

5 Números enteros

INTRODUCCIÓN

El concepto de número entero negativo implica la inclusión en el sistema numérico de unos números que superan el concepto de cantidad que mostraban los números naturales. Por medio de ejemplos sencillos y cotidianos se mostrará a los alumnos la necesidad de su utilización.

Es preciso afianzar la representación numérica de los números enteros, la existencia de signos que les preceden, su orden y la posibilidad de realizar comparaciones.

Mediante conceptos como *añadir*, *tener*, *sobre*, *más que*, y otros como *reducir*, *menos que*, *deber*, las reglas de los signos y el uso de los paréntesis, realizaremos operaciones básicas con números enteros.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Los *números enteros* son los números naturales precedidos de los signos + y –.
- El *mayor de dos números enteros* es el que está situado más a la derecha en la recta numérica.
- *Valor absoluto* de un número entero es el número natural que resulta de eliminar su signo.
- Para *sumar* dos números enteros del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo. Si tienen distinto signo, se restan sus valores absolutos y se pone el signo del número mayor.
- Para *restar* dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.
- Para *multiplicar* dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. Se añade el signo + si los dos factores tienen igual signo, y signo – si tienen signos distintos.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el significado de los números enteros: positivos y negativos.	<ul style="list-style-type: none"> • Números negativos y positivos. • Números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de los números enteros en diversos contextos y situaciones de la vida real.
2. Representar, ordenar y comparar números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Recta numérica. Representación y comparación de números enteros. • Valor absoluto. • Opuesto de un número. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación y comparación de números enteros en la recta numérica. • Comparación de números enteros a partir de su valor absoluto.
3. Realizar sumas y restas con números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta de números enteros. • Operaciones combinadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realización de operaciones de suma y resta de números enteros. • Uso correcto de los signos y paréntesis.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones con números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación y división de números enteros. • Regla de los signos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realización de operaciones de multiplicación y división de números enteros. • Uso de la regla de los signos para agilizar las operaciones.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

5

OBJETIVO 1

SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

NÚMEROS NEGATIVOS

En nuestra vida diaria observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) Hemos dejado el coche aparcado en el segundo sótano.
- b) El submarino está a ciento veinte metros bajo el nivel del mar.
- c) Hace una temperatura de cuatro grados bajo cero.
- d) Tu cuenta está en números rojos, debes 160 euros.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) El coche está en la planta -2 . Se lee «menos dos».
- b) El submarino está a -120 . Se lee «menos 120».
- c) Hace una temperatura de -4 °C. Se lee «menos cuatro».

-2 , -120 , -4 , -160 son **números negativos**.

Expresan cantidades, situaciones, medidas, cuyo valor es **menor que cero**.

Les precede el signo **menos (-)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *menos que, deber, bajo, disminuir o restar*.

1 Expresa con números negativos.

- a) La cueva está a cincuenta y cinco metros de profundidad.
- b) La sección de juguetes está en el tercer sótano.
- c) La temperatura es de un grado bajo cero.

2 Escribe situaciones que representen estos números negativos.

- a) -2 :
- b) -5 :
- c) -10 :

NÚMEROS POSITIVOS

Por otro lado, también observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) La ropa vaquera está en la tercera planta.
- b) La gaviota está volando a cincuenta metros sobre el nivel del mar.
- c) ¡Qué calor! Estamos a treinta grados sobre cero.
- d) Tengo en el banco 160 €.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) La ropa vaquera está en la planta $+3$. Se lee «más tres».
- b) La gaviota vuela a $+50$ m. Se lee «más cincuenta».
- c) ¡Qué calor! Estamos a $+30$ °C. Se lee «más treinta».

$+3$, $+50$, $+30$, $+160$ son **números positivos**.

Expresan cantidades, situaciones o medidas, cuyo valor es **mayor que cero**.

Les precede el signo **más (+)**.

Se asocian a expresiones del tipo: *más que, tengo, sobre, aumentar o añadir*.

3 Expresa con números positivos las siguientes expresiones.

- a) Estamos a treinta y dos grados sobre cero.
- b) El avión vuela a mil quinientos metros sobre el nivel del mar.
- c) El monte tiene una altura de ochocientos metros.
- d) La cometa puede volar a ochenta metros.

4 Escribe situaciones que representen estos números positivos.

- a) +3:
- b) +10:
- c) +45:

Los números positivos, negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.

Positivos: +1, +2, +3, +4, +5, +6, ... (naturales con signo +)

Negativos: -1, -2, -3, -4, -5, -6, ...

Cero: 0

5 Expresa con un número entero estas situaciones.

- a) El helicóptero vuela a 150 m.
- b) Estoy flotando en el mar.
- c) El termómetro marca 4 grados bajo cero.
- d) El Everest mide 8.844 m.
- e) Ana tiene una deuda de 46 €.
- f) Te espero en la planta baja.

6 Representa con un dibujo los botones del ascensor de un edificio que tiene 7 plantas, una planta baja y 4 plantas para aparcar.**7 Un termómetro ha marcado las siguientes temperaturas (en °C) durante una semana. Exprésalo con números enteros.**

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
Dos sobre cero	Cinco sobre cero	Cero grados	Tres bajo cero	Dos sobre cero	Uno bajo cero	Cinco sobre cero

5

OBJETIVO 2

REPRESENTAR, ORDENAR Y COMPARAR NÚMEROS ENTEROS

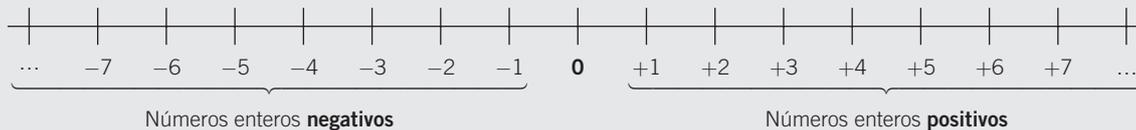
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS. ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA

Ya conocemos la recta en la que se representan los números naturales, incluyendo el cero. Ahora vamos a representar los números enteros.

- 1.º Dibujamos una recta.
- 2.º Señalamos el origen O , que es el valor cero 0 .
- 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
- 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
- 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa que los números están ordenados:



- 1** Representa en una recta los siguientes números enteros: $+8, -9, +5, 0, -1, +6, -7, +11, -6$.

- 2** Representa en una recta numérica los números -5 y $+5$.

- a) Señala de rojo los números enteros entre -5 y 0 .
- b) Señala de azul los números enteros entre $+5$ y 0 .
- c) ¿Qué observas?

- 3** Considera los siguientes números: $-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$.

- a) Representalos en la recta numérica.
- b) ¿Cuál está más alejado del origen?
- c) ¿Y cuál está más cercano?
- d) Escribe, para cada uno de ellos, otro número situado a igual distancia del origen que él.

- 4** En una ciudad el termómetro osciló entre las siguientes temperaturas.

Máxima: $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Mínima: $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) Representa ambos valores en una recta numérica.
- b) Indica si pudieron marcarse estas temperaturas: $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$, $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- c) Representa las temperaturas en la recta numérica.

5

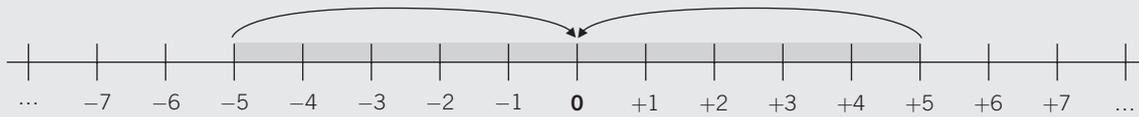
VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

- El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que le separa del cero en la recta numérica.
- En la práctica se escribe entre dos barras $| |$ y resulta el mismo número sin su signo.
Valor absoluto de -3 se escribe $|-3|$ y es 3.
Valor absoluto de $+5$ se escribe $|+5|$ y es 5.



Observa que:

$$|+5| = 5 \quad \text{y} \quad |-5| = 5$$



- Los números $+5$ y -5 están a la misma distancia del origen: 5 unidades.
- Se dice que son números opuestos y se escriben así:
 $\text{op } (+5) = -5$ $\text{op } (-5) = +5$
- Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto.

10 Completa la siguiente tabla.

VALOR ABSOLUTO	RESULTADO	SE LEE
$ +10 $	10	El valor absoluto de -10 es 10.
$ -8 $		
	7	
	7	
$ -9 $		
		El valor absoluto de -15 es 15.

11 Representa en la recta numérica los siguientes números enteros.

- a) $+7$ y -7 b) $+4$ y -4 c) -6 y $+6$ d) $+10$ y -10

¿Qué observas? ¿Cómo son estos números?

12 Para cada número entero, halla su número opuesto y represéntalo en una recta numérica.

- a) -3 b) -12 c) $+9$ d) $+8$

COMPARACIÓN DE DOS O MÁS NÚMEROS ENTEROS A PARTIR DEL VALOR ABSOLUTO

- Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.
- Entre dos o más números enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto (se encuentra a menos distancia del origen 0, valor cero).

EJEMPLO

$+7 > +3$ porque: $|+7| = 7$ y $|+3| = 3$ $7 > 3$
 $-4 > -6$ porque: $|-4| = 4$ y $|-6| = 6$ 4 unidades están más cerca del cero que 6 unidades.

13 Escribe el signo que corresponda, $<$ o $>$, para los siguientes números.

a) $+7 \bigcirc +10$

c) $-5 \bigcirc 0$

e) $-10 \bigcirc -8$

g) $+11 \bigcirc 0$

b) $+9 \bigcirc +5$

d) $-16 \bigcirc +20$

f) $+13 \bigcirc -11$

h) $+3 \bigcirc -3$

14 Ordena los números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.

$-5, -3, -9, -11, -10, -8, -6, -4$

15 Ordena estos números enteros, de mayor a menor, y represéntalos en la recta numérica.

$+5, +3, +9, +11, +10, +8, +6, +4$

16 Compara los siguientes pares de números enteros y represéntalos en la recta numérica.

a) $+13$ y -2

b) -5 y -7

c) $+4$ y $+1$

d) -5 y 0

17 ¿Es necesario hallar el valor absoluto para comparar dos números si uno es positivo y el otro negativo? ¿Por qué? Pon un ejemplo.

5

OBJETIVO 3

REALIZAR SUMAS Y RESTAS CON NÚMEROS ENTEROS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Para **sumar** dos números enteros del **mismo signo** se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

EJEMPLO

$$(+3) + (+2) \left\{ \begin{array}{l} |+3| = 3 \quad | +2| = 2 \\ 3 + 2 = 5 \end{array} \right\} (+3) + (+2) = +5$$

$$(-4) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} |-4| = 4 \quad |-1| = 1 \\ 4 + 1 = 5 \end{array} \right\} (-4) + (-1) = -5$$

Para **sumar** dos números enteros de **distinto signo** se restan sus valores absolutos y se pone el signo del mayor sumando.

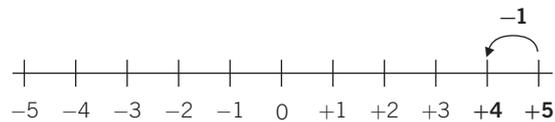
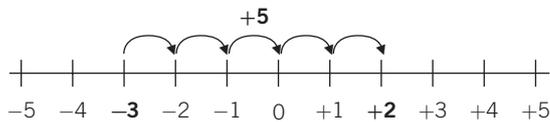
EJEMPLO

$$(+5) + (-1) \left\{ \begin{array}{l} |+5| = 5 \quad |-1| = 1 \\ 5 - 1 = 4 \end{array} \right\} (+5) + (-1) = +4$$

$$(-3) + (+5) \left\{ \begin{array}{l} |-3| = 3 \quad |+5| = 5 \\ 5 - 3 = 2 \end{array} \right\} (-3) + (+5) = +2$$

$$(-3) + (+5) = +2$$

$$(+5) + (-1) = +4$$



1 Realiza las siguientes sumas.

a) $(+5) + (+10) =$

c) $(-5) + (-10) =$

e) $(+7) + (-2) =$

b) $(-4) + (+4) =$

d) $(-7) + (+11) =$

f) $(-8) + (+6) =$

2 Representa en la recta numérica estas sumas.

a) $(-3) + (-1)$

b) $(+4) + (+4)$

c) $(+5) + (-2)$

d) $(-2) + (-5)$

e) $(+4) + (-4)$

Para **restar** dos números enteros hay que sumar al primer sumando el opuesto del segundo. Se aplica a continuación la regla de la suma de números enteros.

EJEMPLO

$$(+5) - (+2) = (+5) + (-2) = +3 \quad \text{op } (+2) = -2 \quad \left. \begin{array}{l} |+5| = 5 \\ |-2| = 2 \end{array} \right\} 5 - 2 = 3$$

$$(-6) - (-1) = (-6) + (+1) = -5 \quad \text{op } (-1) = +1 \quad \left. \begin{array}{l} |-6| = 6 \\ |+1| = 1 \end{array} \right\} 6 - 1 = 5$$

3 Realiza las siguientes restas.

a) $(+10) - (+5) = (+10) + (-5) =$

d) $(-15) - (+7) =$

b) $(+8) - (-12) =$

e) $(-1) - (-1) =$

c) $(-18) - (+10) =$

f) $(-15) - (-10) =$

4 Un submarino se encuentra a 100 metros de profundidad. Si asciende 55 metros, ¿cuál es su posición ahora? Expresa el problema numéricamente.**OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS**

Para agilizar las operaciones, hay que tener en cuenta una serie de reglas:

- En las sumas se prescinde del signo + de la propia suma.
- Cuando el primer sumando es positivo se escribe sin su signo.
- Un paréntesis con números en su interior:
 - Siempre se efectúa en primer lugar.
 - Engloba a todos los números que hay dentro de él.
 - El signo que le precede afecta a todos los números de su interior.
 - **Signo +** \longrightarrow Mantiene los signos de los números de su interior.
 - **Signo -** \longrightarrow Cambia los signos de los números (los transforma en sus opuestos).
- Podemos operar de dos formas:
 - Sumar por separado los enteros positivos, los enteros negativos y hallar la resta de ambos.
 - Realizar las operaciones en el orden en que aparecen.

EJEMPLO

$(+7) + (+2) = 7 + 2 = 9$

$(-4) + (-1) = -4 - 1 = -5$

$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -7 + 10 = +3$

$+(-5 + 3 - 2 + 7) = -5 + 3 - 2 + 7 = -2 - 2 + 7 = -4 + 7 = +3$

$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = 7 - 10 = -3$

$-(-5 + 3 - 2 + 7) = +5 - 3 + 2 - 7 = +2 + 2 - 7 = 4 - 7 = -3$

5

5 Realiza las siguientes operaciones utilizando las reglas anteriores.

a) $(+11) + (-2) = 11 - 2 = 9$

d) $(+10) - (+2) =$

b) $(+7) + (+1) =$

e) $(-11) - (-10) =$

c) $(-15) + (-4) =$

f) $(-7) + (+1) =$

6 Calcula.

a) $7 - 5 =$

d) $-3 + 8 =$

b) $11 - 4 + 5 =$

e) $-1 + 8 + 9 =$

c) $-9 - 7 =$

f) $-10 + 3 + 7 =$

7 Haz las operaciones.

a) $5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =$

b) $-(8 + 9 - 11) =$

c) $9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =$

d) $-(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =$

8 Opera de las dos formas explicadas.

a) $8 - (4 - 7) =$

b) $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d) $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f) $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

OBJETIVO 4

REALIZAR MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES CON NÚMEROS ENTEROS**5**

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se multiplican sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo **+** si ambos números son **de igual signo**, y el signo **-** si son **de signos diferentes**.

EJEMPLO

$$\begin{array}{l} (+5) \cdot (-3) = -15 \\ (-5) \cdot (-3) = +15 \\ (+5) \cdot (+3) = +15 \end{array} \left. \begin{array}{l} 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \\ 5 \cdot 3 = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -15 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +15 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para dividir dos números enteros se siguen estos pasos.

- 1.º Se dividen sus valores absolutos (en la práctica, los números entre sí y siempre que la división sea exacta).
- 2.º Al resultado le colocamos el signo **+** si ambos números son **de igual signo**, y el signo **-** si son **de signos diferentes**.

EJEMPLO

$$\begin{array}{l} (+20) : (-4) = -5 \\ (-20) : (-4) = +5 \\ (+20) : (+4) = +5 \end{array} \left. \begin{array}{l} 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \\ 20 : 4 = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El resultado es } -5 \text{ ya que son de distinto signo (positivo y negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (negativo).} \\ \text{El resultado es } +5 \text{ ya que son de igual signo (positivo).} \end{array}$$

Para agilizar las operaciones de multiplicación y división de números enteros se utiliza la **regla de los signos**:

Multiplicación

$$\begin{array}{l} (+) \cdot (+) = + \\ (-) \cdot (-) = + \\ (+) \cdot (-) = - \\ (-) \cdot (+) = - \end{array}$$

División

$$\begin{array}{l} (+) : (+) = + \\ (-) : (-) = + \\ (+) : (-) = - \\ (-) : (+) = - \end{array}$$

5

1 Realiza las siguientes operaciones.

- a) $(+7) \cdot (+2) =$
- b) $(+12) \cdot (-3) =$
- c) $(-10) \cdot (+10) =$
- d) $(-5) \cdot (+8) =$
- e) $(-1) \cdot (-1) =$
- f) $(+5) \cdot (+20) =$

2 Efectúa.

- a) $(+16) : (+2) =$
- b) $(-8) : (-1) =$
- c) $(-25) : (+5) =$
- d) $(-100) : (+10) =$
- e) $(+12) : (-3) =$
- f) $(+45) : (+9) =$

3 Calcula las operaciones aplicando la regla de los signos.

- a) $(+12) \cdot (-3) =$
- b) $(-20) : (-10) =$
- c) $(+6) \cdot (-6) =$
- d) $(+80) : (-8) =$
- e) $(-9) : (-3) =$
- f) $(-100) : (+25) =$
- g) $(-1) \cdot (-18) =$
- h) $(-77) : (-11) =$
- i) $(+10) \cdot (+4) =$
- j) $(-9) \cdot (+8) =$
- k) $(+35) : (+5) =$
- l) $(-12) \cdot (+5) =$

4 Completa con los números enteros correspondientes.

- a) $(+9) \cdot \dots = -36$
- b) $(-7) \cdot \dots = +21$
- c) $\dots \cdot (-8) = -40$
- d) $\dots \cdot (+10) = -100$
- e) $(-30) \cdot \dots = +30$
- f) $(+6) \cdot \dots = 0$

5 Completa con los números enteros correspondientes.

- a) $(+42) : \dots = -7$
- b) $(-8) : \dots = +1$
- c) $\dots : (-9) = +6$
- d) $(-20) : \dots = -20$
- e) $\dots : (-6) = +5$
- f) $(+9) : \dots = -9$