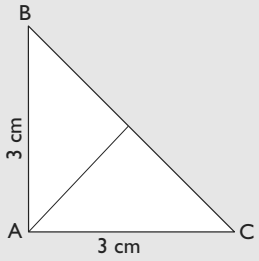


36 Construye un tri‡ngulo rect‡ngulo de forma que la altura sobre la hipotenusa coincida con la mediana.

Soluci—n:

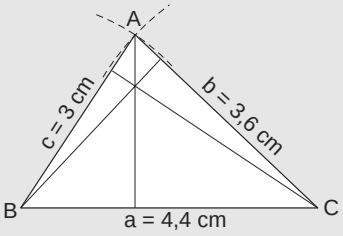
El tri‡ngulo tiene que ser rect‡ngulo e is—sceles.

Por ejemplo:



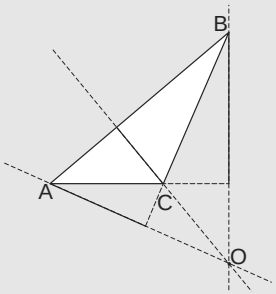
37 Construye un tri‡ngulo de lados 44 mm, 36 mm y 30 mm, y dibuja las tres alturas.

Soluci—n:



38 Dibuja un tri‡ngulo obtus‡ngulo y las tres alturas. Se–ala el ortocentro.

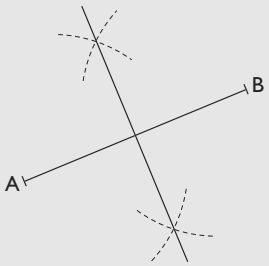
Soluci—n:



3. Mediatrices y bisectrices de un tri‡ngulo

39 Dibuja un segmento de 3,5 cm y traza su mediatriz con regla y comp‡s.

Soluci—n:

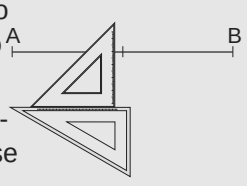


40 Dibuja un segmento de 3,2 cm y traza su mediatriz usando solo las reglas.

Soluci—n:

a) Se halla el punto medio del segmento midiendo con la regla.

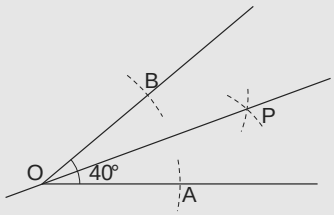
b) Con ayuda de una escuadra y un cartab—n se traza la perpendicular.



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

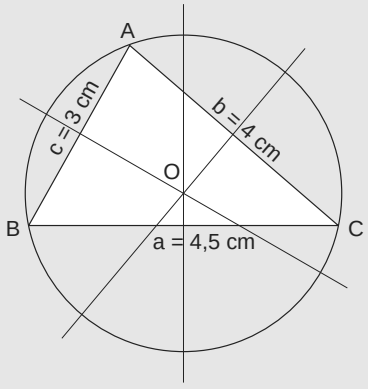
41 Dibuja un ‡ngulo agudo de 40¡ y traza su bisectriz con regla y comp‡s.

Soluci—n:



42 Construye el tri‡ngulo de lados 3 cm, 4 cm y 4,5 cm y dibuja las mediatrices y la circunferencia circunscrita.

Soluci—n:

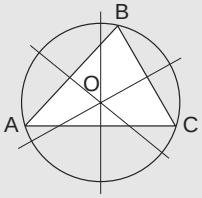


43 Dibuja un tri‡ngulo, se–ala d—nde est‡ el circuncentro y dibuja la circunferencia circunscrita en los siguientes casos:

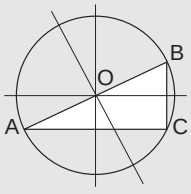
a) Acut‡ngulo. b) Rect‡ngulo. c) Obtus‡ngulo.

Soluci—n:

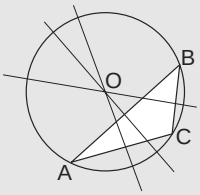
a) Interior.



b) Punto medio de la hipotenusa.

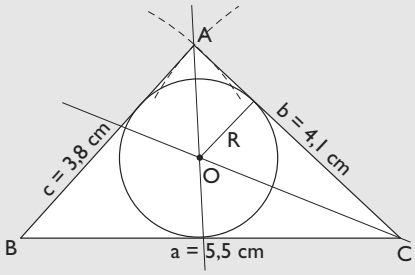


c) Exterior.



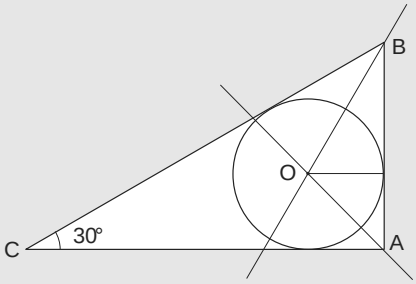
44 Construye un tri‡ngulo cuyos lados midan 55 mm, 41 mm y 38 mm. Dibuja el incentro y la circunferencia inscrita.

Soluci—n:



45 Dibuja un tri‡ngulo rect‡ngulo con un ‡ngulo agudo de 30¡. Dibuja la circunferencia inscrita.

Soluci—n:



4. Teorema de Pit‡goras

46 Calcula la longitud de la hipotenusa de un tri‡ngulo rect‡ngulo cuyos catetos miden:

a) 6 cm y 8 cm b) 12 mm y 16 mm

c) 5 m y 10 m d) 7 dm y 7 dm

Soluci—n:

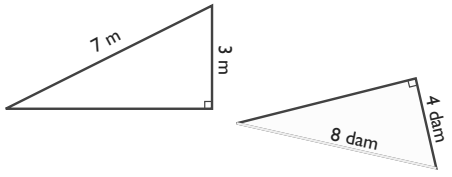
a) $a^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ $a = \sqrt{100} = 10$ cm

b) $a^2 = 12^2 + 16^2 = 400$ $a = \sqrt{400} = 20$ mm

c) $a^2 = 5^2 + 10^2 = 125$ $a = \sqrt{125} = 11{,}18$ m

d) $a^2 = 7^2 + 7^2 = 98$ $a = \sqrt{98} = 9{,}9$ dm

47 Halla la longitud de los catetos de los siguientes tri‡ngulos:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Soluci—n:

$b^2 + 3^2 = 7^2 \quad b^2 = 40 \quad b = \sqrt{40} = 6{,}32$ m

$b^2 + 4^2 = 8^2 \quad b^2 = 48 \quad b = \sqrt{48} = 6{,}93$ dam

48 Comprueba cu‡les de las siguientes ternas de longitudes forman un tri‡ngulo rect‡ngulo:

a) 12 cm, 16 cm y 20 cm

b) 6 m, 7 m y 10 m

c) 4 dam, 5 dam y 12 dam

d) 15 mm, 20 mm y 25 mm

Soluci—n:

a) $12^2 + 16^2 = 20^2$ S'.

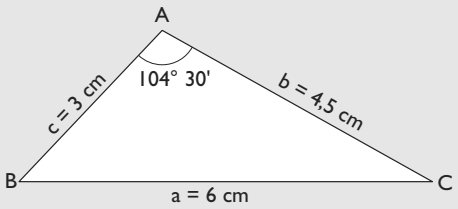
b) $6^2 + 7^2 \quad 10^2$ No.

c) $4^2 + 5^2 \quad 12^2$ No.

d) $15^2 + 20^2 = 25^2$ S'.

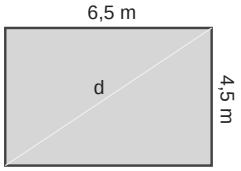
49 Comprueba que el tri‡ngulo de 6 cm, 4,5 cm y 3 cm de lados no es rect‡ngulo, y di si es obtus‡ngulo.

Soluci—n:



No es rect‡ngulo. Es obtus‡ngulo.

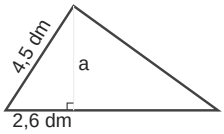
50 Calcula la longitud de la diagonal del rect‡ngulo de la figura:



Soluci—n:

$d^2 = 4{,}5^2 + 6{,}5^2 = 62{,}5 \quad d = \sqrt{62{,}5} = 7{,}91$ m

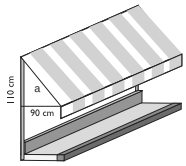
51 Calcula la longitud de la altura del tri‡ngulo de la figura:



Soluci—n:

$a^2 + 2{,}6^2 = 4{,}5^2 \quad a^2 = 13{,}49 \quad a = \sqrt{13{,}49} = 3{,}67$ m

52 Deseamos un toldo como el del dibujo, que sobresalga de la pared 90 cm. Calcula la longitud, a, de la ca'da del toldo.



Soluci—n:

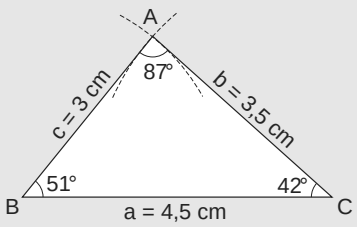
$a^2 = 110^2 + 90^2 = 20\,200$

$a = \sqrt{20\,200} = 142{,}13$ cm = 1,42 m

Para ampliar

53 Construye un tri‡ngulo cuyos lados midan 30 mm, 35 mm y 45 mm. Mide sus ‡ngulos con el transportador y di c—mo es el tri‡ngulo segœn los ‡ngulos.

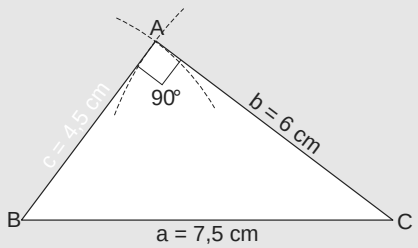
Soluci—n:



Acut‡ngulo.

54 Los lados de un tri‡ngulo miden 4,5 cm, 6 cm y 7,5 cm. Dibœjalo y di quŽ tipo de tri‡ngulo es.

Soluci—n:

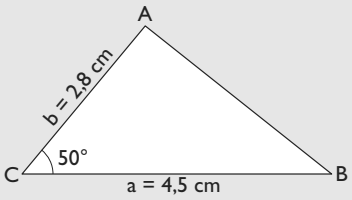


$4{,}5^2 + 6^2 = 7{,}5^2$. Rect‡ngulo.

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

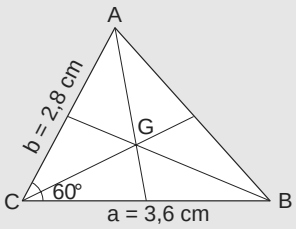
55 Construye un tri‡ngulo que tenga un ‡ngulo de 50¡ y que los lados que lo forman midan 4,5 cm y 2,8 cm

Soluci—n:



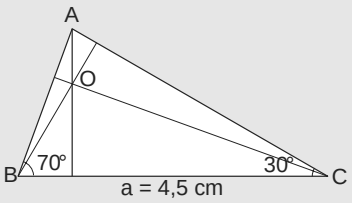
56 Dibuja un tri‡ngulo que tenga un ‡ngulo de 60¡ y los lados que lo forman 3,6 cm y 2,8 cm. Traza las medianas y se–ala el baricentro.

Soluci—n:

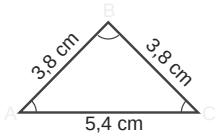


57 Construye un tri‡ngulo de lado a = 4,5 cm y los ‡ngulos B = 30¡ y C = 70¡. Traza las alturas y se–ala el ortocentro.

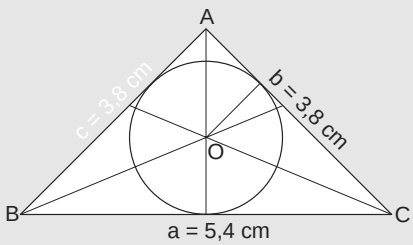
Soluci—n:



58 En el tri‡ngulo de la figura dibuja las bisectrices y la circunferencia inscrita.

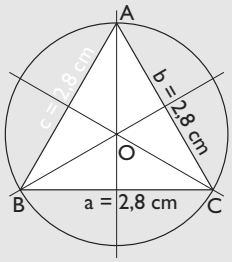


Soluci—n:



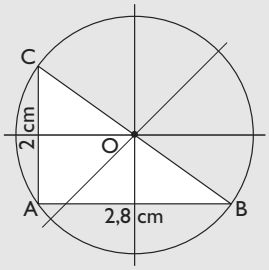
59 Construye un tri‡ngulo equil‡tero de 2,8 cm de lado. Traza las mediatrices y dibuja la circunferencia circunscrita.

Soluci—n:



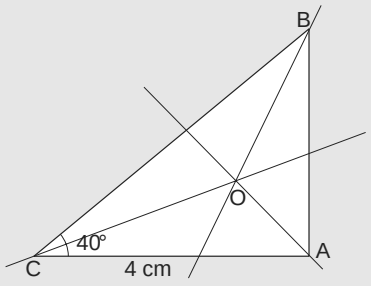
60 Dibuja un tri‡ngulo rect‡ngulo cuyos catetos midan 2,8 cm y 2 cm. Dibuja la circunferencia circunscrita.

Soluci—n:



61 Construye un tri‡ngulo rect‡ngulo que tenga un cateto que mida 4 cm, y un ‡ngulo agudo de 40¡. Dibuja las bisectrices.

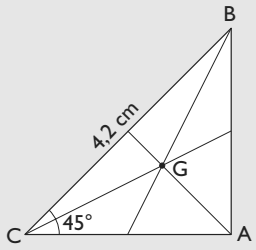
Soluci—n:



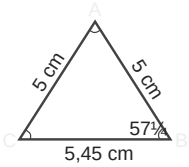
62 Construye un tri‡ngulo rect‡ngulo que tenga una hipotenusa de 4,2 cm y un ‡ngulo agudo de 45¡. Dibuja las medianas y se–ala el baricentro.

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Soluci—n:



63 ÀCu‡nto mide el ‡ngulo A en el dibujo?

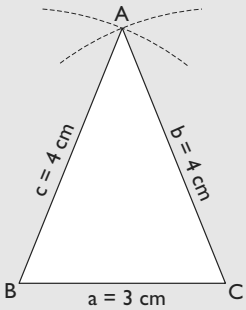


Soluci—n:

A = 180¡ Ð 2 á 57¡ = 66¡

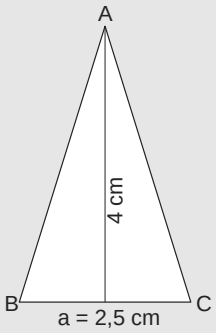
64 Construye un tri‡ngulo is—sceles de 3 cm de lado desigual y 4 cm de lados iguales.

Soluci—n:

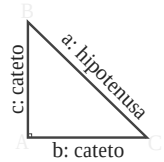


65 Dibuja un tri‡ngulo is—sceles de lado desigual a = 2,5 cm y altura sobre el lado a de 4 cm

Soluci—n:



66 Calcula en cada caso el lado que falta:



a) b = 10 dm y c = 6 dm

b) b = 12 cm y c = 16 cm

c) a = 30 dam y c = 20 dam

d) a = 10 m y b = 8 m

Soluci—n:

a) $a^2 = 10^2 + 6^2 = 136$ $a = \sqrt{136} = 11{,}66$ dm

b) $a^2 = 12^2 + 16^2 = 400$ $a = \sqrt{400} = 20$ cm

c) $b^2 + 20^2 = 30^2$ $b^2 = 500$ $b = \sqrt{500} = 22{,}36$ dam

d) $8^2 + c^2 = 10^2$ $c^2 = 36$ $c = \sqrt{36} = 6$ m

67 Calcula la hipotenusa de un tri‡ngulo rect‡ngulo is—sceles sabiendo que el valor del cateto es:

a) 3 m

b) 5 dm

c) 4,5 cm

d) 12 mm

Soluci—n:

a) $a^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ $a = \sqrt{18} = 4{,}24$ m

b) $a^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ $a = \sqrt{50} = 7{,}07$ dm

c) $a^2 = 4{,}5^2 + 4{,}5^2 = 40{,}5$ $a = \sqrt{40{,}5} = 6{,}36$ cm

d) $a^2 = 12^2 + 12^2 = 288$ $a = \sqrt{288} = 16{,}97$ mm

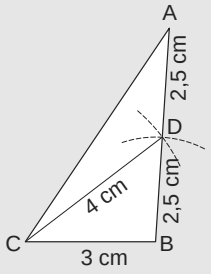
© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Problemas

68 Construye un tri‡ngulo del que conocemos el lado c = 5 cm, el lado a = 3 cm y la mediana que va desde el vŽrtice C al lado c, que mide 4 cm

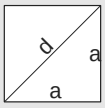
Soluci—n:

Primero se dibuja el tri‡ngulo BCD y despuŽs se completa.



69 El per'metro de un cuadrado mide 28 m. ÀCu‡nto mide la diagonal?

Soluci—n:

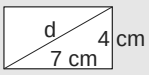


Lado: a = 28 : 4 = 7 m

$d^2 = 7^2 + 7^2 = 98$ $d = \sqrt{98} = 9{,}9$ m

70 En un rect‡ngulo de lados 4 cm y 7 cm, calcula la longitud de la diagonal.

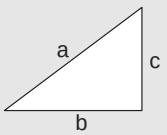
Soluci—n:



$d^2 = 4^2 + 7^2 = 65$ $d = \sqrt{65} = 8{,}06$ cm

71 Halla mentalmente los lados de un tri‡ngulo rect‡ngulo sabiendo que son nœmeros enteros consecutivos menores que 7

Soluci—n:

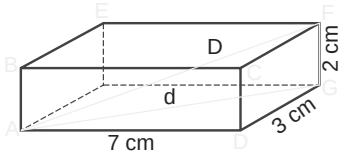


c = 3

b = 4

a = 5

72 Calcula la diagonal del ortoedro de la figura:



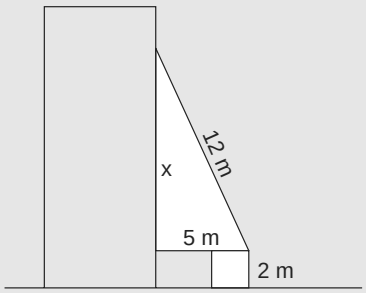
Soluci—n:

$d^2 = 7^2 + 3^2 = 58$ $d = \sqrt{58}$

$D^2 = 58 + 2^2 = 62$ $D = \sqrt{62} = 7{,}87$ cm

73 Una escalera de bomberos que mide 12 m de largo est‡ situada en la plataforma de un cami—n a 2 m de altura y a 5 m de la pared. Calcula la altura a la que llega la escalera.

Soluci—n:

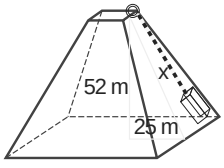


Altura: x + 2 m

$x^2 + 5^2 = 12^2$ $x^2 = 119$ $x = \sqrt{119} = 10{,}91$

Altura: 10,91 + 2 = 12,91 m

74 Sobre la construcci—n de la pir‡mide se ha situado una grœa para arrastrar la carga. ÀQuŽ longitud de cuerda se necesita para subir la carga por la cara de la pir‡mide?

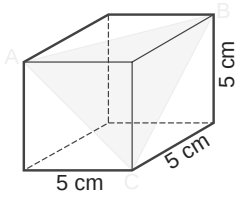


Soluci—n:

$x^2 = 52^2 + 25^2 = 3\,329$ $x = \sqrt{3\,329} = 57{,}7$ m

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

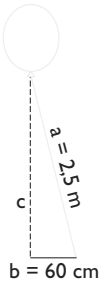
75 Calcula la longitud de los lados del tri‡ngulo que se forma uniendo los tres vŽrtices de un cubo.



Soluci—n:

$a^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \quad a = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm

76 Un globo est‡ sujeto a una cuerda de 2,5 m y observamos que se ha desplazado 60 cm por el viento. ÀA quŽ altura est‡ el globo?



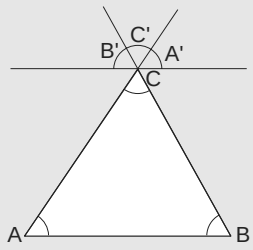
Soluci—n:

$60^2 + c^2 = 2{,}5^2 \quad c^2 = 5{,}89 \quad c = \sqrt{5{,}89} = 2{,}43$ m

Para profundizar

77 Dibuja un tri‡ngulo y traza una paralela a un lado por un vŽrtice. Justifica sobre el dibujo que la suma de los tres ‡ngulos de un tri‡ngulo suman 180¡

Soluci—n:



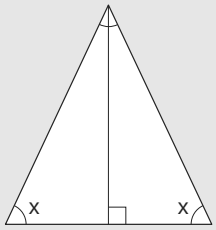
$A = A\tilde{O}, B = B\tilde{O}, C = C\tilde{O}$
por tener los lados paralelos y en la misma direcci—n.

$A\tilde{O} + B\tilde{O} + C\tilde{O} = 180¡$

Luego, $A + B + C = 180¡$

78 ÀPuede ser obtuso el ‡ngulo contiguo del lado desigual de un tri‡ngulo is—sceles?

Soluci—n:



No, porque cada ‡ngulo igual debe ser 90¡ menos la mitad del ‡ngulo desigual.

$$x = 90 - \frac{}{2}$$

79 ÀPuede ser equil‡tero un tri‡ngulo rect‡ngulo?

Soluci—n:

No. La hipotenusa es mayor que los catetos.

80 ÀC—mo ha de ser un tri‡ngulo para que sus medianas coincidan con las tres alturas?

Soluci—n:

Equil‡tero.

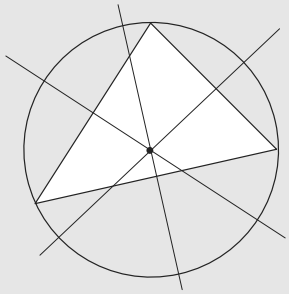
81 ÀC—mo ha de ser un tri‡ngulo para que solo una mediana coincida con una altura?

Soluci—n:

Is—sceles.

82 Dibuja un tri‡ngulo cualquiera y encuentra un punto que estŽ a la misma distancia de los tres vŽrtices. ÀQuŽ punto es?

Soluci—n:

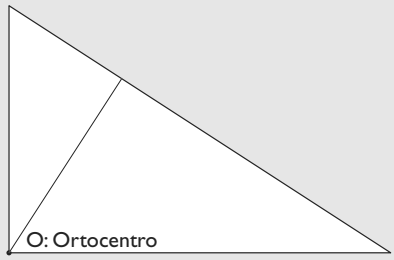


El circuncentro.

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

83 Si las tres alturas de un tri‡ngulo se cortan en un vŽrtice, ÀquŽ se puede afirmar del tri‡ngulo?

Soluci—n:

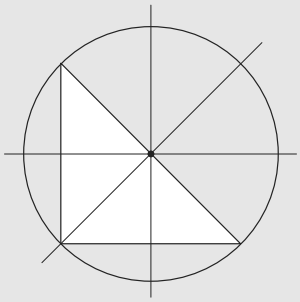


Es rect‡ngulo.

84 Una mediatriz de un tri‡ngulo es paralela a uno de los lados. ÀC—mo es el tri‡ngulo? Dibœjalo. Dibuja la circunferencia circunscrita.

Soluci—n:

Si una mediatriz es paralela a un lado, los dos lados son perpendiculares.



85 Construye un tri‡ngulo del que conocemos el lado a = 4 cm, el lado b = 3,4 cm y la altura sobre el lado a, que representamos por h_a = 2,3 cm

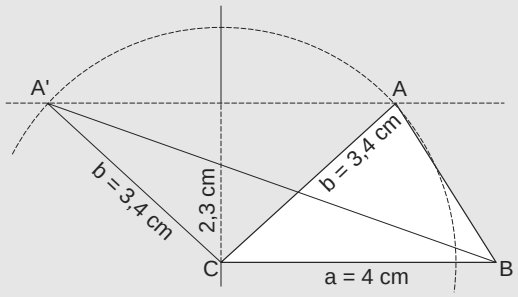
Soluci—n:

¥ Se dibuja el lado a = 4 cm de extremos B y C

¥ Se dibuja una paralela a BC a 2,3 cm de ella.

¥ Con centro en C y radio 3,4 cm se traza un arco que cortar‡ a la paralela en dos puntos A y AÕ

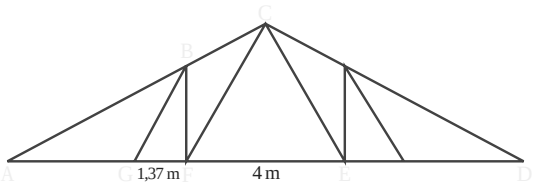
¥ Hay dos soluciones: ABC y AÕBC



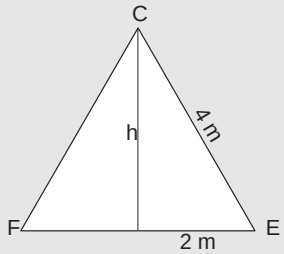
© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Aplica tus competencias

86 El dibujo representa un entramado metálico que soporta el tejado de una nave industrial. El entramado es simétrico y la figura FCE es un triángulo equilátero. Se sabe que la viga BF debe tener un 69,65% de la longitud de la altura del triángulo equilátero. Calcula la longitud que deben tener las vigas BF y BG



Solución:



Altura del triángulo CFE:

$h^2 + 2^2 = 4^2 \quad h^2 = 12 \quad h = \sqrt{12} = 3{,}46$ m

BF = 3,46 · 0,6965 = 2,41 m

$BG^2 = 1{,}37^2 + 2{,}41^2 = 7{,}685$

$BG = \sqrt{7{,}685} = 2{,}77$ m

Comprueba lo que sabes

1 Define «circuncentro» y explica su posición según el tipo de triángulo.

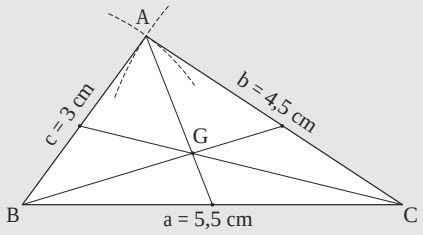
Solución:

El **circuncentro** de un triángulo es el punto de corte de las tres mediatrices. Está a la misma distancia de los tres vértices.

El circuncentro está en el interior si el triángulo es acutángulo, en el punto medio de la hipotenusa si es rectángulo y en el exterior si es obtusángulo.

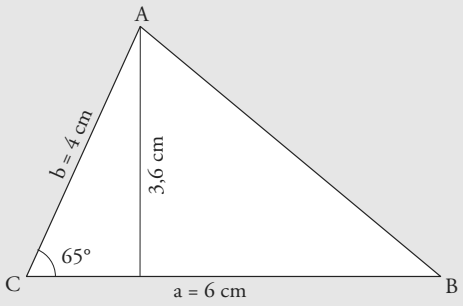
2 Construye un triángulo cuyos lados sean a = 55 mm, b = 45 mm y c = 30 mm. Dibuja en él las tres medianas.

Solución:



3 Construye un triángulo de lados a = 6 cm y b = 4 cm, y el ángulo comprendido entre ellos C = 65°. Dibuja la altura sobre el lado **a** y mídela.

Solución:

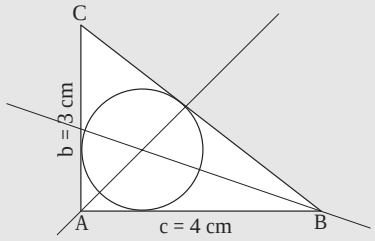


© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Comprueba lo que sabes

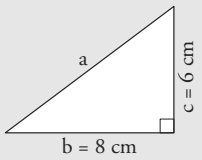
4 Dibuja un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm, y su circunferencia inscrita.

Solución:



5 Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm

Solución:

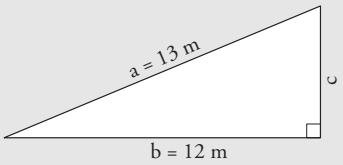


$a^2 = b^2 + c^2 \quad a^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$a = \sqrt{100} = 10$ cm

6 Halla la longitud de un cateto de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 13 m y un cateto 12 m

Solución:

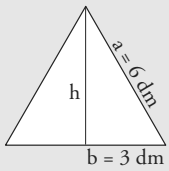


$b^2 + c^2 = a^2 \quad 12^2 + c^2 = 13^2 \quad c^2 = 25$

$c = \sqrt{25} = 5$ m

7 Calcula la altura de un triángulo equilátero de 6 dm de lado.

Solución:

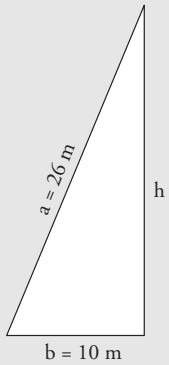


$h^2 + b^2 = a^2 \quad h^2 + 3^2 = 6^2 \quad h^2 = 27$

$h = \sqrt{27} = 5{,}2$ dm

8 Javier está volando una cometa sujeta por una cuerda de 26 m, y ésta se encuentra sobre un río que está a 10 m de Javier. ¿A qué altura está del suelo la cometa?

Solución:



$h^2 + b^2 = a^2 \quad h^2 + 10^2 = 26^2 \quad h^2 = 576$

$h = \sqrt{576} = 24$ m

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Paso a paso

87 Dibuja un triángulo cualquiera y traza las medianas. Mide y comprueba que la longitud desde el baricentro a un vértice es el doble de la longitud del baricentro al punto medio del lado opuesto.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

88 Dibuja un triángulo y halla el ortocentro.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

89 Dibuja un triángulo, las mediatrices y la circunferencia circunscrita.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Practica

90 Dibuja un triángulo cuyos lados midan a = 6 cm, b = 5 cm y c = 4 cm

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

91 Construye el triángulo de lados a = 6 cm, b = 5,4 cm y el ángulo C = 50°

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

92 **Internet.** Abre la web: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

© Grupo Editorial Bruño, S.L.