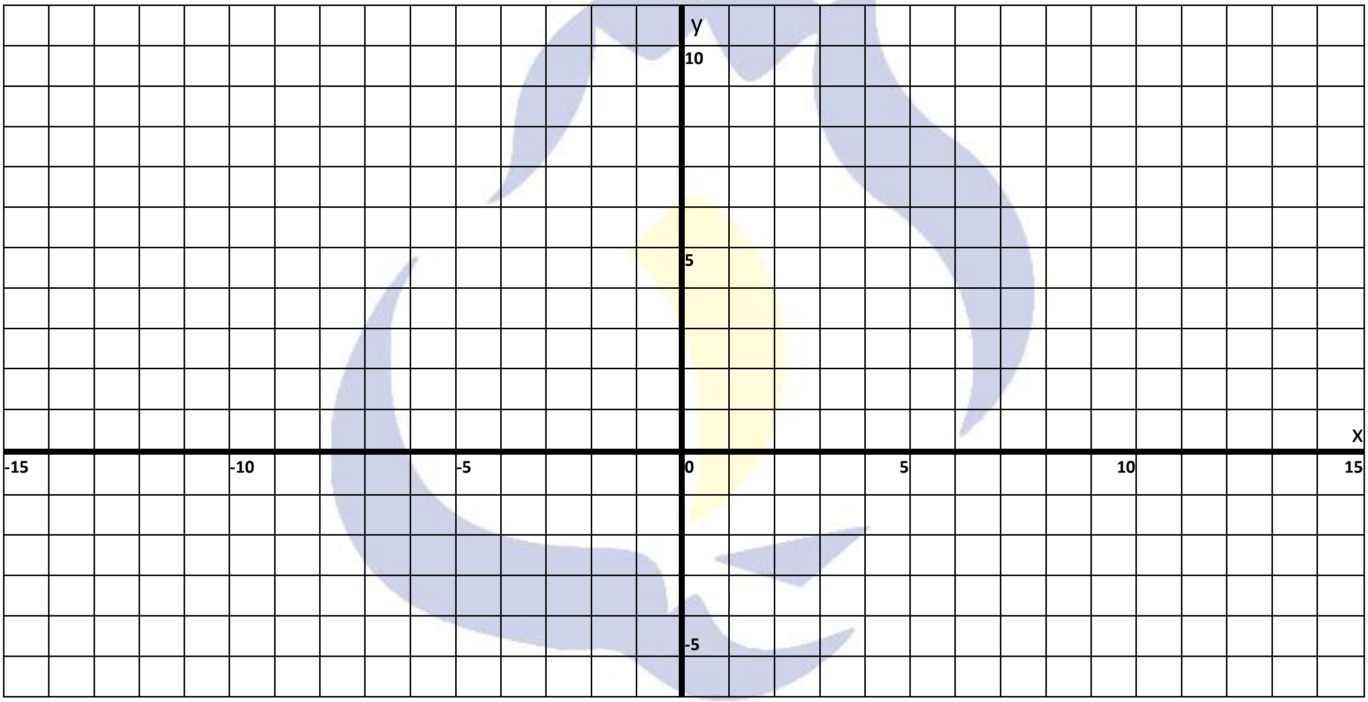
| Departamento de Matemáticas | Nombre: | | 3ª Evaluación | Nota |
|---|---|---|---|---|
| | Curso: | **4º ESO A** | Examen IX | |
| | Fecha: | 27 de abril de 2023 | Recuperación 2ª evaluación | |

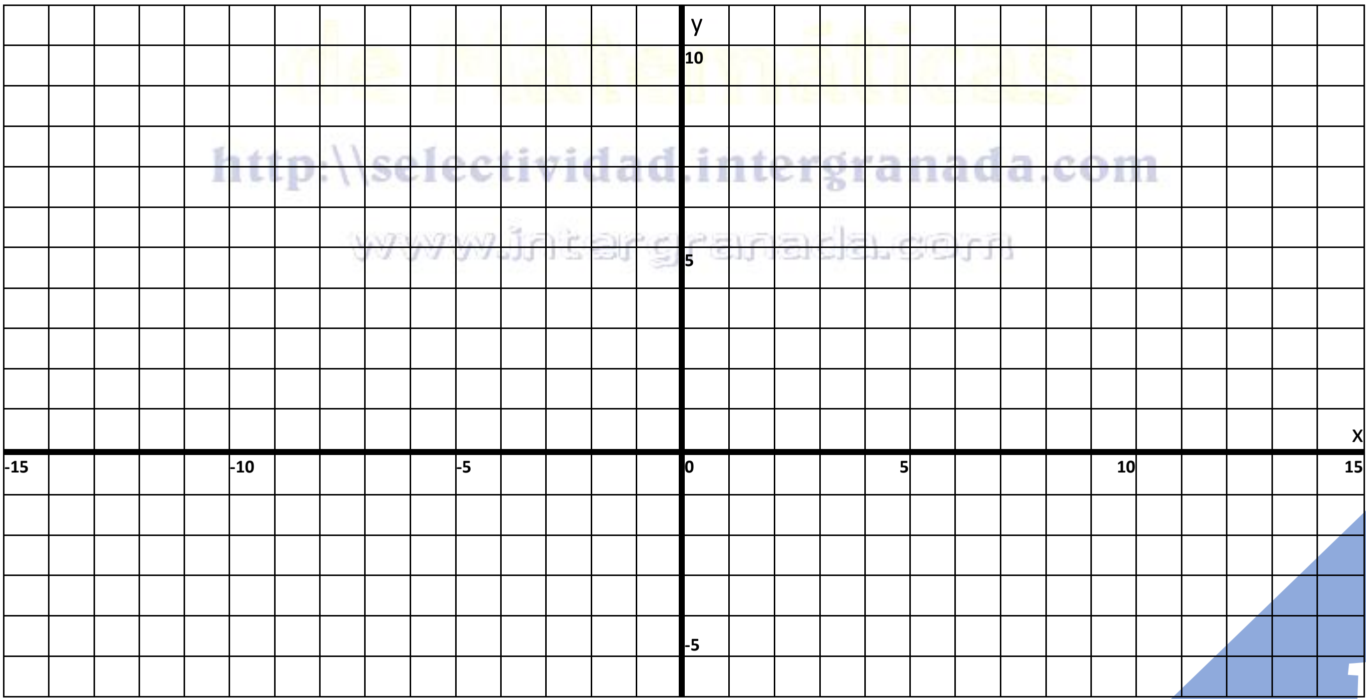
**IES ABYLA (Ceuta)**

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

**1.-** Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} -5x+3y\le 2 \\ -x+2y\ge 6 \\ 2x+3y\le 37 \end{cases}$




# El examen termina a las 18:30 horas



**2.-** Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes: (2 puntos)

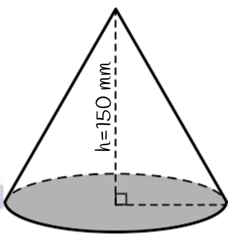
a) $\dfrac{x}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{x}=x\sqrt{2}$  b) $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{3+x}{x}=2$  c) $\log_2 8^{2x-3}=5$

**3.-** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales: (2 puntos) $\begin{cases} x^2-y^2=17 \\ x-y=1 \end{cases}$

**4.-** Calcular tres números naturales consecutivos tales que su producto sea igual a cinco veces su suma. (1,5 puntos)

**5.-** Deben repartirse 400 € en partes iguales, entre varias personas. En el momento del reparto se retiran cuatro, lo que aumenta en 5 € la parte de los otros. ¿Cuántas personas había al principio? (1,5 puntos)

**6.-** Calcula, de manera exacta, el diámetro de un cono de $25\pi$ cm$^3$ de volumen sabiendo que su altura mide 150 milímetros. (1 punto) (Se permite la permuta de este ejercicio por el bonus)






**Bonus.-** La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=\ldots\ldots \\ x_2=-5 \end{cases}$$

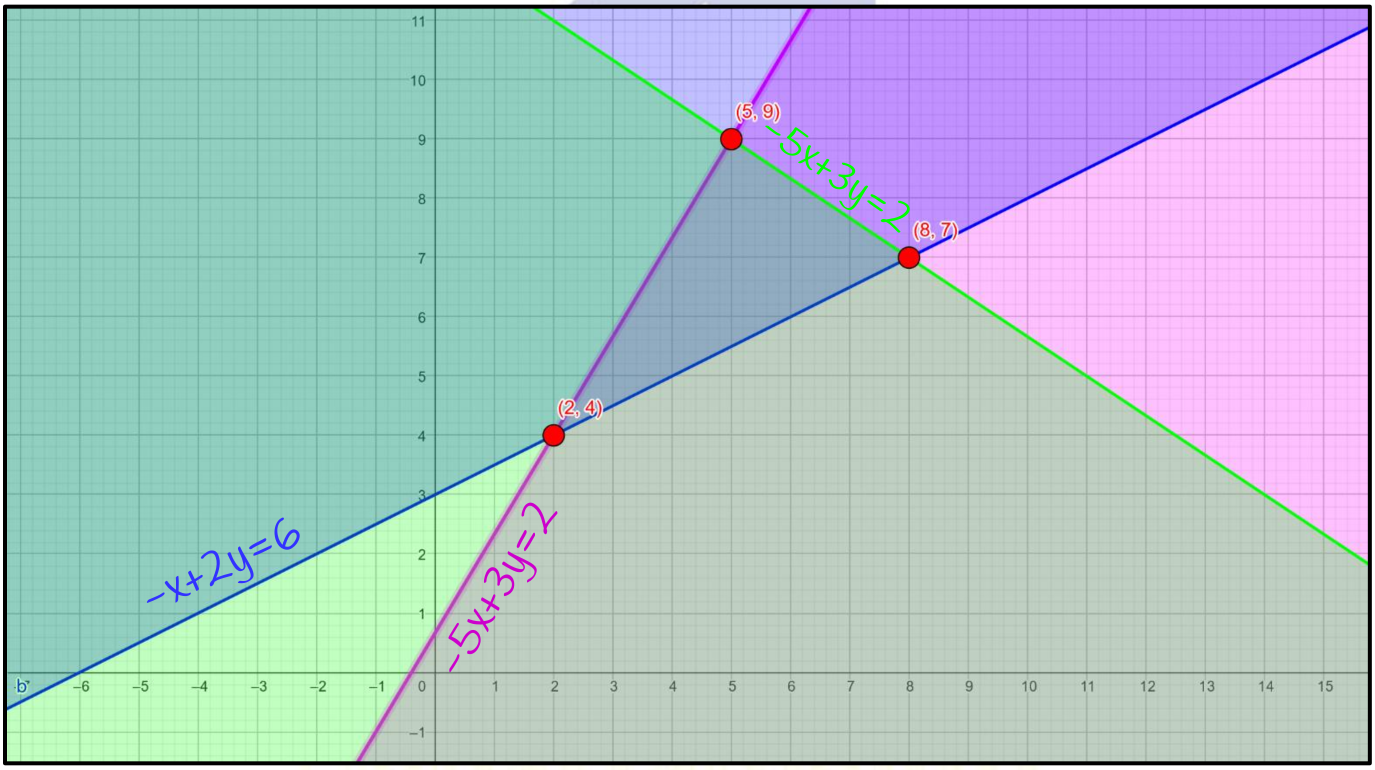
¿puedes averiguar de que ecuación se trata?

| Departamento de Matemáticas | Nombre: | **SOLUCIONES** | 3ª Evaluación | Nota |
|---|---|---|---|---|
| | Curso: | **4º ESO A** | Examen IX | |
| | Fecha: | 27 de abril de 2023 | Recuperación 2ª evaluación | |

**IES ABYLA (Ceuta)**

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

**1.–** Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} -5x+3y\le 2 \\ -x+2y\ge 6 \\ 2x+3y\le 37 \end{cases}$




**2.–** Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes: (2 puntos)

a) $\dfrac{x}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{x}=x\sqrt{2} \rightarrow \dfrac{x\cdot x}{x\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{x\sqrt{2}}=\dfrac{x\sqrt{2}\cdot x\sqrt{2}}{x\sqrt{2}} \rightarrow \dfrac{x^2}{\cancel{x\sqrt{2}}}+\dfrac{2}{\cancel{x\sqrt{2}}}=\dfrac{2x^2}{\cancel{x\sqrt{2}}} \rightarrow$

$\rightarrow x^2+2=2x^2 \rightarrow x^2=2 \rightarrow x=\pm\sqrt{2} \rightarrow x_1=\sqrt{2} \quad x_2=-\sqrt{2}$



b) $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{3+x}{x}=2 \rightarrow \dfrac{x\cdot(x-1)}{x\cdot(x+1)}-\dfrac{(3+x)\cdot(x+1)}{x\cdot(x+1)}=\dfrac{2\cdot x\cdot(x+1)}{x\cdot(x+1)} \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{x^2-x}{\cancel{x\cdot(x+1)}}-\dfrac{x^2+4x+3}{\cancel{x\cdot(x+1)}}=\dfrac{2x^2+2x}{\cancel{x\cdot(x+1)}} \rightarrow x^2-x-x^2-4x-3=2x^2+2x \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2+7x+3=0 \rightarrow x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{25}}{4}=\dfrac{-7\pm5}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

c) $\log_2 8^{2x-3}=5 \xrightarrow{\text{Por la definición de logaritmo}} 2^5=8^{2x-3} \rightarrow 2^5=\left(2^3\right)^{2x-3} \rightarrow 2^5=2^{6x-9} \rightarrow$

$\rightarrow 5=6x-9 \rightarrow 6x=14 \rightarrow x=\frac{14}{6} \rightarrow x=\frac{7}{3}$

**3.-** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales: (2 puntos) $\begin{cases} x^2-y^2=17 \\ x-y=1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2-y^2=17 \\ x-y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=17 \\ x=y+1 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sustituimos la x de la 2ª en la primera ecuación}} (y+1)^2-y^2=17 \rightarrow y^2+2y+1-y^2=17$$

$$\rightarrow 2y+1=17 \rightarrow 2y=16 \rightarrow y=\frac{16}{2} \rightarrow y=8 \rightarrow x=y+1 \rightarrow x=9$$

$$S.C.D.\{x=9;\, y=8\}$$

**4.-** Calcular tres números naturales consecutivos tales que su producto sea igual a cinco veces su suma. (1,5 puntos)

Sea **x** el primer número, **x+1** será el segundo y **x+2** el tercero.

Como dice que el producto de los 3 números es lo mismo que 5 veces su suma, vamos a calcular el producto y la suma de los números:

- Producto: $x\cdot(x+1)\cdot(x+2)=\left(x^2+x\right)\cdot(x+2)=x^3+2x^2+x^2+2x=x^3+3x^2+2x$
- Suma: $x+(x+1)+(x+2)=3x+3$

Con todo esto, ya podemos plantear la ecuación: $x^3+3x^2+2x=5\cdot(3x+3) \rightarrow x^3+3x^2-13x-15=0$, cuyas soluciones vamos a calcular descomponiéndola en el producto de binomios mediante la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -13 & -15 \\ 3 & & 3 & 18 & 15 \\ \hline & 1 & 6 & 5 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & -5 & \\ \hline & 1 & 5 & \boxed{0} & \\ -5 & & -5 & & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & & \end{array} \rightarrow x^3+3x^2-13-15=0 \leftrightarrow (x-3)\cdot(x+1)\cdot(x+5)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-1 \\ x_3=-5 \end{cases}$$



Como nos dicen que los números son naturales, desechamos las soluciones negativas y nos quedamos con x=3, por tanto, **los números naturales consecutivos son: 3, 4 y 5.**

**5.-** Deben repartirse 400 € en partes iguales, entre varias personas. En el momento del reparto se retiran cuatro, lo que aumenta en 5 € la parte de los otros. ¿Cuántas personas había al principio? (1,5 puntos)

Si llamamos **x** al número de personas entre las que vamos a repartir los 400 € e **y** al dinero que recibe cada uno, el producto de ambos será el dinero a repartir, y esa será la ecuación 1) del sistema:

1) $x\cdot y=400$

Si en el momento del reparto se retiran 4, el número de personas será (x−4), y si cada uno recibe 5 euros más, recibe (y+5), y si multiplicamos ambos resultados obtenemos otra vez la cantidad a repartir, los 400 €, por tanto, la ecuación 2) del sistema será:

$$2)\ (x-4)\cdot(y+5)=400$$

Juntándolas las dos llegamos al sistema no lineal siguiente: $\begin{cases} x\cdot y=400 \\ (x-4)\cdot(y+5)=400 \end{cases}$

el cual, si operamos un poquito, se transforma en otro equivalente: $\begin{cases} x\cdot y=400 \\ 5x-4y=20 \end{cases}$ mucho más fácil de resolver.

$$\begin{cases} x\cdot y=400 \\ 5x-4y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{400}{y} \\ 5x-4y=20 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} 5\left(\dfrac{400}{y}\right)-4y=20 \xrightarrow{\text{Operando}} 2000-4y^2=20y \rightarrow$$

$$\rightarrow 4y^2+20y-2000=0 \rightarrow y^2+5y-500=0 \rightarrow (y-20)\cdot(y+25)=0 \rightarrow y=20$$

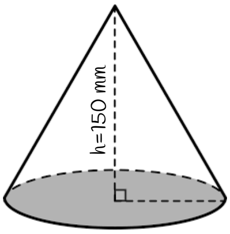
Desechamos la solución negativa puesto que el dinero a repartir tiene que ser positivo. Y con y ya podemos calcular x:

$$x=\frac{400}{y}=\frac{400}{20} \rightarrow x=20$$

**Así que los 400 € se reparten entre 20 personas y a cada uno corresponde 20 €.**

Podemos comprobar que el resultado es correcto, ya que, si se retiran 4 quedan 16 personas y si cada uno recibe 5€ más, en total se reparten: 16·25=400 €.

**6.–** Calcula, de manera exacta, el diámetro de un cono de 25π cm³ de volumen sabiendo que su altura mide 150 milímetros. (1 punto)




Sabemos del tema de geometría que estamos viendo que el volumen de un cono es la tercera parte del volumen de un cilindro, por tanto:

$$V_{cono}=\frac{1}{3}V_{cilindro} \rightarrow V_{cono}=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$$

Como nos piden el diámetro, y sabemos que el diámetro es el doble del radio, vamos a despejar el radio de la expresión del volumen y con él, calcularemos el diámetro.

$$V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h \rightarrow r^2=\frac{3\cdot V}{\pi\cdot h} \rightarrow r=\sqrt{\frac{3\cdot V}{\pi\cdot h}}$$

Sustituyendo los valores del volumen y de la altura, llegamos a:

$$r=\sqrt{\frac{3\cdot V}{\pi\cdot h}}=\sqrt{\frac{3\cdot 25\pi}{\pi\cdot 15}}=\sqrt{\frac{75\pi}{15\pi}}=\sqrt{5}\ cm$$

**Por tanto, el diámetro es:** $d=2\sqrt{5}\ cm$

**Bonus.–** La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1=\ldots\ldots \\ x_2=-5 \end{cases}$$

¿puedes averiguar de que ecuación se trata?

Comparando lo que no se ha borrado con la solución general de una ecuación de segundo grado:

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4} \quad \leftrightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

Obtenemos los valores de los coeficientes **b** y **a** de la ecuación: $\begin{cases} b=9 \\ a=2 \end{cases}$

Además, como sabemos que una de las soluciones es x=–5, con ella podemos calcular el discriminante:

Si $x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4}=-5 \quad \rightarrow \quad \frac{-9\pm\sqrt{\Delta}}{4}=-5 \quad \rightarrow \quad -9\pm\sqrt{\Delta}=-20 \quad \rightarrow \quad \pm\sqrt{\Delta}=-20+9=-11$

Obtenido éste, podemos obtener el valor del término independiente c.

Si, $\Delta=(-11)^2=121 \quad \rightarrow \quad b^2-4ac=121$ y de aquí, como conocemos a y b, podemos despejar c:

$$b^2-4ac=121 \quad \rightarrow \quad 9^2-4\cdot 2\cdot c=121 \quad \rightarrow \quad 81-8c=121 \quad \rightarrow \quad 81-121=8c \quad \rightarrow \quad c=-\frac{40}{8}$$

Así que **c=–5**

**Por tanto, a=2, b=9 y c=–5, y la ecuación es $2x^2+9x-5=0$ y su soluciones son –5 y ½.**