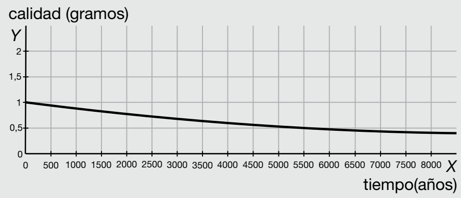
3. a)



b) Dominio: $[0,+\infty)$; Recorrido: $(0,1]$.

c) $f(2865)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2865}{5730}} \Leftrightarrow f(2865)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$

$f(2865) \simeq 0{,}707$ g

d) $0{,}25=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Leftrightarrow \frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Leftrightarrow$

$2=\frac{t}{5730} \Leftrightarrow t=2\cdot 5730 \Leftrightarrow t=11460$ años

e) El mamut tenía $0{,}085=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} \Leftrightarrow$

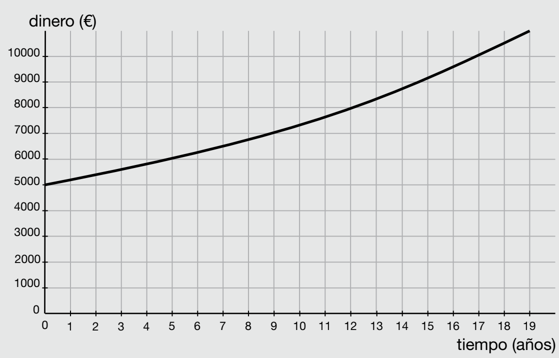
$\log_{\frac{1}{2}} 0{,}085=\frac{t}{5730} \Leftrightarrow t=5730\cdot \log_{\frac{1}{2}} 0{,}085 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t \simeq 20\ 378$ años.

4. a) Tenemos que

$f(t)=5000\cdot(1+0{,}04)^{t} \Leftrightarrow f(t)=5000\cdot(1{,}04)^{t}$

b)

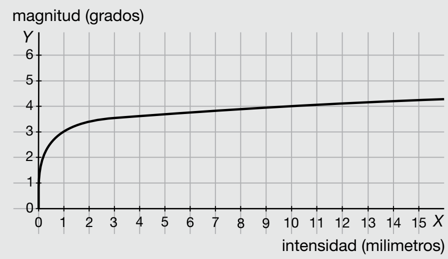


c) Dominio: $[0,+\infty)$; Recorrido: $[5000,+\infty]$.

d) Por la gráfica se deduce que Ana tendrá 8000 euros. Analíticamente: $f(12)=5000\cdot(1{,}04)^{12} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow f(12)=8005$. Por tanto, Ana tendrá 8005 euros en su cuenta.

e) Tenemos que $10000=5000\cdot(1{,}04)^{t} \Leftrightarrow 2=(1{,}04)^{t} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow t=\log_{1.04} 2 \Leftrightarrow t \simeq 17{,}7$. Así, Ana tendrá el doble del dinero depositado transcurridos 18 años.

5. a)



b) Dominio $[0,+\infty)$; Recorrido: $[0,+\infty)$.

c) $f(10)=\log\left(\frac{10}{10^{-3}}\right) \Leftrightarrow f(10)=\log\left(10^{4}\right) \Leftrightarrow f(10)=4$.

Así, la magnitud del terremoto fue de 4 grados.

Nota: También se puede observar el valor en la gráfica.

d) $5=\log\left(\frac{x}{10^{-3}}\right) \Leftrightarrow 10^{5}=\frac{x}{10^{-3}} \Leftrightarrow x=10^{5-3}$

$\Leftrightarrow x=10^{2} \Leftrightarrow x=100\text{mm}$

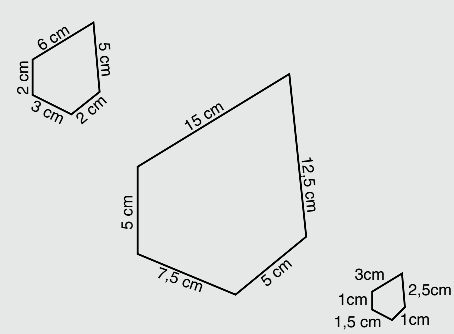
e) $\frac{100}{10}=10$. Por tanto, el segundo terremoto fue diez veces más intenso que el primero.

8. Semejanza en el plano y en el espacio

ACTIVIDADES

1. Los pentágonos resultantes son los de la figura con las siguientes medidas en centímetros:

Figura inicial	a) $k = 5/2$	b) $k = 1/2$
2 cm	5 cm	1 cm
3 cm	7,5 cm	1,5 cm
5 cm	13,5 cm	2,5 cm
6 cm	15 c	3 cm



Un pentágono con razón k = 1 será igual que el de la figura del enunciado.

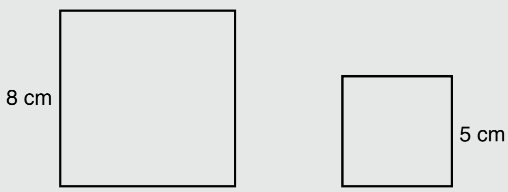
2. a) Falsa. Los lados de dos rectángulos cualesquiera no son necesariamente proporcionales.

b) Verdadera.

c) Verdadera.

d) Verdadera.

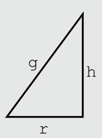
3.



Los dos cuadrados son semejantes con razón de semejanza: $k = \dfrac{5}{8}$

— Todos los cuadrados son semejantes.

4. El radio del primer cono es $r = \dfrac{8}{2}$ y su altura es $h = 6$ cm.



El segundo cono tiene un radio de valor: $r' = 12$ cm. Dado que su generatriz vale $g' = 2$, se puede deducir el valor de su altura:

$$h' = \sqrt{g'^2 - r'} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16\ cm$$

Si comparamos las dimensiones homólogas de ambos conos:

$\dfrac{r'}{r} = \dfrac{12}{4} = 3;\quad \dfrac{h'}{h} = \dfrac{16}{6} \neq 3$ vemos que no coinciden. Por tanto, no son semejantes.

Para que el segundo cono fuera semejante al primero con $k = 3$, debería tener un radio de 12 cm y una altura igual a: $h' = 6 \cdot 3 = 18$ cm, por lo que su generatriz debería valer:

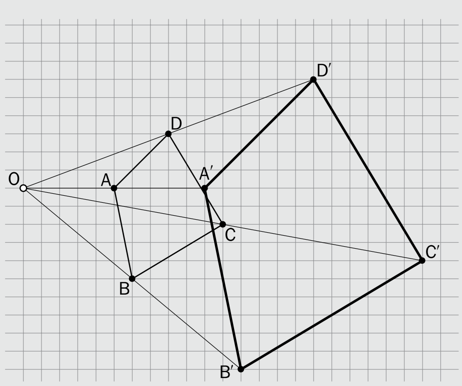
$$g' = \sqrt{h'^2 + r'^2} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 21{,}6 \text{ cm}$$

5. a) Triángulo equilátero de 6 cm de lado, a la derecha del centro *O*.

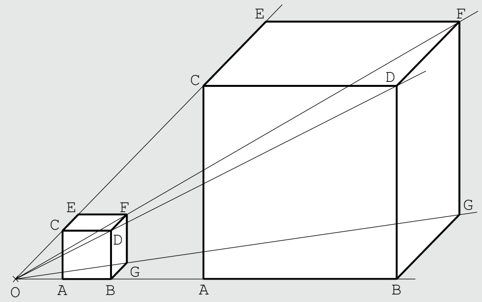
b) Triángulo equilátero de 1 cm de lado, a la derecha del centro *O*.

c) Triángulo equilátero de 4 cm de lado, a la izquierda del centro *O*.

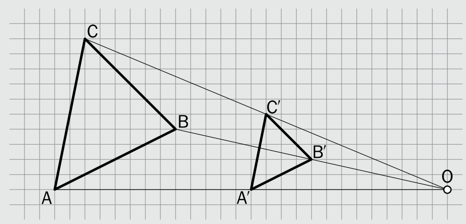
6.



7. Respuesta sugerida:



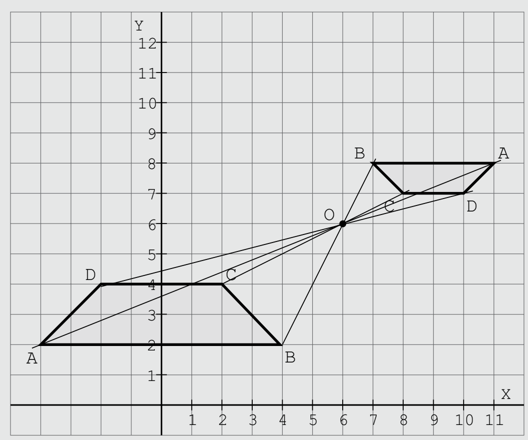
8.



$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

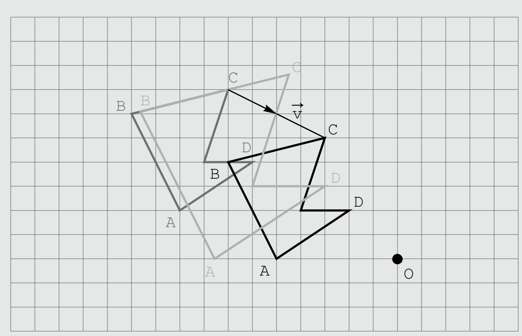
El centro de la homotecia es el punto *O* y la razón es $k = \dfrac{1}{2}$.

9.

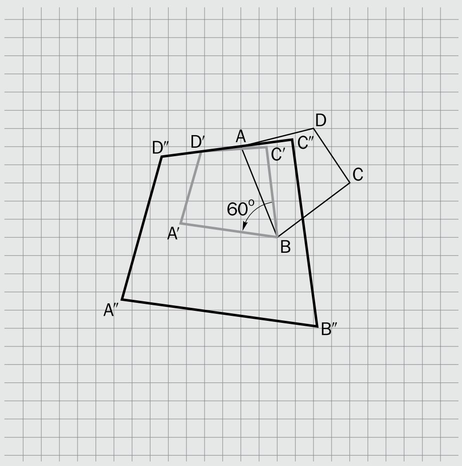


Las coordenadas del cuadrilátero homotético A′B′C′D′ son A′(11,8), B′(7,8), C′(8,7) y D′(10,7).

10.



11.



12. Primero hay que aplicar una homotecia de centro el vértice A y razón $k = \frac{1}{2}$. A continuación, un giro en sentido negativo, como centro el vértice B y ángulo 60º.

13. La relación entre los dos perímetros es: $\frac{P'}{P} = k$

En este caso $k < 1$, por tanto, P' es el perímetro del hexágono menor que vale:

$$P' = k \cdot P = \frac{1}{3} \cdot 180 = 60 \text{ cm}$$

Los lados del hexágono menor valen: $\frac{60}{6} = 10$ cm

Los lados del hexágono mayor valen: $\frac{180}{6} = 30$ cm

Obviamente se cumple que: $\frac{l'}{l} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = k$

14. Buscamos el diámetro de la circunferencia de perímetro conocido:

$$d = \frac{P}{\pi} = \frac{49{,}98}{\pi} = 15{,}91 \text{ cm}$$

El diámetro de la circunferencia semejante a la anterior con razón de semejanza igual a 5 es:

$$d' = k \cdot d = 5 \cdot 15{,}91 = 79{,}55 \text{ cm}$$

15. Primero hallamos la altura, el radio y la generatriz del cono original:

$$h = 5 \text{ dm};\ r = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ dm};$$

$$g = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \text{ dm}$$

Las dimensiones de un cono semejante al anterior con razón de semejanza $k = \frac{3}{5}$ son:

$$h' = k \cdot h = \frac{3}{5} \cdot 5 = 3 \text{ dm};$$

$$r' = k \cdot r = \frac{3}{5} \cdot 1 = 0{,}6 \text{ dm};$$

$$g' = k \cdot g = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{26} = \frac{3\sqrt{26}}{5} \text{ dm}$$

16. La relación entre las dos áreas es: $\frac{A'}{A} = k^2$

Por tanto, la razón de semejanza de los polígonos vale:

$$k = \sqrt{\frac{A'}{A}} = \sqrt{\frac{49}{144}} = \frac{7}{12}$$

17. a) Al triplicar los lados de un trapecio, se tiene una razón de semejanza $k = 3$, con lo cual el área pasa a ser nueve veces mayor, ya que $k^2 = 3^2 = 9$.

b) Si se quiere un área 144 veces menor, se tiene que cumplir que:

$$A' = \frac{A}{144} \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{144}} = \frac{1}{12}$$

Es decir, hay que dividir la longitud del radio por 12.

18. Hallamos primero la razón de semejanza:

$$k = \frac{P'}{P} = \frac{60}{150} = \frac{2}{5}$$

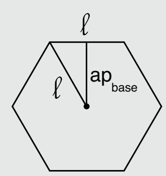
Sabemos que $A' = 80 \text{ cm}^2$. Por tanto, el área del polígono mayor medirá:

$$A = \frac{A'}{k^2} = \frac{80}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = 500 \text{ cm}^2$$

19. Hallamos el área de la pirámide original:

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}$$

La base es un hexágono de lado l, entonces:

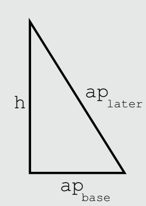


$$ap_{base} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} l$$

$$A_{base} = \frac{P_{base} \cdot ap_{base}}{2} = \frac{6l}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}l}{2} =$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2$$

Para calcular el área lateral de la pirámide, hallamos la apotema lateral a partir de este triángulo:



$$ap_{lateral} = \sqrt{h^2 + (ap_{base})^2} = \sqrt{h^2 + \frac{3}{4} l^2}$$

Resulta:

$$A_{lateral} = \frac{P_{base} \cdot ap_{lateral}}{2} = \frac{6l}{2} \cdot \sqrt{h^2 + \frac{3}{4} l^2}$$

$$A_{total} = A_{base} + A_{lateral} =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot l \cdot \left(\sqrt{3} \cdot l + 2 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{3}{4} l^2} \right) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 8 \cdot \left(\sqrt{3} \cdot 8 + 2 \cdot \sqrt{15^2 + \frac{3}{4} 8^2} \right) =$$

$$= 562{,}8 \text{ cm}^2 \approx 563 \text{ cm}^2$$

El área de la pirámide semejante a la anterior vale:

$$A' = k^2 \cdot A = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 563 = 3519 \text{ cm}^2$$

20. El primer prisma tiene por volumen:

$V = 2324,7\ \text{cm}^3$

Las medidas del segundo prisma son:

$l' = 6\ \text{cm};\ ap' = 4,1\ \text{cm};\ h' = 7\ \text{cm}$

Su volumen vale:

$$V' = A'_{\text{base}} \cdot h' = \frac{P' \cdot ap'}{2} \cdot h' = \frac{5 \cdot 6 \cdot 4,1}{2} \cdot 7 = 430,5\ \text{cm}^3$$

La razón de semejanza la calculamos teniendo en cuenta la relación entre los dos volúmenes:

$$\frac{V'}{V} = k^3 \Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{V'}{V}} = \sqrt[3]{\frac{430,5}{2324,7}} = 0,57$$

21. Buscamos el radio de la esfera de volumen conocido:

$$\frac{V'}{V} = k^3 \Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{V'}{V}} = \sqrt[3]{\frac{430,5}{2324,7}} = 0,57$$

El radio de la esfera semejante a la anterior con razón de semejanza igual a $\frac{7}{6}$ es:

$$r' = k \cdot r = \frac{7}{6} \cdot = 7\ \text{dm}$$

Y su volumen es:

$$V' = V \cdot k^3 = 904,78 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^3 = 1\,436,7\ \text{dm}^3$$

22. El volumen del ortoedro de medidas conocidas es:

$V = 3 \cdot 5 \cdot 8 = 120\ \text{cm}^3$

Se sabe que la razón entre los volúmenes de los dos ortoedros semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza. Por tanto:

$$k = \sqrt[3]{\frac{V'}{V}} = \sqrt[3]{\frac{25920}{120}} = 6$$

En consecuencia, las medidas del ortoedro son:

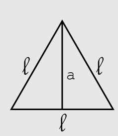
$a' = a \cdot k = 3 \cdot 6 = 18\ \text{cm}$

$b' = b \cdot k = 5 \cdot 6 = 30\ \text{cm}$

$c' = c \cdot k = 8 \cdot 6 = 48\ \text{cm}$

23. Para hallar el volumen de la pirámide original hay que hallar el área de la base:

$$A_{\text{base}} = \frac{l \cdot a}{2};$$



$$a = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} l;$$

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l \cdot h =$$

$$= 62,35\ \text{cm}^3 \approx 62\ \text{cm}^3$$

El volumen de la pirámide semejante a la anterior es:

$$V' = k^3 \cdot V = 3^3 \cdot 62 = 1674\ \text{cm}^3$$

Y sus medidas son:

$l' = k \cdot l = 3 \cdot 6 = 18\ \text{cm};\quad h' = k \cdot h = 3 \cdot 12 = 36\ \text{cm}$

24. Respuesta gráfica

25. Al estar en posición de Tales son semejantes, por lo que la longitud de sus perímetros es proporcional. La constante de proporcionalidad será el cociente de los perímetros de los dos triángulos:

$$\frac{OBD}{OAC} = 10$$

Por tanto, cada lado del triángulo *OBD* es 10 veces mayor que su equivalente del triángulo *OAC*: *OB* = 20 cm; *BD* = 80 cm; *OD* = 100 cm.

26. Serán rectángulos si verifican el teorema de Pitágoras, lo que solo se verifica en el segundo caso:

a) $17^2 + 11^2 \neq 20^2$

b) $10^2 + 24^2 = 26^2$

27. Formando un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa es la longitud de la cuerda de la cometa y la distancia al árbol uno de los catetos, podemos calcular la longitud del segundo cateto que representa la altura (*h*) sobre el suelo de la cometa:

$$h = \sqrt{72^2 - 32^2} = 64,5\ \text{m}$$

28. a) $d = 5 \cdot 250000 = 1250000\ \text{cm} = 12,5\ \text{km}$

b) $\dfrac{15 \cdot 10^3}{250\,000} = 6 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 6\ \text{cm}$

La escala de dicho plano es:

$$\text{escala} = \frac{\text{longitud en el plano}}{\text{longitud real}} = \frac{0,08\ m}{50\,000\ m} = \frac{1}{625\,000}$$

Es decir, 1: 625 000

29. a) En el plano, una superficie de 1 cm² corresponde en la realidad a 9 m². Por tanto, el cuadrado de la escala viene dado por: $\dfrac{9 \cdot 10^4\ \text{cm}^2}{1\ \text{cm}^2}$

Y puesto que $\sqrt{9 \cdot 10^4} = 300$, la escala es: 1 : 300

b) En el plano, la superficie es de 3 cm × 4 cm = 12 cm²; teniendo en cuenta la relación de escala, resulta:

$$12\ \text{cm}^2 \cdot \frac{9\ \text{m}^2}{1\ \text{cm}^2} = 108\ \text{m}^2$$

c) La superficie de la habitación B en el plano vale 2 cm × 1,5 cm = 3 cm², por lo que en la realidad mide: $3\ \text{cm}^2 \cdot \dfrac{9\ \text{m}^2}{1\ \text{cm}^2} = 27\ \text{m}^2$

d) 

30. a) En el plano, la cama tiene una longitud de 0,7 cm que corresponde a 2 m en la realidad.

Las dimensiones en el plano de la habitación A son 1,4 cm × 1,6 cm, que en la realidad corresponden a:

$$(1{,}4\ \text{cm} \times 1{,}6\ \text{cm}) \cdot \left(\frac{2\ \text{m}}{0{,}7\ \text{cm}}\right)^2 = 18{,}3\ \text{m}^2$$

b) Las dimensiones en el plano de la cocina son 1,8 cm × 1,4 cm, que en la realidad corresponden a:

$$(1{,}8\ \text{cm} \times 1{,}4\ \text{cm}) \cdot \left(\frac{2\ \text{m}}{0{,}7\ \text{cm}}\right)^2 = 20{,}6\ \text{m}^2$$

31. a) Tomamos como referencia el sofá, que en la realidad puede medir 2,5 m. En el libro mide 2 cm. La escala es:

$$E = \frac{2}{250} = \frac{1}{125}$$

La escala no varía con las unidades.

b) La cocina mide en el plano 1,7 cm × 3 cm = 5,1 cm^2:

$$\frac{5{,}1}{S} = \left(\frac{1}{125}\right)^2 \Rightarrow S = 79687{,}5 cm^2 \simeq 8\ \text{m}^2$$

Y el piso en el plano mide, aproximadamente, 6 cm × 7 cm = 42 cm^2:

$$\frac{42}{S} = \left(\frac{1}{125}\right)^2 \Rightarrow S = 656250\ \text{cm}^2 \simeq 66\ \text{m}^2$$

c) Para que el plano aumente el doble, la escala debe disminuir la mitad.

32. Tenemos que $\frac{39}{13} = 3$ y $\frac{20}{5} = 4$. Como los valores son distintos, los rectángulos no son semejantes.

33. Hallamos la altura de la estructura:

$$h = \sqrt{4^2 - 3^2} = 2{,}6$$

Por semejanza de triángulos se verifica:

$$\frac{2{,}6}{1{,}9} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{1{,}9 \cdot 3}{2{,}6} = 2{,}2$$

La medida representada por x es 2,2 m.

34. Longitud de los lados del triángulo menor:

$$x^2 + (x + 1{,}5)^2 = (x + 3)^2$$

$$x^2 + x^2 + 3x + 2{,}25 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 3x - 6{,}75 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6{,}75)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 27}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3+6}{2} = 4{,}5; \quad x_2 = \frac{3-6}{2} = -1{,}5$$

Las longitudes tienen que ser positivas. Por tanto:

$x = 4{,}5$; $x + 1{,}5 = 6$; $x + 3 = 7{,}5$

Los lados del triángulo menor miden 4,5 cm, 6 cm y 7,5 cm.

Hallemos la razón de semejanza:

$$k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{12}{6} = 2$$

A partir de este valor podemos hallar la longitud de los lados del triángulo mayor:

$$\frac{C'A'}{CA} = 2 \Rightarrow \frac{C'A'}{4{,}5} = 2 \Rightarrow C'A' = 4{,}5 \cdot 2 = 9$$

$$\frac{B'C'}{BC} = 2 \Rightarrow \frac{B'C'}{7{,}5} = 2 \Rightarrow B'C' = 7{,}5 \cdot 2 = 15$$

Los lados del triángulo mayor miden 9 cm, 12 cm y 15 cm.

35. Se sabe que el prisma semejante al del enunciado con $k = \frac{5}{3}$ tiene una altura $h' = 15$ dm.

Por tanto, la altura del prisma original es:

$$h = \frac{h'}{k} = 15 \cdot \frac{3}{5} = 9\ \text{dm}$$

Y el lado de la base del prisma original es:

$$l = \frac{h}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5\ \text{dm}$$

36. a) 360°: 6 = 60°

60° · 2 = 120°

Los ángulos de los dos polígonos miden 120°.

b) $\frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5$

Sí.

37. Para el trapecio mayor:

$$\frac{25 + \text{base mayor}}{2} \cdot 15 = 450 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{25 + \text{base mayor}}{2} = \frac{450}{15} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{25 + \text{base mayor}}{2} = 30 \Leftrightarrow$$

⇔ 25 + base mayor = 60 ⇔ base mayor = 35 cm

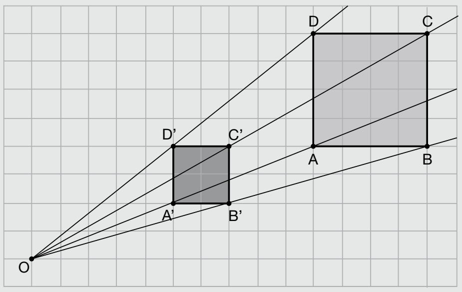
Por tanto, $\frac{15}{3} = \frac{25}{5} = \frac{35}{7} = 5$; esto es, los dos trapecios rectángulos son semejantes.

38. Para el segundo prisma:

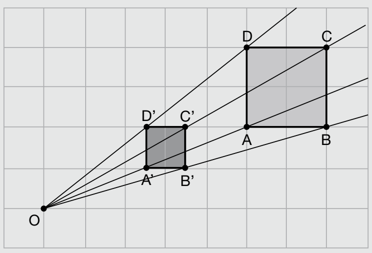
5 · 4 · altura = 140 ⇔ 20 · altura = $\frac{140}{20}$ ⇔ altura = 7 cm

Así, $\frac{25}{5} = \frac{20}{4} = 5$ pero $\frac{40}{7} \simeq 5{,}7$. Por tanto, los prismas no son semejantes.

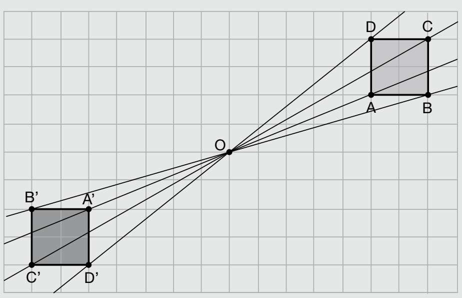
39. a)



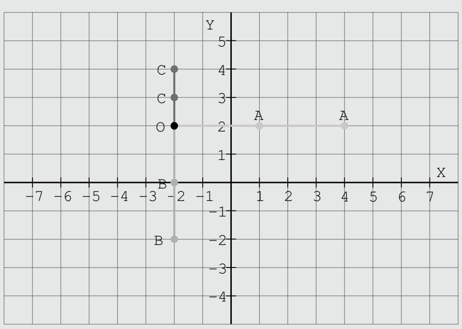
b)



c)



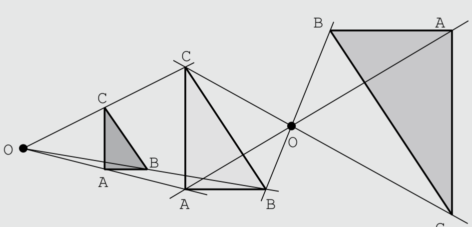
40. Hallamos la razón de homotecia:



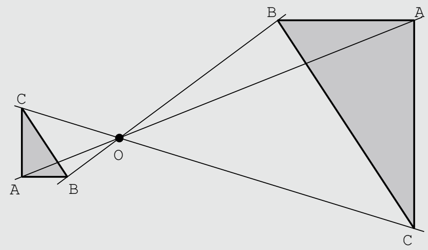
$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{6}{3} = 2$$

El transformado del punto *B* es el punto $B'(-2,-2)$ y el transformado del punto *C* es el punto $C'(-2,4)$.

41. Aplicamos al triángulo *ABC* primero una homotecia de centro *O* y $k = 2$ y, a continuación, una homotecia de centro O′ y $k' = -1{,}5$.



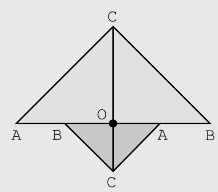
Hallamos la transformación que permite pasar del triángulo *ABC* al triángulo *A''B''C''*:



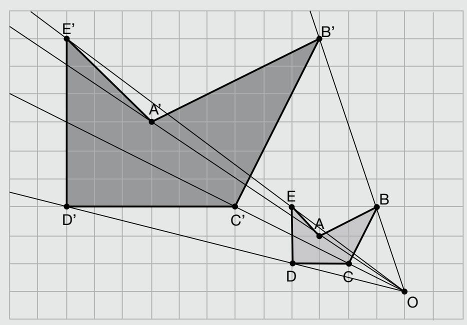
La transformación que permite pasar del triángulo *ABC* al triángulo *A''B''C''* es una homotecia de centro *O''* y razón igual al producto de las razones de semejanza:

$$k'' = k \cdot k' = 2 \cdot (-1{,}5) = -3$$

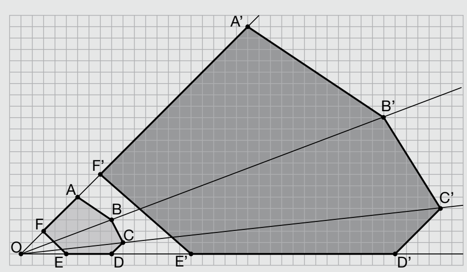
42. Sí, la homotecia que transforma el triángulo ABC en el triángulo *A'B'C'* es una homotecia de centro *O* que es el punto medio de *AB* y de razón $k = -\frac{1}{2}$.



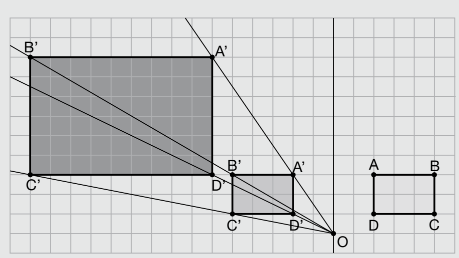
43. La figura plana es un pentágono cóncavo no regular.



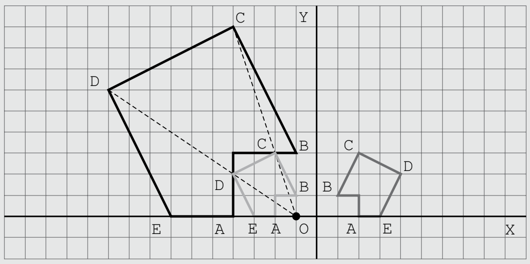
44. La razón de la homotecia es $k = 3$.



45.

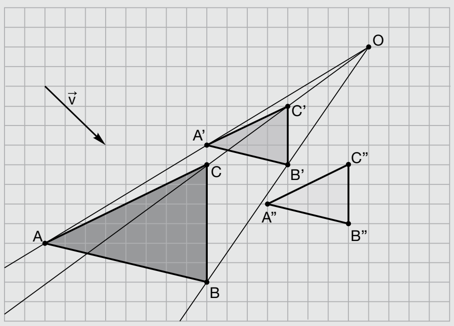


46.

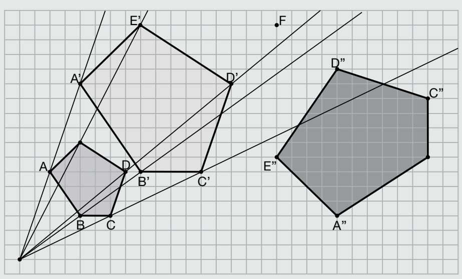


Esta composición es una semejanza.

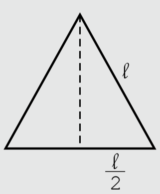
47.



48.



49. Designamos por l el lado del triángulo menor.



$$\frac{5\sqrt{3}}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} \Rightarrow$$

$$\frac{25 \cdot 3}{4} = \frac{3l^2}{4} \Rightarrow$$

$$l^2 = 25 \Rightarrow l = 5$$

Hallamos el lado y el perímetro del triángulo mayor:

$$l' = 2l = 2 \cdot 5 = 10$$

Perímetro = 10 · 3 = 30 cm

50. Hallamos la longitud de los lados del rombo original:

$$l = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{20} \text{ cm}$$

En un rombo semejante al anterior con $k = \dfrac{7}{2}$, la longitud de los lados vale:

$$l' = k \cdot l = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{20} = 7 \cdot \sqrt{5} \text{ cm}$$

El perímetro vale:

$$P' = 4 \cdot l' = 4 \cdot 7 \cdot \sqrt{5} = 28 \cdot \sqrt{5} \text{ cm}$$

El área vale:

$$A' = D' \cdot d' = k^2 \cdot D \cdot d = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 8 \cdot 4 = 392 \text{ cm}^2$$

51. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 9^2 + 12^2 \Leftrightarrow h^2 = 81 + 144 \Leftrightarrow h^2 = 15 \Leftrightarrow h = 15 \text{ cm}.$$

Así, el perímetro del triángulo es 9 + 12 + 15 = 36 cm.

Como los dos triángulos son semejantes, llamando P' al perímetro del segundo triángulo, tenemos que

$$\frac{P'}{36} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow P' = \frac{36 \cdot 5}{3} \Leftrightarrow P' = 60 \text{ cm}.$$

52. Si aplicamos el teorema de Pitágoras, la diagonal de la cara del cubo original es:

$$h^2 = 12^2 + 12^2 \Leftrightarrow h^2 = 144 + 144 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 288 \Leftrightarrow h = \sqrt{288} \Leftrightarrow h = \sqrt{2^5 \cdot 3^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = 2^2 \cdot 3\sqrt{2} \Leftrightarrow h = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

Como la razón de semejanza es $k = \dfrac{2}{3}$, la diagonal de la cara del segundo cubo es $12\sqrt{2} \cdot \dfrac{2}{3} = 8\sqrt{2}$ cm.

53. a) El perímetro es: $P' = k \cdot P = \dfrac{1}{5} \cdot 45 = 9$ cm

b) La razón de semejanza es: $k = \sqrt{\dfrac{A'}{A}} = \sqrt{\dfrac{26}{92}} = \sqrt{\dfrac{13}{46}}$

54. Al ser la razón de semejanza mayor que 1, representa el cociente entre las dimensiones de la pirámide mayor y de la menor.

Vamos a hallar, en primer lugar, las dimensiones de las dos pirámides.

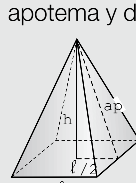
El lado de la base de la pirámide pequeña vale:

$$l = \sqrt{A_{base}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

El lado de la base de la pirámide grande vale:

$$l' = k \cdot l = \frac{12}{9} \cdot 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Buscamos la altura de la pirámide grande a partir de la apotema y de las dimensiones de su base:



$$h' = \sqrt{ap'^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{8{,}54^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 7{,}8 \text{ cm}$$

Por tanto, la altura de la pirámide pequeña vale:

$$h = \frac{h'}{k} = 7{,}8 \cdot \frac{9}{12} = 5{,}9 \text{ cm}$$

Y su apotema: $ap = \dfrac{ap'}{k} = 8{,}54 \cdot \dfrac{9}{12} = 6{,}4$ cm

A continuación, calculamos el área total de cada pirámide:

$$A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = l^2 + \frac{4l \cdot ap}{2} =$$

$$= 27 + 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6,4 = 93 \text{ cm}^2$$

$$A'_{total} = k^2 \cdot A_{total} = \left(\frac{12}{9}\right)^2 \cdot 93 = 165 \text{ cm}^2$$

Por último, hallamos el volumen de cada pirámide:

$$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{27 \cdot 5,9}{3} = 53 \text{ cm}^3$$

$$V' = k^3 \cdot V = \left(\frac{12}{9}\right)^3 \cdot 53 = 126 \text{ cm}^3$$

55. Tenemos que $\frac{A'}{A} = k^2$, siendo k la razón de semejanza.

Así, $\frac{441}{36} = 12,25$. Por tanto, $k^2 = 12,25 \Leftrightarrow k = \sqrt{12,25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow k = 3,5$.

Así, $\frac{P'}{P} = 3,5 \Leftrightarrow \frac{91}{P} = 3,5 \Leftrightarrow P = \frac{91}{3,5} \Leftrightarrow P = 26$ cm.

56. El perímetro de la base es $P = 2\pi r \Leftrightarrow P = 2 \cdot \pi \cdot 10 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow P = 62,8$ cm. Así, el área lateral del cilindro es $A_{lateral} = 20 \cdot 62,8 = 1256 \text{ cm}^2$.

Por tanto, el área del cilindro es:

$$A = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base} \Leftrightarrow A = 1256 + 2 \cdot \pi \cdot 10^2 \Leftrightarrow$$

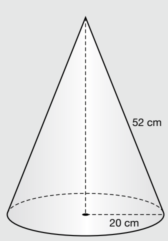
$$\Leftrightarrow A = 1256 + 628,3 \Leftrightarrow A = 1884,3 \text{cm}^2.$$

Tenemos que

$$\frac{A'}{A} = 0,5^2 \Leftrightarrow \frac{A'}{1884,3} = 0,25 \Leftrightarrow A' = 471 \text{ cm}^2$$

.

57. Cono inicial:



Para calcular su volumen, se necesita conocer su altura. Por el teorema de Pitágoras:

$$52^2 = \text{altura}^2 + 20^2 \Leftrightarrow 2704 = \text{altura}^2 + 400 \Leftrightarrow$$

$$\text{altura}^2 = 2304 \Leftrightarrow \text{altura} = \sqrt{2304} \Leftrightarrow \text{altura} = 48 \text{cm}$$

Así, $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 20^2 \cdot 48 \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 400 \cdot 48 \Leftrightarrow$.

$$\Leftrightarrow V = 20106,2 \text{ cm}^3$$

Por tanto, $\frac{V'}{V} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{V'}{20106,2} = \frac{27}{64} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow V' = \frac{27 \cdot 20106,2}{64} \Leftrightarrow V' = 8482,3 \text{ cm}^3$$

58. El volumen del prisma triangular recto inicial es

$V = A_{base} \cdot \text{altura} \Leftrightarrow V = \frac{4 \cdot 2}{2} \cdot 2 \Leftrightarrow V = 8 \text{ dm}^3$.

El volumen del segundo prisma triangular recto es $V' = 5^3 = 125 \text{ dm}^3$.

Por tanto, $\frac{V'}{V} = \frac{125}{8} \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = 15,625$. Entonces,

$k^3 = 15,625 \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{15,625} \Leftrightarrow k = 2,5$.

59. Cómo los dos triángulos son semejantes, las rectas DE y BC son paralelas. Si aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{9,1}{7} = \frac{\overline{EC}}{2} \Leftrightarrow \overline{EC} = \frac{9,1 \cdot 2}{7} \Leftrightarrow \overline{EC} = 2,6 \text{ cm}.$$

60. Aplicamos el teorema de Tales:

$\frac{27,675}{27} = \frac{x}{13} \Leftrightarrow x = \frac{27,675 \cdot 13}{27} \Leftrightarrow x = 13,325$ m . Así la pista de saltos tiene una longitud de 27,675 + 13,325 = 41 m.

Por tanto, el área de la pista es $41 \cdot 3 = 123 \text{ m}^2$.

61. a) Primero debemos determinar la arista del cubo. Así, por el teorema de Tales, llamando x al valor desconocido de la banda adyacente a la arista del cubo, tenemos que $\frac{2}{5} = \frac{1,2}{x} \Leftrightarrow 2x = 1,2 \cdot 5 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$ dm.

Por tanto, la arista del cubo mide 5 + 3 = 8 dm.

El área de la banda es igual a:

$$A_{banda} = A_{cara} - A_{triángulo} - A_{trapecio\ rectángulo} =$$

$$= 8^2 - \frac{5 \cdot 2}{2} - \frac{(8 - 2 - 1,2) + 8}{2} \cdot 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_{banda} = 64 - 5 - (4,8 + 8) \cdot 4$$

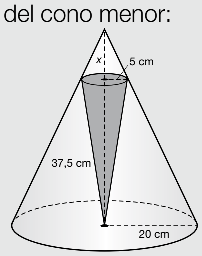
$$\Leftrightarrow A_{banda} = 64 - 5 - 12,8 \cdot 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_{banda} = 64 - 5 - 51,2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_{banda} = 7,8 \text{ dm}^2$$

b) El volumen del cubo es $V = 8^3 = 512 \text{ dm}^3$.

62. Primero, tenemos que completar el cono mayor, llamando x a la altura del cono menor:



Aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{37,5 + x}{20} = \frac{x}{5} \Leftrightarrow (37,5 + x) \cdot 5 = 20x \Leftrightarrow$$

$$187,5 + 5x = 20x \Leftrightarrow 15x = 187,5 \Leftrightarrow x = 12,5 \text{cm}$$

Por tanto, el volumen del jarrón es:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 20^2 \cdot 50 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 37,5 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 12,5 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(20^2 \cdot 50 - 5^2 \cdot 37,5 - 5^2 \cdot 12,5\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(20000 - 937,5 - 312,5\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 18750 = 19635 \text{cm}^3$$

63. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$17^2 = 15^2 + x^2 \Leftrightarrow 289 = 225 + x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 64 \Leftrightarrow x = 8$

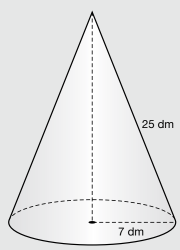
Por tanto, el ancho del rectángulo mide 8 cm.

64. En primer lugar, debemos determinar la altura del prisma. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$5^2 = \text{altura}^2 + 3^2 \Leftrightarrow 25 = \text{altura}^2 + 9 \Leftrightarrow \text{altura}^2 = 16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \text{altura} = 4 \text{ dm}$.

Por tanto, el volumen del prisma es $4^3 = 64 \text{ dm}^3$.

65. En primer lugar, hay que determinar la altura del cono.



Así, aplicando el teorema de Pitágoras:

$25^2 = \text{altura}^2 + 7^2 \Leftrightarrow 625 = \text{altura}^2 + 49 \Leftrightarrow$
$\text{altura}^2 = 576 \Leftrightarrow \text{altura} = \sqrt{576} \Leftrightarrow \text{altura} = 24 \text{ dm}$

Por tanto, el volumen del cono es:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot \text{altura} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7^2 \cdot 24 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = \pi \cdot 49 \cdot 8 \Leftrightarrow V = 1231{,}5 \text{ dm}^3$

66. Aplicando el teorema de Pitágoras, la diagonal de la base mide:

$d^2 = 30^2 + 30^2 \Leftrightarrow d^2 = 900 + 900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d^2 = 1800 \Leftrightarrow d = \sqrt{1800} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2} \Leftrightarrow d = 2 \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow d = 30\sqrt{2}$ cm

La mitad de la diagonal mide $15\sqrt{2}$ cm:

Así, aplicando nuevamente el teorema de Pitágoras, la altura de la pirámide mide:

$\left(15\sqrt{6}\right)^2 = \left(15\sqrt{2}\right)^2 + h^2 \Leftrightarrow 15^2 \cdot 6 = 15^2 \cdot 2 + h^2 \Leftrightarrow$

$1350 = 450 + h^2 \Leftrightarrow h^2 = 900 \Leftrightarrow h = \sqrt{900} \Leftrightarrow h = 30 \text{cm}$

Por tanto, el volumen de la pirámide es:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 30 \Leftrightarrow$

$V = \frac{1}{3} \cdot 30^3 \Leftrightarrow V = 9000 \text{ cm}^3 \Leftrightarrow V = 9 \text{ dm}^3$

67. Tenemos que $\frac{3840}{640} = \frac{2160}{360} = 6$; por tanto, la escala utilizada fue de 1:6.

68. Tenemos que

$100 \text{ nm} = 100 \cdot 10^{-11} \text{cm} = 10^2 \cdot 10^{-11} \text{cm} = 10^{-9} \text{cm}$.

Así:

$\frac{1}{20000000} = \frac{10^{-9}}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cdot 10^7} = \frac{10^{-9}}{x} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 \cdot 10^7 \cdot 10^{-9} \Leftrightarrow x = 2 \cdot 10^{-2} \Leftrightarrow x = 0{,}02 \text{cm}$

69. El radio de la esfera es:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow 381{,}51 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1144{,}53 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot r^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1144{,}53 = 12{,}56 \cdot r^3 \Leftrightarrow r^3 = 91{,}125 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{91{,}125} \Leftrightarrow r = 4{,}5 \text{cm}$

Así, el diámetro es igual a 9 cm.

Entonces

$\frac{1}{x} = \frac{9}{347400000} \Leftrightarrow x = \frac{347400000}{9} \Leftrightarrow x = 38600000$

Por tanto, la escala fue de 1:38 600 000.

70. a) $\frac{15}{75\,000\,000} = \frac{1}{5\,000\,000}$

La escala del mapa es 1:5000000.

b) $\frac{1}{1000\,000} = \frac{8}{d} \Rightarrow d = 8\,000\,000 \text{ cm}$

La distancia entre las dos ciudades es de 80 km.

c) Hallamos el cuadrado de la escala:

$\left(\frac{1}{100}\right)^2 = \frac{1}{10000}$

$\frac{1}{10000} = \frac{9}{s} \Rightarrow s = 90000 \text{ cm}^2$

La superficie de la habitación es de 9 m².

71. La razón de semejanza es $k = \frac{25}{20} = 1{,}25$. Así,

$\frac{A_{\text{frisbee mayor}}}{A_{\text{frisbee menor}}} = 1{,}25^2 = 1{,}5625$.

72. $\frac{V_{\text{goma mayor}}}{V_{\text{goma menor}}} = \left(\frac{6}{5}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{V_{\text{goma mayor}}}{6} = \frac{216}{125} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{\text{goma mayor}} = \frac{6 \cdot 216}{125} \Leftrightarrow V_{\text{goma mayor}} = 10{,}368 \text{ cm}^3$

73. La altura del paralelepípedo es:

$58^2 = 40^2 + a^2 \Leftrightarrow 3364 = 1600 + a^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = 1764 \Leftrightarrow a = \sqrt{1764} \Leftrightarrow a = 42 \text{ cm}$

Así, el volumen del abrevadero es:

$V = 100 \cdot 40 \cdot 42 \Leftrightarrow V = 168000 \text{ cm}^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = 168 \text{ dm}^3 \Leftrightarrow V = 168 \text{L}$

74. Aplicamos el teorema de Pitágoras y llamamos x a la altura del globo a 1 200 m de distancia del punto de salida:

$$1300^2 = 1200^2 + x^2 \Leftrightarrow 1690000 = 1440000 + x^2$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 250000 \Leftrightarrow x = \sqrt{250000} \Leftrightarrow x = 500 \text{ m}$$

Aplicamos el teorema de Tales y llamamos x a la altura del globo a 450 m de distancia del punto de salida:

$$\frac{500}{1200} = \frac{x}{450} \Leftrightarrow x = \frac{500 \cdot 450}{1200} \Leftrightarrow x = \frac{225000}{1200}$$
$$\Leftrightarrow x = 187{,}5 \text{ m}$$

75. Como la escala es 1:25, la escultura tiene 25 · 10 = 250 cm de longitud, 25 · 4 = 100 cm de anchura y 25 · 2 = 50 cm de altura. Por tanto, el volumen de la escultura es $V = 250 \cdot 100 \cdot 50 = 1250000 \text{ cm}^3 = 1{,}25 \text{ m}^3$.

76. $\frac{16}{1} = \frac{x}{135} \Leftrightarrow x = 16 \cdot 135 \Leftrightarrow x = 2160 \text{ m} = 2{,}16 \text{ km}$

77. Para el triángulo superior, aplicamos el teorema de Pitágoras, cuya altura x es:

$$356^2 = 156^2 + x^2 \Leftrightarrow 126736 = 24336 + x^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 126736 - 24336 \Leftrightarrow x^2 = 102400$$
$$\Leftrightarrow x = \sqrt{102400} \Leftrightarrow x = 320 \text{ cm}$$

Cómo el área lateral de la caja es 42432 cm^2 y el borde mide 156 cm, la altura de la caja es de $\frac{42432}{156} = 272$ cm.

Aplicamos el teorema de Tales y llamamos y al valor desconocido de la longitud de la escalera:

$$\frac{356}{320} = \frac{y}{272} \Leftrightarrow y = \frac{356 \cdot 272}{320} \Leftrightarrow y = 302{,}6 \text{ cm}$$

Así, la longitud de la escalera es de 356 + 302,6 = 658,6 cm = 6,586 m.

78. Primero, calculamos la longitud del segmento AB. Aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{3{,}9}{3{,}5} = \frac{AB}{11} \Leftrightarrow AB = \frac{3{,}9 \cdot 11}{3{,}5} \Leftrightarrow AB = 12{,}3 \text{ cm}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras, el segmento AD mide:

$$3{,}9^2 = 3{,}5^2 + AD^2 \Leftrightarrow 15{,}21 = 12{,}25 + AD^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow AD^2 = 2{,}96 \Leftrightarrow AD = \sqrt{2{,}96} \Leftrightarrow AD = 1{,}7 \text{ cm}$$

Así, el camino recorrido en el mapa fue de 12,3 + 7 + 11 + + 1,7 = 32 cm.

Como la escala del mapa es de 1:5 000, sabemos que el coche ha recorrido 32 · 5 000 = 160 000 cm = 1,6 km.

79. 1 = círculo menor; 2 = círculo mediano; 3 = círculo mayor

$$\left.\begin{array}{c} \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}; \frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_3} = \frac{1}{9} \\ 2r_1 + 2r_2 + 2r_3 = 78 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} r_2 = 3r_1; r_3 = 9r_1 \\ 2r_1 + 2r_2 + 2r_3 = 78 \end{array}\right\} \Rightarrow$$
$$2r_1 + 6r_1 + 18r_1 = 78 \Rightarrow r_1 = 3 \,;\, r_2 = 9 \,;\, r_3 = 27$$

80. Respuesta abierta

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

1. a) Aplicamos el teorema de Pitágoras y llamamos x a la base del cono, que es igual a la base del cilindro:

$$2{,}3^2 = 1{,}2^2 + x^2 \Leftrightarrow 5{,}29 = 1{,}44 + x^2 \Leftrightarrow$$
$$x^2 = 3{,}85 \Leftrightarrow x = \sqrt{3{,}85} \Leftrightarrow x = 1{,}96 \text{ m}$$

b) El perímetro de la base del cilindro es:

$$P = 2\pi r \Leftrightarrow P = 2\pi \cdot 1{,}96 \Leftrightarrow P = 12{,}32 \text{ m}$$

c) El área de la superficie de la pared del molino es:

$$A = 12{,}32 \cdot 6 - 1{,}6 - 0{,}25 \Leftrightarrow$$
$$A = 73{,}92 - 1{,}6 - 0{,}25 \Leftrightarrow A = 72{,}07 \text{ m}^2$$

d) A través de una regla de tres, y llamando x al número de litros necesarios para pintar la pared del molino:

$$x = \frac{72{,}07}{10} \Leftrightarrow x = 7{,}207 \text{ L}$$

e) Tenemos que $\frac{7{,}207}{0{,}75} = 9{,}61$. Por tanto, se precisan 10 botes de pintura.

2. a) La razón de semejanza es $k = \frac{14}{10} = 1{,}4$.

b) Aplicamos el teorema de Tales y llamamos x al segmento de recta desconocido en la altura de la papelera:

$$\frac{14}{10} = \frac{14 + x}{25} \Leftrightarrow 14 \cdot 25 = 140 + 10x \Leftrightarrow$$
$$350 = 140 + 10x \Leftrightarrow 10x = 210 \Leftrightarrow x = 21 \text{ cm}$$

Así, la papelera tiene 14 + 21 + 28 = 63 cm de altura.

c) La longitud de la base de la papelera es igual a $\frac{63}{1{,}4} = 45$ cm. Por tanto, el volumen de la papelera es

$$V = \frac{63 \cdot 45}{2} \cdot 30 \Leftrightarrow V = 63 \cdot 45 \cdot 15 \Leftrightarrow V = 42525 \text{cm}^3.$$

d) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 10^2 + 14^2 \Leftrightarrow h^2 = 100 + 196 \Leftrightarrow$$
$$h^2 = 296 \Leftrightarrow h = \sqrt{296} \Leftrightarrow h = 17{,}2 \text{cm}$$

De nuevo, por el teorema de Pitágoras, tenemos que:

$$h^2 = 25^2 + 35^2 \Leftrightarrow h^2 = 625 + 1225 \Leftrightarrow$$
$$h^2 = 1850 \Leftrightarrow h = \sqrt{1850} \Leftrightarrow h = 43 \text{cm}$$

Así, las dimensiones de la abertura de la papelera son 30 cm de longitud y 43 – 17,2 = 25,8 cm de ancho.

e) El área de la abertura es $30 \cdot 25{,}8 = 774 \text{ cm}^2$.

3. a) Aplicamos el teorema de Pitágoras y llamamos x al cateto desconocido:

$$8^2 = 5^2 + x^2 \Leftrightarrow 64 = 25 + x^2 \Leftrightarrow$$
$$x^2 = 39 \Leftrightarrow x = \sqrt{39} \Leftrightarrow x = 6{,}2 \text{ m}$$

Así, el área del terreno A es $\frac{5 \cdot 6{,}2}{2} = 15{,}5 \text{ m}^2$.

b) El terreno B tiene la forma de un trapecio rectángulo. Por ello, nos faltan las longitudes de la base mayor y de la altura del trapecio.

Aplicamos el teorema de Tales y llamamos x a la longitud de la altura:

$$\frac{5}{8}=\frac{x}{38{,}2} \Leftrightarrow x=\frac{5\cdot 38{,}2}{8} \Leftrightarrow x=23{,}9 \text{ m}$$

De nuevo, por el teorema de Tales, y llamando y a la longitud de la base mayor, tenemos:

$$\frac{5}{6{,}2}=\frac{28{,}9}{y} \Leftrightarrow y=\frac{6{,}2\cdot 28{,}9}{5} \Leftrightarrow y=35{,}8 \text{ m}$$

c) El área del terreno B es

$$\frac{6{,}2+35{,}8}{2}\cdot 23{,}9=21\cdot 23{,}9=501{,}9 \text{ m}^2.$$

d) Aplicamos el teorema de Pitágoras y llamamos x al cateto desconocido:

$$25^2=23{,}9^2+x^2 \Leftrightarrow 625=571{,}21+x^2 \Leftrightarrow$$
$$x^2=53{,}79 \Leftrightarrow x=\sqrt{53{,}79} \Leftrightarrow x=7{,}3 \text{ m}^2$$

Por tanto, el área del terreno C es $\frac{23{,}9\cdot 7{,}3}{2}=87{,}2 \text{ m}^2$.

e) El área total del terreno es 15,5 + 501,9 + 87,2 = 604,6 m^2.

4. a) Llamamos x al ancho de la página, entonces x – 7 es su longitud. Así,

$$2(x-7)+2x=82 \Leftrightarrow 2x-14+2x=82 \Leftrightarrow$$
$$4x=96 \Leftrightarrow x=24$$

Por tanto, la longitud de las páginas es 24 – 7=17 cm y su ancho, 24 cm.

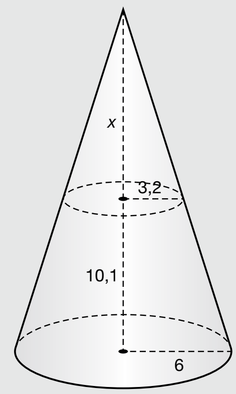
b) La razón de semejanza es $\frac{17}{4{,}25}=4$.

c) El ancho de la cubierta es $\frac{24}{4}=6$ cm.

d) El área de la cubierta del libro en la tienda es 4,25 · 6 = 25,5 cm^2.

e) La razón de semejanza es k = 1,2. La longitud de la ampliación es 4,25 · 1,2 = 5,1 cm y su ancho es 6 · 1,2 = 7,2 cm. Así, el área de la ampliación es igual a 5,1 · 7,2 = 36,72 cm^2.

5. a) El cono antes de haber sido seccionado era:



Así, aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{6}{x+10{,}1}=\frac{3{,}2}{x} \Leftrightarrow 6x=3{,}2x+32{,}32 \Leftrightarrow$$
$$2{,}8x=32{,}32 \Leftrightarrow x=11{,}5 \text{ cm}$$

Por tanto, la altura del cono antes de haber sido seccionado era de 10,1 + 11,5 = 21,6 cm.

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2=6^2+21{,}6^2 \Leftrightarrow h^2=36+466{,}56 \Leftrightarrow$$
$$h^2=502{,}56 \Leftrightarrow h=\sqrt{502{,}56} \Leftrightarrow h=22{,}4 \text{ cm}$$

Así, la generatriz del cono mayor mide 22,4 cm.

c) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2=3{,}2^2+11{,}5^2 \Leftrightarrow h^2=10{,}24+132{,}25 \Leftrightarrow$$
$$h^2=142{,}49 \Leftrightarrow h=\sqrt{142{,}49} \Leftrightarrow h=11{,}9 \text{ cm}$$

Así, la generatriz del cono menor mide 11,9 cm.

d) La generatriz del collar es igual a 22,4 - 11,9 = 10,5 cm.

e) El área del collar es igual a:

$$A=\pi g\cdot(R+r) \Leftrightarrow A=\pi\cdot 10{,}5\cdot(6+3{,}2) \Leftrightarrow$$
$$A=\pi\cdot 10{,}5\cdot 9{,}2 \Leftrightarrow A=303{,}5 \text{ cm}^2$$