| Nombre: | | 2ª Evaluación | Nota |
|---|---|---|---|
| Curso: | **4º ESO A** | Examen IV | |
| Fecha: | 29 de enero de 2024 | **Recuperación de la 1º evaluación** | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

**1.-** Una amiga me pidió que le pasase un escrito al ordenador. El primer día pasé ¼ del trabajo total. El segundo día 1/3 de lo restante. El tercer día 1/6 de lo que faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito? (1,5 puntos)

**2.-** Calcula y simplifica todo lo que puedas: (1,5 puntos) $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{2x-1}{x-1}-\dfrac{3x-1}{x}=$

**3.-** Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x)=3x^4-6x^3+4x-2 \qquad Q(x)=x^3-2x^2-3x+1 \qquad R(x)=2x^2+4x-5 \qquad S(x)=x^2+1$

Calcula: a) $3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)$ b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(X)$ c) $P(x):S(x)$

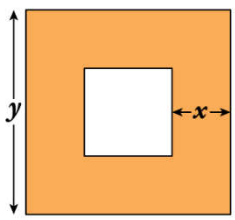
**4.-** Calcula el valor de la siguiente expresión: (1,5 puntos)

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}=$$

**5.-** Calcula con la ayuda de las propiedades de los logaritmos el valor de la siguiente expresión: (2 puntos)

$$\frac{\log_2\sqrt[5]{8}+\log_2\sqrt{256}+\log_2 8^{-1}}{2\cdot\log_2 4+3\cdot\log_4 2^{-2}}=$$

**6.-** Expresa algebraicamente y en forma de producto, el área del anillo cuadrado de la figura usando las variables que aparecen en ella y después calcula su valor para x=1 e y=3 cm. (2 puntos)




**BONUS.-** Escribe un polinomio de cuarto grado que no tenga raíces. **Justifica tu respuesta**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Nombre: | | 2ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | **4º ESO A** | Examen IV | |
| | Fecha: | 29 de enero de 2024 | **Recuperación de la 1º evaluación** | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

**1.-** Una amiga me pidió que le pasase un escrito al ordenador. El primer día pasé ¼ del trabajo total. El segundo día 1/3 de lo restante. El tercer día 1/6 de lo que faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito? (1,5 puntos)

- Si el primer día un cuarto del trabajo: $\frac{1}{4}$ — Quedan ¾
- El segundo día 1/3 de lo que queda: $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

Entre los dos días: 1) + 2) = $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ — Por tanto, quedan 1/2

- El tercer día 1/6 de lo que queda: $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

Así que, entre los tres días: 1) + 2) +3) = $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}+\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$ — Por tanto, al final quedan 5/12

- Si el cuarto día hace las últimas 30 páginas que representan 5/12, entonces

$$\frac{5}{12} \text{ son 30 páginas} \rightarrow \frac{1}{12}\ son\ \frac{30}{5}=6 \rightarrow \frac{12}{12}\ son\ 6\cdot 12=72 \text{ páginas}$$

Por tanto, el trabajo tiene 72 folios.

**2.-** Calcula y simplifica todo lo que puedas: (1,5 puntos) $\frac{1}{x^2-x}+\frac{2x-1}{x-1}-\frac{3x-1}{x}=$

Para sumar las fracciones algebraicas, al igual que las fracciones con números, tenemos que reducir a común denominador, y para ello descomponemos en factores los denominadores y hacemos el m.c.m.:

$$\left.\begin{array}{l} x^2-x=x(x-1) \\ x-1=x-1 \\ x=x \end{array}\right\} m.c.m.=x\cdot(x-1) \rightarrow \frac{1}{x^2-x}+\frac{2x-1}{x-1}-\frac{3x-1}{x}=\frac{1}{x\cdot(x-1)}+\frac{x\cdot(2x-1)}{x\cdot(x-1)}-\frac{(x-1)\cdot(3x-1)}{x\cdot(x-1)}=$$

$$=\frac{1}{x\cdot(x-1)}+\frac{2x^2-x}{x\cdot(x-1)}-\frac{3x^2-4x+1}{x\cdot(x-1)}=\frac{1+2x^2-x-3x^2+4x-1}{x\cdot(x-1)}=\frac{-x^2+3x}{x\cdot(x-1)}=\frac{x\cdot(3-x)}{x\cdot(x-1)}=\frac{\cancel{x}\cdot(3-x)}{\cancel{x}\cdot(x-1)}=\frac{3-x}{x-1}$$

**3.-** Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x)=3x^4-6x^3+4x-2$ $\quad Q(x)=x^3-2x^2-3x+1$ $\quad R(x)=2x^2+4x-5$ $\quad S(x)=x^2+1$

Calcula: a) $3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)$ $\quad$ b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(X)$ $\quad$ c) $P(x):S(x)$

a) $3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)=3\cdot\left(3x^4-6x^3+4x-2\right)-2\cdot\left(x^3-2x^2-3x+1\right)+2x^2+4x-5=9x^4-18x^3+12x-6-$
$-2x^3+4x^2+6x-2+2x^2+4x-5=9x^4-20x^3+6x^2+22x-13$

b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(X)=\left(3x^4-6x^3+4x-2\right)\cdot\left(x^3-2x^2-3x+1\right)-3\left(x^2+1\right)=3x^7-6x^6-9x^5+3x^4-6x^6+12x^5+$
$+18x^4-6x^3+4x^4-8x^3-12x^2+4x-2x^3+4x^2+6x-2-3x^2-3=3x^7-12x^6+3x^5+25x^4-16x^3-11x^2+10x-5$

c) $P(x):S(x)$

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
3x^4 & -6x^3 & +0x^2 & +4x & -2 & x^2+1 \\
\cline{6-6}
-3x^4 & & -3x^2 & & & 3x^2-6x-3 \\
\hline
0 & -6x^3 & -3x^2 & +4x & & \\
 & +6x^3 & & +6x & & \\
\hline
 & 0 & -3x^2 & +10x & -2 & \\
 & & & +6x & & \\
\hline
 & & -3x^2 & +10x & -2 & \\
 & & +3x^2 & & +3 & \\
\hline
 & & 0 & +10x & +1 &
\end{array}
\rightarrow
\begin{cases}
C(x)=3x^2-6x-3 \\
R(x)=10x+1
\end{cases}
$$

**4.-** Calcula el valor de la siguiente expresión: (1,5 puntos) $\dfrac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}$

Sacamos todo lo que se pueda de los radicales y operamos hasta reducir al máximo el resultado:

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}=\frac{\left[\left(2\sqrt{2}\right)\cdot\left(8\sqrt{2}\right)\right]}{2\sqrt{2}}=\frac{32}{2\sqrt{2}}=\frac{16}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{16\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}$$

**5.-** Calcula con la ayuda de las propiedades de los logaritmos el valor de la siguiente expresión: (2 puntos)

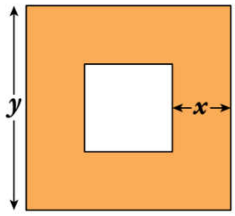
$$\frac{\log_2\sqrt[5]{8}+\log_2\sqrt{256}+\log_2 8^{-1}}{2\cdot\log_2 4+3\cdot\log_4 2^{-2}}=$$

Como todos los números de los argumentos de los distintos logaritmos son potencias de 2 y de 4, igual que las bases de los logaritmos, todos se pueden calcular, así que vamos a ir, con la ayuda de las propiedades de los logaritmos, calculando cada uno de ellos:

$$\frac{\log_2\sqrt[5]{8}+\log_2\sqrt{256}+\log_2 8^{-1}}{2\cdot\log_2 4+3\cdot\log_4 2^{-2}}=\frac{\log_2\left(\sqrt[5]{8}\cdot\sqrt{256}\cdot 8^{-1}\right)}{2\cdot\log_2 2^2+3\cdot\log_4 4^{-1}}=\frac{\log_2\left(\sqrt[5]{2^3}\cdot\sqrt{2^8}\cdot 2^{-3}\right)}{4\cdot\log_2 2-3\cdot\log_4 4}=\frac{\log_2\left(2^{\frac{3}{5}}\cdot 2^4\cdot 2^{-3}\right)}{4\cdot 1-3\cdot 1}=$$

$$=\frac{\log_2\left(2^{\frac{3}{5}}\cdot 2\right)}{1}=\log_2\left(2^{\frac{8}{5}}\right)=\frac{8}{5}\log_2 2=\frac{8}{5}$$

**6.-** Expresa algebraicamente y en forma de producto, el área del anillo cuadrado de la figura usando las variables que aparecen en ella y después calcula su valor para x=1 e y=3 cm. (2 puntos)




Observando la figura, podemos calcular el área sombreada, restándole al cuadrado naranja (grande) el cuadrado blanco (interior):

El área del cuadrado naranja viene dada por: $A_G = y^2$

Para el área del blanco, primero necesitamos conocer el lado, y el lado lo calcularemos con la ayuda del grande, es decir el lado del blanco es y – dos veces x: $l_B = y - 2x$, por tanto, su área vendrá dada por: $A_B = (y-2x)^2 = y^2 - 4xy + 4x^2$

Así que el área sombreada será:

$$A_{sombreada} = A_G - A_B = y^2 - \left(y^2 - 4xy + 4x^2\right) = y^2 - y^2 + 4xy - 4x^2 = 4xy - 4x^2 = 4x(y-x)$$

**Que expresada en forma de producto será:** $A(x,y) = 4x \cdot (y-x)$

Y, para x=1 e y=3: $A(x,y) = 4x \cdot (y-x) \quad \rightarrow \quad A(1,3) = 4 \cdot 1 \cdot (3-1) = 8 \text{ cm}^2$

Por tanto, el área es de 8 $cm^2$.

**BONUS.-** Escribe un polinomio de cuarto grado que no tenga raíces. **Justifica tu respuesta**

La respuesta es abierta, pero una solución fácil sería multiplicar dos polinomios de segundo grado que no tengan raíces, como por ejemplo los polinomios $x^2+1$ y $x^2+4$, así que, un polinomio de 3° grado sin raíces podría ser el:

$$P(x) = \left(x^2+4\right) \cdot \left(x^2+1\right) = x^4 + 5x^2 + 4$$