

Polinomios y fracciones algebraicas

3

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 52

$$2x^3y \rightarrow \text{Coeficiente: } 2 \quad \text{Parte literal: } x^3y$$

$$3yx^3 \rightarrow \text{Coeficiente: } 3 \quad \text{Parte literal: } yx^3$$

$$yx \rightarrow \text{Coeficiente: } 1 \quad \text{Parte literal: } yx$$

$$-x^3y \rightarrow \text{Coeficiente: } -1 \quad \text{Parte literal: } x^3y$$

$$x^3yz \rightarrow \text{Coeficiente: } 1 \quad \text{Parte literal: } x^3yz$$

Son semejantes $2x^3y$, $-x^3y$ y $3yx^3$ porque tienen la misma parte literal.

2. Página 52

$$\text{a) } x^2 + 7x^2 = 8x^2$$

$$\text{d) } -6x^3 - x^3 = -7x^3$$

$$\text{g) } 4x^5 : x^2 = 4x^3$$

$$\text{b) } -5x^3 + 4x^3 = -x^3$$

$$\text{e) } x^2 \cdot 3x^2 = 3x^4$$

$$\text{h) } -6x^2 : 3x^2 = -2$$

$$\text{c) } x^2 - 3x^2 = -2x^2$$

$$\text{f) } -2x^3 \cdot 4x = -8x^4$$

$$\text{i) } 8x^3 : x^2 = 8x$$

VIDA COTIDIANA

LA SIERRA. Página 53

El volumen de un cilindro es $V_c = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Como $h = 5r$, tenemos que el volumen es $V = 5\pi r^3$.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 54

Polinomio reducido $P(x) = 5$

Grado: 0

Coeficiente principal: 5

RETO 2. Página 57

$$\sqrt{\frac{8}{3}} + \frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{3} \quad a^2 = \frac{2}{x^2} \rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{x} \quad b^2 = \frac{x^2}{3} \rightarrow b = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{Lo comprobamos: } (a+b)^2 &= \left(\frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{x}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{x}\right) \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 = \\ &= \frac{2}{x^2} + 2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{x^2}{3} = \frac{2}{x^2} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} + \frac{x^2}{3} = \frac{2}{x^2} + \sqrt{\frac{8}{3}} + \frac{x^2}{3} \end{aligned}$$

RETO 3. Página 58

$$-6x^2 - 6x = -6x(x + 1) \qquad 3x + 3 = 3(x + 1)$$

El polinomio cociente es $-6x : 3 = -2x$, y el resto es 0.

Lo comprobamos: $(3x + 3) \cdot (-2x) + 0 = -6x^2 - 6x$.

RETO 4. Página 64

Un polinomio ciclotómico es un polinomio cuyo coeficiente principal es 1 y cuyas raíces son las raíces n -ésimas de la unidad.

$$\frac{x^2 - 1}{x^{997} - 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(1 + x + \dots + x^{996})} = \frac{x + 1}{1 + x + \dots + x^{996}}$$

ACTIVIDADES

1. Página 54

- | | | |
|-------------|-------------------------|---------------------------|
| a) Grado: 2 | Coficiente principal: 5 | Término independiente: -4 |
| b) Grado: 3 | Coficiente principal: 3 | Término independiente: 0 |

2. Página 54

$$P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 = 0$$

3. Página 54

- a) $(3x^3 + 2x - 4) + (-2x + 5) = 3x^3 + 1$
- b) $(3x^3 + 2x - 4) \cdot (-2x + 5) = -6x^4 - 4x^2 + 8x + 15x^3 + 10x - 20 = -6x^4 + 15x^3 - 4x^2 + 18x - 20$

4. Página 55

- | | |
|---|--|
| a) $4x + 8y = 4(x + 2y)$ | f) $3x^3 - 6x^4 + 9x^2 = 3x^2(x - 2x^2 + 3)$ |
| b) $3x + 6y - 9z = 3(x + 2y - 3z)$ | g) $12x + 6x^2 + 3 = 3(4x + 2x^2 + 1)$ |
| c) $x^3 - x^2 + x^5 = x^2(x - 1 + x^3)$ | h) $12x^3 + 6x^2 + 6x = 6x(2x^2 + x + 1)$ |
| d) $x^5 - 2x^4 + x^3 = x^3(x^2 - 2x + 1)$ | i) $xy - 5xyz^2 + 2xz = x(y - 5yz^2 + 2z)$ |
| e) $2x^2 - 6x + 4x^3 = 2x(x - 3 + 2x^2)$ | j) $5x^2y - 10x + 15xz = 5x(xy - 2 + 3z)$ |

5. Página 55

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $P(x, y) = 4x^3y + 8x^2y + 2xy$, $Q(x, y) = 8xy + 22x^2y^2 + 6xy^3$
- b) $P(x) = -6x^2 + 3x^4$, $Q(x) = 27x + 3x^4$
- c) $P(x) = 5x^4 + 3x^3$, $Q(x) = 8x^3 + 9x^4$
- d) $P(x, y) = 2x^2y^2 - 4xy^3$, $Q(x, y, z) = 8xy^2z + 10xy^2$

6. Página 55

- a) $(x-3)$ e) $2(x+2)$
 b) $(x-1) \cdot (x-2)$ f) $3(x+1)$
 c) $2(x-2)$ g) $(x-2)$
 d) $(x-1)$

7. Página 56

- a) $x^2 + 6x + 9$ d) $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$
 b) $9x^2 - 30x + 25$ e) $16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$
 c) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ f) $243y^5 - 405y^4x + 270y^3x^2 - 90y^2x^3 + 15yx^4 - x^5$

8. Página 56

Escribe el triángulo de Tartaglia hasta la potencia 8 y desarrolla el binomio $(x+y)^8$.

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|----|----|----|----|----|----|---|---|
| | | | 1 | | 1 | | | | | |
| | | | 1 | | 2 | | 1 | | | |
| | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | |
| | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | |
| | 1 | 5 | | 10 | | 10 | 5 | | 1 | |
| | 1 | 6 | 15 | | 20 | | 15 | 6 | 1 | |
| | 1 | 7 | 21 | 35 | | 35 | 21 | 7 | 1 | |
| | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | | 56 | 28 | 8 | 1 |

$$(x+y)^8 = x^8 + 8x^7y + 28x^6y^2 + 56x^5y^3 + 70x^4y^4 + 56x^3y^5 + 28x^2y^6 + 8xy^7 + y^8$$

9. Página 56

$$27x^6 - 135x^4 + 225x^2 - 125 = (3x^2 - 5)^3$$

Por tanto, $n=3$ y el binomio es $(3x^2 - 5)$.

10. Página 57

- a) $(x+3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$ d) $(x+5y) \cdot (x-5y) = x^2 - 25y^2$
 b) $(3x+2) \cdot (3x-2) = 9x^2 - 4$ e) $(-3x+y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$
 c) $(5x-1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$ f) $(-2x-y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

11. Página 57

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2, \quad a^2 = 4x^2 \rightarrow a = 2x \quad \text{y} \quad b^2 = 16y^2 \rightarrow b = 4y$$

Por tanto, $4x^2 - 16y^2 = (2x+4y) \cdot (2x-4y)$.

12. Página 57

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 = \frac{1}{x^2} \rightarrow a = \frac{1}{x} \qquad b^2 = \frac{x^2}{y^2} \rightarrow b = \frac{x}{y}$$

$$\text{Lo comprobamos: } \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{y} + \frac{x^2}{y^2}$$

13. Página 58

- a) Cociente: $5x - 8$ Resto: 21
 b) Cociente: $x^2 - x + 1$ Resto: 0
 c) Cociente: $2x^2 - 3x - 4$ Resto: $11x + 12$
 d) Cociente: $-3x^2 + 2x - 12$ Resto: $7x - 38$

14. Página 58

- a) $(5x - 8) \cdot (x + 3) + 21 = 5x^2 + 7x - 3$ Grados: $1 + 1 = 2$
 b) $(x^2 - x + 1) \cdot (x - 1) + 0 = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$ Grados: $2 + 1 = 3$
 c) $(2x^2 - 3x - 4) \cdot (x^2 + 2) + (11x + 12) = 2x^4 - 3x^3 + 5x + 4$ Grados: $2 + 2 = 4$
 d) $(-3x^2 + 2x - 12) \cdot (x^2 - 3) + (7x - 38) = -3x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 2$ Grados: $2 + 2 = 4$

15. Página 58

$$(3x^4 - m) = (3x^2 - 3) \cdot (x^2 + 1) + (3 - m) \rightarrow \text{Resto: } 3 - m = 5.$$

Por tanto, $m = -2$.

16. Página 59

a)

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -4 & -6 & 8 \\ & & -2 & 6 & 0 \\ \hline & 2 & -6 & 0 & 8 \end{array}$$

$C(x) = 2x^2 - 6x$ $R(x) = 8$

b)

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & -5 & 2 & -1 & 3 \\ & & -10 & -16 & -34 \\ \hline & -5 & -8 & -17 & -31 \end{array}$$

$C(x) = -5x^2 - 8x - 17$ $R(x) = -31$

c)

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 3 & -5 & 1 & -7 \\ & & -3 & 0 & 15 & -48 \\ \hline & 1 & 0 & -5 & 16 & -55 \end{array}$$

$C(x) = x^3 - 5x + 16$ $R(x) = -55$

d)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -1 & 6 & -3 & 1 \\ -2 & & -4 & 10 & -32 & 70 \\ \hline & 2 & -5 & 16 & -35 & 71 \end{array}$$

$$C(x) = 2x^3 - 5x^2 + 16x - 35 \quad R(x) = 71$$

e)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$C(x) = x^3 + x \quad R(x) = 1$$

f)

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & -1 & 2 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & & -3 & -3 & -12 & -30 & -93 \\ \hline & -1 & -1 & -4 & -10 & -31 & -94 \end{array}$$

$$C(x) = -x^4 - x^3 - 4x^2 - 10x - 31 \quad R(x) = -94$$

17. Página 59

- a) $C(x) = 5x^3 - 5x^2 + 5x - 2 \quad R(x) = -3$
 b) $C(x) = -3x^2 - 13x - 64 \quad R(x) = -316$
 c) $C(x) = 2x^4 + 2x^3 + x^2 + x + 1 \quad R(x) = 2$
 d) $C(x) = 2x^2 - 7x + 19 \quad R(x) = -38$

18. Página 59

$$\begin{array}{r|rrrr} & 7 & 0 & -5m & -2 \\ -1 & & -7 & 7 & 5m-7 \\ \hline & 7 & -7 & -5m+7 & 5m-9 \end{array}$$

Si el resto es $-4 \rightarrow 5m - 9 = -4$. Por tanto, $m = 1$.

19. Página 60

a)

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 3 & -4 \\ 5 & & 5 & 40 \\ \hline & 1 & 8 & 36 \end{array}$$

$$P(5) = 5^2 + 3 \cdot 5 - 4 = 36$$

b)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 0 & -5 & 7 \\ 2 & & 4 & 8 & 6 \\ \hline & 2 & 4 & 3 & 13 \end{array}$$

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2 + 7 = 13$$

c)

$$\begin{array}{c|cccc} & -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & \\ \hline & -1 & 1 & 1 & -2 \end{array}$$

$$P(-1) = -(-1)^3 + 2(-1) - 1 = -2$$

20. Página 60

$$P(1) = 1^3 + 3 \cdot 1 - 4 = 0 \rightarrow \text{El resto es } 0.$$

21. Página 60

$$P(2) = 2^3 + 2m - 3 = 5 \rightarrow m = 0$$

22. Página 61

a) $P(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 - 2 + 2 = 0 \rightarrow 2$ es una raíz de $P(x)$.

b) $P(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - (-1) + 2 = 0 \rightarrow -1$ es una raíz de $P(x)$.

c) $P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 - 1 + 2 = 0 \rightarrow 1$ es raíz de $P(x)$.

d) $P(-5) = (-5)^3 - 2 \cdot (-5)^2 - (-5) + 2 = -168 \neq 0 \rightarrow -5$ no es una raíz de $P(x)$.

23. Página 61

Calculamos el valor numérico de $P(x)$ para los divisores de 2: $\text{Div}(2) = \pm 1, \pm 2$.

$$P(1) = 1^3 + 1^2 - 2 \cdot 1 - 2 = -2 \neq 0 \rightarrow 1 \text{ no es raíz de } P(x).$$

$$P(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 2 = 0 \rightarrow -1 \text{ sí es raíz de } P(x).$$

$$P(2) = 2^3 + 2^2 - 2 \cdot 2 - 2 = 6 \neq 0 \rightarrow 2 \text{ no es raíz de } P(x).$$

$$P(-2) = (-2)^3 + (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 2 = -2 \neq 0 \rightarrow -1 \text{ no es raíz de } P(x).$$

24. Página 61

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$P_1(x) = x^2 - 6x + 5 \rightarrow P_1(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 = 0$$

$$P_2(x) = x^3 + x^2 + x - 3 \rightarrow P_2(1) = 1^3 + 1^2 + 1 - 3 = 0$$

25. Página 62

a) $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$

b) $5x^3 - 5x = 5x(x - 1)(x + 1)$

c) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

d) $x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = (x + 1)^2(x + 2)$

e) $x^4 - 3x^2 + 2x = x(x - 1)^2(x + 2)$

f) $x^5 - 5x^3 + 4x = x(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$

g) $x^3 - 4x^2 + 4x - 16 = (x - 4)(x^2 + 4)$

h) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$

26. Página 62

a) $x = -\frac{1}{2}$ y $x = 2$

b) $x = 3$ y $x = -5$

c) $x = 0$, $x = \pm\sqrt{2}i$ y $x = -3$

d) $x = 1$, $x = -\frac{2}{3}$ y $x = -4$

27. Página 62

$$P_1(x) = (6x + 6) \cdot (x + 2) = 6x^2 + 18x + 12$$

$$P_2(x) = (x + 1) \cdot (6x + 12) = 6x^2 + 18x + 12$$

28. Página 63

a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$

b) $x^3 - x^2 - x + 1 = (x - 1)^2(x + 1)$

c) $x^3 - 7x - 6 = (x + 1)(x + 2)(x - 3)$

d) $x^3 - x^2 - 14x + 24 = (x - 2)(x - 3)(x + 4)$

e) $x^4 - 20x^2 + 64 = (x - 2)(x + 2)(x - 4)(x + 4)$

f) $x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = (x + 1)^2(x + 2)^2$

g) $x^4 + 6x^3 - 54x - 81 = (x - 3)(x + 3)^3$

29. Página 63

a) $30x^2 + x - 1 = (6x - 1)(5x + 1)$

b) $5x^2 - 25x + 30 = 5(x - 2)(x - 3)$

c) $2x^3 + 11x^2 + 12x = x(2x + 3)(x + 4)$

d) $75x^3 - 3x = 3x(5x - 1)(5x + 1)$

e) $(-3x^2 + x + 2)^2 = (3x + 2)^2(x - 1)^2$

f) $18x^3 + 6x^2 - 52x + 16 = 2(3x - 1)(3x - 4)(x + 2)$

30. Página 64

a) $\frac{2}{x+1}$ → Es una fracción algebraica.

b) $\frac{x+1}{2}$ → No es una fracción algebraica.

c) $\frac{-2x+5}{3}$ → No es una fracción algebraica.

d) $\frac{-2x+5}{3x}$ → Es una fracción algebraica.

31. Página 64

a) $(2x + 1) \cdot (2x + 1) = 4x^2 + 4x + 1$ y $(x - 3) \cdot (x - 3) = x^2 - 6x + 9 \rightarrow$ No son equivalentes.

b) $(x + 2) \cdot (x^2 + 4x + 3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ y $(x + 1) \cdot (x + 5x^2 + 6) = 5x^3 + 6x^2 + 7x + 6 \rightarrow$ No son equivalentes.

32. Página 64

$$\frac{5x+1}{2x} \cdot a = \frac{7x+3}{x-1} \rightarrow a = \frac{7x+3}{x-1} \cdot \frac{5x+1}{2x} = \frac{(7x+3) \cdot 2x}{(x-1) \cdot (5x+1)} = \frac{14x^2 + 6x}{5x^2 - 4x - 1}$$

33. Página 65

a) $\frac{4}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4(x+2) + 2(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{2(3x+5)}{(x+1)(x+2)}$

b) $\frac{1}{x+5} - \frac{7}{x-2} = \frac{(x-2) - 7(x+5)}{(x+5)(x-2)} = \frac{-6x-37}{(x+5)(x-2)}$

c) $\frac{-3}{x-1} + \frac{8}{x-3} = \frac{-3(x-3) + 8(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{5x+1}{(x-1)(x-3)}$

d) $\frac{-3}{x+6} - \frac{9}{x-1} = \frac{-3(x-1) - 9(x+6)}{(x+6)(x-1)} = \frac{-3(4x+17)}{(x+6)(x-1)}$

34. Página 65

a) $\frac{4}{x+1} \cdot \frac{x+2}{2} = \frac{2(x+2)}{x+1} = \frac{2x+4}{x+1}$

b) $\frac{-3}{x-1} \cdot \frac{x-3}{x} = \frac{-3x}{(x-1)(x-3)} = \frac{-3x}{x^2 - 4x + 3}$

c) $\frac{x-5}{2x^2+x-3} \cdot \frac{x^2-1}{3x^2} = \frac{(x-5)(x-1)(x+1)}{3x^2(x-1)(2x+3)} = \frac{(x-5)(x+1)}{3x^2(2x+3)} = \frac{x^2-4x-5}{6x^3+9x^2}$

d) $\frac{x}{2x^2+x-1} \cdot \frac{x^2}{2x-1} = \frac{x(x^2)}{x^2(x+1)(2x-1)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x^2+x}$

ACTIVIDADES FINALES

35. Página 66

a) $x^3 + 8x^2 + 6x + 7 - (-3x^2 + x - 2) + 2x + 5 = x^3 + 11x^2 + 7x + 14$

b) $2x + 5 - (x^3 + 8x^2 + 6x + 7 - 3x^2 + x - 2) = -x^3 - 5x^2 - 5x$

c) $2x + 5 - [x^3 + 8x^2 + 6x + 7 - (-3x^2 + x - 2)] = -x^3 - 11x^2 - 3x - 4$

d) $x^3 + 8x^2 + 6x + 7 - (-3x^2 + x - 2 + 2x + 5) = x^3 + 11x^2 + 3x + 4$

36. Página 66

a) $2(2x^3 - x^2 - 5) - x(x^2 - 8x - 1) = 3x^3 + 6x^2 + x - 10$

b) $x^2 - 8x - 1 - 3x(3x + 4) = -8x^2 - 20x - 1$

c) $4x^2(3x + 4) + 2x^3 - x^2 - 5 = 14x^3 + 15x^2 - 5$

d) $(x^2 - 8x - 1)(3x + 4) - 3(2x^3 - x^2 - 5) = -3x^3 - 17x^2 - 35x + 11$

37. Página 66

a) $x^2 + x \cdot (x - 3) - (4x - 6) = 2x^2 - 7x + 6$

Grado: 2 Término independiente: 6

b) $3x \cdot (2x + 5) - x^2 \cdot (x - 1) + 5 = -x^3 + 7x^2 + 15x + 5$

Grado: 3 Término independiente: 5

c) $(3 + x) \cdot (4x - x^2) - (x - 8) = -x^3 + x^2 + 11x + 8$

Grado: 3 Término independiente: 8

d) $7x - (x + 9) - 3x^2 + (x - 1) \cdot 4 = -3x^2 + 10x - 13$

Grado: 2 Término independiente: -13

e) $(2 - 3x) - (x^2 - x + 4) + (x^2 - 1) \cdot x = x^3 - x^2 - 3x - 2$

Grado: 3 Término independiente: -2

f) $-x^2 + 8x \cdot (-3 + x^2) - (x - 5) = 8x^3 - x^2 - 25x + 5$

Grado: 3 Término independiente: 5

38. Página 66

a) $P(3) = [5 \cdot 3 \cdot (3 + 4) - (4 \cdot 3 + 6)] \cdot (-3) = -261$

b) $P(-2) = [5 \cdot (-2) \cdot ((-2) + 4) - (4 \cdot (-2) + 6)] \cdot (-(-2)) = -36$

c) $P(5) = [5 \cdot 5 \cdot (5 + 4) - (4 \cdot 5 + 6)] \cdot (-5) = -995$

d) $P(-4) = [5 \cdot (-4) \cdot ((-4) + 4) - (4 \cdot (-4) + 6)] \cdot (4) = 40$

39. Página 66

$$P(-3) = (-3)^3 + 3(-3)^2 - a(-3) + 5 = 3a + 5 \quad P(-3) = -1 \rightarrow 3a + 5 = -1 \rightarrow a = -2$$

40. Página 66

$$P(2) = 2^3 - (2^2 - a \cdot 2) + a = 4 + 3a \quad P(2) = 7 \rightarrow 4 + 3a = 7 \rightarrow a = 1$$

41. Página 66

$$P(-1) = -(-1)^3 + a((-1)^2 - a(-1) + 3) + 10 = a^2 + 4a + 11$$

$$P(-1) = 8 \rightarrow a^2 + 4a + 11 = 8 \rightarrow a = -1 \text{ o } a = -3$$

42. Página 66

a) $x^3 + 4 \cdot (x - 2) - (5 + x) \cdot (8 - 3x) = x^3 + 3x^2 + 11x - 48$

b) $2x^4 - (x^3 - 5x + 6) \cdot x + x - 4 = x^4 + 5x^2 - 5x - 4$

c) $4 \cdot [(2x + 5) - x + 4] - (4x - 3) = 39$

d) $(6x + 1) \cdot (x - 3) - 7 \cdot (9 - x) \cdot (-2) = 6x^2 - 31x + 123$

e) $-x^4 + 3 \cdot (7x + 2) - (11 + 5x) - (5 - x) = -x^4 + 17x - 10$

43. Página 66

a) $3x + 6xy - 27xz^2 = 3x(1 + 2y - 9z^2)$

b) $5x^3z^2 - 5xyz + 100x^2yz = 5xz(x^2z - y + 20xy)$

c) $4b^2c + 8bc - 32a^2b = 4b(bc + 2c - 8a^2)$

d) $9abc + 6ab - 12b^2c = 3b(3ac + 2a - 4bc)$

44. Página 66

- a) $(x + 2) + 3(x + 2) = 4(x + 2)$
b) $(2x + 1) + (3x + 1)(2x + 1) = (2x + 1)(3x + 2)$
c) $2(x + 4) - (3 + x)(x + 4) + 2(x + 4) \cdot 3x = (x + 4)(5x - 1)$
d) $x + 3 + 2(x + 3) + (x + 1)(x + 3) = (x + 3)(x + 4)$

45. Página 66

Respuesta abierta. Por ejemplo, $12x^4y$ y $6x^2yz^2$

46. Página 66

- a) $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ c) $(2 - x)^2 = x^2 - 4x + 4$
b) $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$ d) $(-x + 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

47. Página 66

- a) $(2x + 3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
b) $(3 - x)^4 = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$
c) $(x - 4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$
d) $(4x + 1)^3 = 64x^3 + 48x^2 + 12x + 1$
e) $(-x - 5)^3 = -x^3 - 15x^2 - 75x - 125$
f) $(-3x + 2)^4 = 81x^4 - 216x^3 + 216x^2 - 96x + 16$

48. Página 66

- a) $[(x - 2)^2]^2 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$
b) $[(3x + 2)^2]^2 = 81x^4 + 216x^3 + 216x^2 + 96x + 16$
c) $[(4 - 5x)^2]^2 = 625x^4 - 2000x^3 + 2400x^2 - 1280x + 256$
d) $[(-x + 3)^2]^2 = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$
e) $[(-4x + 1)^2]^2 = 256x^4 - 256x^3 + 96x^2 - 16x + 1$
f) $[(x + 2)^2]^2 = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

49. Página 66

- a) $[(x + 1)^2 - x]^2 = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
b) $[(-x - 2)^2 + 5]^2 = x^4 + 8x^3 + 34x^2 + 72x + 81$
c) $[(x + 2)^2 - 3x]^2 = x^4 + 2x^3 + 9x^2 + 8x + 16$
d) $[(-3x + 5)^2 - 6]^2 = 81x^4 - 540x^3 + 1242x^2 - 1140x + 361$
e) $[(2x + 7)^2 - 6x]^2 = 16x^4 + 176x^3 + 876x^2 + 2156x + 2401$
f) $[(4 - x)^2 - 4x]^2 = x^4 - 24x^3 + 176x^2 - 384x + 256$

50. Página 66

- a) $(x-2)^2 + (4+x) \cdot (3-x) = (x^2 - 4x + 4) + (-x^2 - x + 12) = -5x + 16$
- b) $3 \cdot (x^2 - 2x + 1) - (3x - 2)^2 = (3x^2 - 6x + 3) - (9x^2 - 12x + 4) = -6x^2 + 6x - 1$
- c) $-(3-x)^2 + (x+5)^2 = (-x^2 + 6x - 9) + (x^2 + 10x + 25) = 16x + 16$
- d) $[(x^2 + 8)^2 - 9x \cdot (x-2)] \cdot x^2 = [(x^4 + 16x^2 + 64) - 9x^2 + 18x] \cdot x^2 = (x^4 + 7x^2 + 18x + 64) \cdot x^2 = x^6 + 7x^4 + 18x^3 + 64x^2$
- e) $(-x)^3 \cdot [(x-6)^2 - (x+5)^2 + 7] = (-x)^3 \cdot [(x^2 - 12x + 36) - (x^2 + 10x + 25) + 7] = (-x)^3 \cdot (-22x + 18) = 22x^4 - 18x^3$
- f) $4x^3 - ((1-5x^2)^2 + 2) - (x^2 + 5)^2 = 4x^3 - [(25x^4 - 10x^2 + 1) + 2] - (x^4 + 10x^2 + 25) = 4x^3 - (25x^4 - 10x^2 + 3) - (x^4 + 10x^2 + 25) = -26x^4 + 4x^3 - 28$

51. Página 66

- a) $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$
- b) $4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$
- c) $9x^2 - 16 = (3x+4) \cdot (3x-4)$
- d) $9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2$
- e) $25x^2 - 30x + 9 = (5x-3)^2$
- f) $-25 + x^4 = (x^2+5) \cdot (x^2-5)$

52. Página 66

- a) $2x^2 + 3 + 2\sqrt{6}x = (\sqrt{2}x + \sqrt{3})^2$
- b) $2\sqrt{x} + x + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2$
- c) $\frac{x^2}{4} + x + 1 = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$
- d) $3xy + 2 + \sqrt{24xy} = (\sqrt{3xy} + \sqrt{2})^2$
- e) $x - 1 = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)$
- f) $\frac{x^4}{9} + 36 - 4x^2 = \left(\frac{x^2}{3} - 6\right)^2$

53. Página 67

- a) $(x^3 - 3x^2 + x - 4) : (x+2) \rightarrow$ Cociente: $x^2 - 5x + 11$ Resto: -26

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 1 & -4 \\ -2 & & -2 & 10 & -22 \\ \hline & 1 & -5 & 11 & -26 \end{array}$$

- b) $(-x^3 + x^2 + 5x + 12) : (x-3) \rightarrow$ Cociente: $-x^2 - 2x - 1$ Resto: 9

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 5 & 12 \\ 3 & & -3 & -6 & -3 \\ \hline & -1 & -2 & -1 & 9 \end{array}$$

Polinomios y fracciones algebraicas

c) $(x^4 - x^2 + 3x - 7) : (x - 4) \rightarrow$ Cociente: $x^3 + 4x^2 + 15x + 63$ Resto: 245

$$\begin{array}{r|rrrrr} 4 & 1 & 0 & -1 & 3 & -7 \\ & & 4 & 16 & 60 & 252 \\ \hline & 1 & 4 & 15 & 63 & 245 \end{array}$$

d) $(x^5 + 6x^2 + 8x - 5) : (x + 1) \rightarrow$ Cociente: $x^4 - x^3 + x^2 + 5x + 3$ Resto: -8

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 8 & -5 \\ & & -1 & 1 & -1 & -5 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 5 & 3 & -8 \end{array}$$

e) $(2x^3 + 5x^2 + 9x - 1) : (x - 1) \rightarrow$ Cociente: $2x^2 + 7x + 16$ Resto: 15

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 5 & 9 & -1 \\ & & 2 & 7 & 16 \\ \hline & 2 & 7 & 16 & 15 \end{array}$$

54. Página 67

a) $[(x - 3)^2 + (x + 4)] : (x + 2) = (x^2 - 5x + 13) : (x + 2)$

Cociente: $x - 7$ Resto: 27

b) $[(x^2 + 4)^2 - (2x)^3 + 5] : (x - 1) = (x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 21) : (x - 1)$

Cociente: $x^3 - 7x^2 + x + 1$ Resto: 22

c) $[(-x) \cdot (x^2 + 5) - (x^2 + 2x) + 6] : (x + 3) = (-x^3 - x^2 - 7x + 6) : (x + 3)$

Cociente: $-x^2 + 2x - 13$ Resto: 45

d) $[(x^3 + 3x) \cdot x^2 + 4 \cdot (x + 9)] : (x + 1) = (x^5 + 3x^3 + 4x + 36) : (x + 1)$

Cociente: $x^4 - x^3 + 4x^2 - 4x + 8$ Resto: 28

e) $[(x^2 - 5)^2 - x^2 \cdot (x - 6)] : (x - 2) = (x^4 - x^3 - 4x^2 + 25) : (x - 2)$

Cociente: $x^3 + x^2 - 2x - 4$ Resto: 17

55. Página 67

a) $P(2) = 2^3 - 2 + 4 = 10 \rightarrow$ El resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$ es 10.

b) $P(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 + (-2) - 3 = -21 \rightarrow$ El resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$ es -21.

c) $P(-1) = (-1 - 5) \cdot (-3(-1) + 4) + 1 = -41 \rightarrow$ El resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$ es -41.

56. Página 67

a) $P(3) = 3^3 + 4 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 - 5 = 40 \rightarrow$ El resto es 40.

b) $P = (-2)^3 - (-2)^2 + 5(-2) - 9 = -31 \rightarrow$ El resto es -31.

c) $P(1) = -1^3 + 3 \cdot 1^2 + 1 + 2 = 5 \rightarrow$ El resto es 5.

d) $P(-1) = 3 \cdot (-1)^3 + (-1)^2 + 8(-1) - 20 = -30 \rightarrow$ El resto es -30.

e) $P(1) = 1^4 + 1^2 - 6 = -4 \rightarrow$ El resto es -4.

f) $P(2) = 2^4 - 2^3 + 4 \cdot 2 = 16 \rightarrow$ El resto es 16.

57. Página 67

a) Verdadero: $C(x) = x^3 + 4x^2 - 6x + 9$ $R(x) = -10$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 5 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & & -1 & -4 & 6 & -9 \\ \hline & 1 & 4 & -6 & 9 & -10 \end{array}$$

b) Falso: $(3x+4)^2 + (x-1)^2 = 10x^2 + 22x + 17$

c) Verdadero: $(x-4)^2 - (2x+1)^2 = -3x^2 - 12x + 15$

El coeficiente de x^2 es -3 y el de x es -12 . Por tanto, $-3 + (-12) = -15$.

d) Verdadero: $P(-1) = [(-1)^2 + (-1) + 4]^5 = 4^5 = 2^{10}$

58. Página 67

a)

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -12 & m \\ -4 & & -4 & 64 \\ \hline & 1 & -16 & 64+m \end{array}$$

$$64+m=0 \rightarrow m=-64$$

b)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & 8 & m \\ 2 & & 2 & 8 & 32 \\ \hline & 1 & 4 & 16 & m+32 \end{array}$$

$$m+32=0 \rightarrow m=-32$$

c)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 2m & -12 \\ 6 & & 6 & 30 & 180+12m \\ \hline & 1 & 5 & 30+2m & 168+12m \end{array}$$

$$168+12m=0 \rightarrow m=-14$$

d)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2(m+1) & 0 & m \\ -1 & & -1 & 2m+3 & -2m-3 \\ \hline & 1 & -2m-3 & 2m+3 & -m-3 \end{array}$$

$$-m-3=0 \rightarrow m=-3$$

59. Página 67

a)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 500 \\ 1 & & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 501 \end{array}$$

$$R(x) = 501$$

b)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 25 \\ -1 & & -1 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & \dots & 24 \end{array}$$

$$R(x) = 24$$

60. Página 67

a) $P(2) = 2^4 + 2 \cdot 2^3 - 7 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 0 \rightarrow 2$ es una raíz de $P(x)$.

$P(-3) = (-3)^4 + 2 \cdot (-3)^3 - 7 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3) + 12 = 0 \rightarrow -3$ es una raíz de $P(x)$.

b) $P(1) = 1^4 - 4 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = 0 \rightarrow 1$ es una raíz de $P(x)$.

61. Página 67

a) Las raíces son -2 y 1 .

b) Las raíces son 0 y 3 .

c) $x^2 \cdot (x - 2)^3 \rightarrow$ Las raíces son 0 (doble) y 2 (triple).

d) $(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 1) = (x + 2) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \rightarrow$ Las raíces son ± 1 y ± 2 .

e) $(x + 1)^3 \cdot x \rightarrow$ Las raíces son -1 (triple) y 0 .

63. Página 67

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $P(x) = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$

b) $P(x) = \left(x - \frac{1}{6}\right)\left(x + \frac{3}{5}\right) = x^2 + \frac{13}{30}x - \frac{1}{10}$

c) $P(x) = (x + 2)(x + 1)(x - 4)\left(x - \frac{1}{4}\right) = x^4 - \frac{5}{4}x^3 - \frac{39}{4}x^2 - \frac{11}{2}x + 2$

d) $P(x) = (x - 10)\left(x - \frac{3}{8}\right)(x - 5)\left(x + \frac{2}{3}\right) = x^4 - \frac{353}{24}x^3 + \frac{363}{8}x^2 + \frac{55}{3}x - \frac{25}{2}$

64. Página 67

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $P(x) = (x + 2)(x + 2) = x^2 + 4x + 4$

b) $P(x) = 5x^2(x - 1) = 5x^3 - 5x^2$

65. Página 68

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $P(x) = x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$

b) $P(x) = (x - 5)(x - 1) = x^2 - 6x + 5$

c) $P(x) = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

d) $P(x) = (x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$

66. Página 68

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $P(x) = (x + 3)(2x) = 2x^2 + 6x$

c) $P(x) = (x + 2)\frac{x}{5} = \frac{x^2}{5} + \frac{2x}{5}$

b) $P(x) = (x + 5)(7x) = 7x^2 + 35x$

d) $P(x) = (x - 1)(x + 3) = x^2 + 2x - 3$

67. Página 68

Las raíces de $P(x)$ son $x_1 = \sqrt{a}, x_2 = -\sqrt{a}, x_3 = -b$.

- a) Falso b) Falso c) Verdadero d) Falso e) Falso f) Verdadero

68. Página 68

- a) Falso. No tiene por qué. Solo se puede asegurar que el resto de la división $P(x) : (x + 1) = 0$.
- b) Falso. $x = 2$ es raíz de $P(x)$ cuando $P(2) = 0$.
- c) Verdadero. Si $x + 2$ es un divisor de $P(x)$, entonces $P(-2) = 0 \rightarrow -2$ es raíz de $P(x)$.
- d) Verdadero. Ambos tienen las mismas raíces pero con distinta multiplicidad.
- e) Verdadero. $x = a$ raíz de $P(x) \rightarrow -x = a$ raíz de $P(-x) \rightarrow x = -a$ raíz de $P(-x)$.

69. Página 68

- a) $x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$
- b) $2x^3 + 3x^2 - 2x = 2x(x + 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$
- c) $x^4 + 4x^3 - 5x^2 = x^2(x + 5)(x - 1)$
- d) $x^4 - 25x^2 = x^2(x - 5)(x + 5)$
- e) $x^4 - 4x^3 - 12x^2 = x^2(x + 2)(x - 6)$
- f) $7x^3 + 5x^2 - 2x = x(7x - 2)(x + 1)$

70. Página 68

- a) $x^4 - 7x^3 - 6x^2 + 72x = x(x + 3)(x - 4)(x - 6)$
- b) $x^4 - x^3 - 25x^2 + 25x = x(x - 1)(x - 5)(x + 5)$
- c) $x^4 + x^3 - 36x^2 - 36x = x(x + 1)(x - 6)(x + 6)$
- d) $x^4 + x^3 - 10x^2 + 8x = x(x - 1)(x - 2)(x + 4)$
- e) $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 8x = x(x - 1)(x - 2)(x - 4)$
- f) $x^4 + 3x^3 - 4x = x(x - 1)(x + 2)^2$

71. Página 68

- a) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x^2 + x + 1)$
- b) $x^3 + 4x^2 + 6x + 4 = (x + 2)(x^2 + 2x + 2)$
- c) $x^3 + x - 2 = (x - 1)(x^2 + x + 2)$
- d) $x^3 - x - 6 = (x - 2)(x^2 + 2x + 3)$
- e) $x^4 - 29x^2 + 100 = (x - 2)(x + 2)(x - 5)(x + 5)$
- f) $x^4 - 24x^2 - 25 = (x^2 + 1)(x - 5)(x + 5)$
- g) $x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5 = (x - 1)(x + 1)(x^2 - 3x + 5)$
- h) $x^4 + 2x^3 + x^2 - 8x - 20 = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 5)$

72. Página 68

a) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$

b) $9x^2 - 12xy + 4y^2 = (3x - 2y)^2$

c) $4x^2 - 9y^2 = (2x - 3y)(2x + 3y)$

d) $16 - 24x + 9x^2 = (3x - 4)^2$

e) $25 + 20y + 4y^2 = (2y + 5)^2$

f) $25x^2 - 1 = (5x + 1)(5x - 1)$

g) $1 - 8x + 16x^2 = (4x - 1)^2$

h) $4 + 12y + 9y^2 = (3y + 2)^2$

73. Página 68

a) $x^4 - 4x^2 + 4 = (x^2 - 2)^2$

b) $9 - y^6 = (3 + y^3)(3 - y^3)$

c) $9x^2 + 6xy^2 + y^4 = (3x + y^2)^2$

d) $y^4 + 2x^2y^2 + x^4 = (x^2 + y^2)^2$

e) $x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2(x + 1)^2$

f) $x^8 - 25y^2 = (x^4 - 5y)(x^4 + 5y)$

g) $25y^4 - 10xy^2 + x^2 = (x - 5y^2)^2$

h) $y^6 - 2x^2y^3 + x^4 = (x^2 - y^3)^2$

74. Página 68

a) $\frac{8x^3y}{2xy} = 4x^2$

b) $\frac{27x^6y^4}{3^4x^5y} = \frac{xy^3}{3}$

c) $\frac{-x^3yZ^2}{2^{-3}x^2y} = -2^3Z^2 = -8Z^2$

75. Página 68

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{1}{x-4} = \frac{2}{2x-8} = \frac{x-1}{x^2-5x+4}$

b) $\frac{x}{1-x} = \frac{x^2}{x-x^2} = \frac{2x^3}{2(x^2-x^3)}$

c) $\frac{-5}{x+2} = \frac{5}{-x-2} = \frac{-5x}{x^2+2x}$

d) $\frac{x-3}{4x+5} = \frac{2x-6}{8x+10} = \frac{x^2-3x}{4x^2+5x}$

e) $\frac{3}{x-1} = \frac{6}{2x-2} = \frac{3x}{x^2-x}$

f) $\frac{-x}{x+5} = \frac{-2x}{2x+10} = \frac{x}{-x-5}$

76. Página 68

a) $P(x) = \frac{(x+1)(x^2-2x)}{x} = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$

b) $P(x) = \frac{(x-3)(x^3+4x^2-x-4)}{x+4} = (x-3)(x^2-1) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

77. Página 68

a) $5x(2x^2 + 2x - 24) = (2x - 6)(5x^2 + ax) \rightarrow a = 20$

b) $(x - a)(x^2 + 7x + 10) = (x + 2)(x^2 - 2x - 35) \rightarrow a = 7$

78. Página 68

$$a) \frac{1}{x^2-3x-4} - \frac{2}{x-4} + \frac{5}{x+1} = \frac{3(x-7)}{(x-4)(x+1)}$$

$$b) \frac{x}{2x^2+3x-5} - \frac{1}{x-1} - \frac{x}{2x+5} = -\frac{x^2+5}{(x-1)(2x+5)}$$

$$c) \frac{x+3}{x^2-5x+4} + \frac{2x}{x-4} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x^2-1}{(x-4)(x-1)}$$

$$d) \frac{x+1}{x^2+5x-14} + \frac{x-5}{x-2} - \frac{6}{x+7} = \frac{x^2-3x-22}{(x-2)(x+7)}$$

79. Página 68

$$a) \frac{9x \cdot (x-1)(x+1)}{3(x-1)3x^2} = \frac{x+1}{x}$$

$$b) \frac{2(x-3)(x+2)^2}{(x-2)(x+2)(x-3)^2} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x-3)}$$

$$c) \frac{(x-3)x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} = 1$$

$$d) \frac{(x+5)(x-5)(x+5)}{(x-5)(x^2+25)} = \frac{(x+5)^2}{x^2+25}$$

80. Página 68

$$a) \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x-2)^2(x+1)^2} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$$

$$b) \frac{3(x+3)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)(x+3)^2} = \frac{3}{x+2}$$

$$c) \frac{(2x-1)x^2(x+2)}{x(x+2)4x} = \frac{2x-1}{4}$$

81. Página 68

$$a) \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x-3}{x^2-4} \right) \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \frac{5}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x}{2} = \frac{5}{x(x-2)} - \frac{x}{2} = \frac{10-x^2(x-2)}{2x(x-2)} = \frac{10-x^3+2x^2}{2x(x-2)}$$

$$b) \left(\frac{6}{1-x} - \frac{5x}{x-1} \right) : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x} = \frac{-5x-6}{x-1} : \frac{x^2-1}{2} + \frac{3}{x} = \frac{-10x-12}{(x-1)^2(x+1)} + \frac{3}{x} = \frac{3x^3-13x^2-15x+3}{x(x-1)^2(x+1)}$$

$$c) \left(x+1 + \frac{x^2}{1-x} \right) : \left(1 - \frac{x}{1+x} \cdot \frac{x+1}{x^3} \right) + \frac{4}{x^2-1} = \frac{-1}{x-1} : \left(\frac{(x-1)(x+1)}{x^2} \right) + \frac{4}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{-x^2}{(x-1)^2(x+1)} + \frac{4}{(x-1)(x+1)} = \frac{-x^2+4x-4}{(x-1)^2(x+1)}$$

82. Página 69

La expresión del coste es $10 \cdot x^4$.

83. Página 69

$$a) h^2 = x^2 + (x+1)^2 = 2x^2 + 2x + 1 \rightarrow h = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \text{ cm}$$

$$b) h^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2 = 2x^2 + 2 \rightarrow h = \sqrt{2x^2 + 2} \text{ cm}$$

$$c) h^2 = (2x-1)^2 + (x+3)^2 = 5x^2 + 2x + 10 \rightarrow h = \sqrt{5x^2 + 2x + 10} \text{ cm}$$

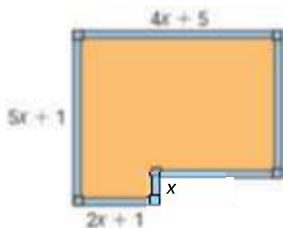
$$d) h^2 = (3x)^2 + (x-2)^2 = 10x^2 - 4x + 4 \rightarrow h = \sqrt{10x^2 - 4x + 4} \text{ cm}$$

84. Página 69

$$V(x) = (2x+3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$

$$V(5) = (2 \cdot 5 + 3)^3 = 13^3 = 2197$$

85. Página 69



Perímetro:

$$P = (4x+5) + (5x+1) + (2x+1) + x + (4x+5-2x-1) + (5x+1-x) = 18x + 12 \text{ cm}$$

Área:

$$A_b = (4x+5)(5x+1-x) + (2x+1)x = 18x^2 + 25x + 5 \text{ cm}^2$$

$$A_r = (18x+12) \cdot \frac{5x}{4} + 2 \cdot (18x^2 + 25x + 5) = \frac{117}{2}x^2 + 65x + 10 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$V = (18x^2 + 25x + 5) \cdot \frac{5x}{4} = \frac{45x^3}{2} + \frac{125x^2}{4} + \frac{25x}{4} \text{ cm}^3$$

86. Página 69

$$r = x$$

$$h = 6x + 5$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow V = \pi \cdot x^2 \cdot (6x+5) = \pi(6x^3 + 5x^2) \text{ cm}^3$$

$$\text{Si } r = 4 \rightarrow V = \pi(6 \cdot 4^3 + 5 \cdot 4^2) = 464 \cdot \pi \text{ cm}^3$$

87. Página 69

$$4x^3 + 3x^2 - 8x - 6 = (x+1) \cdot (4x^2 - x - 7) + 1 = (x+1) \cdot [(x-2) \cdot (4x+7) + 7] + 1$$

DEBES SABER HACER

1. Página 69

$$a) (x^3 + 3x + 1) \cdot (x^2 - 2) + x^2 - 2 = x^5 + x^3 + x^2 - 6x - 2 + x^2 - 2 = x^5 + x^3 + 2x^2 - 6x - 4$$

$$b) (x^3 + 3x + 1 - x^2 + 2) : (x^2 - 2) = (x^3 - x^2 + 3x + 3) : (x^2 - 2) = (x - 1) + \frac{5x + 1}{x^2 - 2}$$

2. Página 69

$$\begin{array}{r}
 x^3 \qquad \qquad \qquad +2x \qquad \qquad -1 \\
 -x^3 \quad -3x^2 \\
 \hline
 \qquad -3x^2 \quad 2x \qquad -1 \\
 \qquad \quad 3x^2 \quad 9x \\
 \hline
 \qquad \qquad 11x \quad -1 \\
 \qquad \qquad \quad -11x \quad -33 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad \qquad -34 \rightarrow R(x)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x \quad +3 \\
 \hline
 x^2 \quad -3x \quad +11 \rightarrow C(x)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\
 \hline
 & 1 & -3 & 11 & -34 \rightarrow R(x)
 \end{array}$$

3. Página 69

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -m & 2 \\
 \hline
 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 - 2m \\
 \hline
 & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 - m & 34 - 2m
 \end{array}$$

$$34 - 2m = 5 \rightarrow m = \frac{29}{2}$$

4. Página 69

$$a) x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = (x + 1)(x - 2)(x + 5)$$

$$b) 4x^3 + 16x^2 + 9x - 9 = 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{3}{2} \right) (x + 3)$$

$$c) 2x^3 + 12x^2 + 22x + 12 = 2(x + 3)(x + 2)(x + 1)$$

5. Página 69

$$a) \frac{2}{3(x-1)(x+1)} + \frac{1}{3(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-1)}{3(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{1}{(x+1)(x-2)}$$

$$b) \frac{3x+3}{x-1} \cdot \frac{3x^2-6x-9}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x-3} = \frac{3(x+1)(x+2)(x-1)}{(x-1)3(x+1)(x-3)(x-3)} = \frac{x+2}{(x-3)^2}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

88. Página 70

a) La altura de la caja es: $10x + 2 \cdot 4x + \frac{9}{2}x = \frac{45}{2}x$ cm

b) Modelo 1: $x = 1 \rightarrow$ Altura = $\frac{45}{2} = 22,5$ cm

Modelo 2: $x = 1,8 \rightarrow$ Altura = $\frac{45}{2} \cdot 1,8 = 40,5$ cm

Modelo 3: $x = 2,5 \rightarrow$ Altura = $\frac{45}{2} \cdot 2,5 = 56,25$ cm

c) Las dimensiones de cada casilla deben ser, al menos, de $2r \times 2r$.

El lado de la base de la caja medirá $2 \cdot 8 + 4 \cdot 1,8 \cdot 2 = 30,4$.

Las dimensiones de la caja serán $30,4 \times 30,4 \times 40,5$ cm.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

89. Página 70

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $[(3 \cdot 5 + 25) : 5] - 3] \cdot 3 = [(40 : 5) - 3] \cdot 3 = 15$

$[(7 \cdot 5 + 25) : 5] - 7] \cdot 3 = [(60 : 5) - 7] \cdot 3 = 15$

b) Con estos cálculos se elimina la x . Por lo tanto, para todos los valores de x el resultado siempre es el mismo.

$[(x \cdot 5 + 25) : 5] - x] \cdot 3 = [(x + 5) - x] \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$

90. Página 70

Como el resto de $P(x)$ entre $(x - 2)$ es 12: $P(x) = (x - 2) \cdot A(x) + 12$

Como el resto de $P(x)$ entre $(x + 2)$ es 4: $P(x) = (x + 2) \cdot B(x) + 4$

Por el teorema del resto: $P(2) = 12$

Si sustituimos en la igualdad tenemos:

$P(2) = 12 = (2 + 2) \cdot B(2) + 4 \rightarrow B(2) = 2$, por tanto, el resto de dividir $B(x)$ entre $(x - 2)$ es 2.

Entonces $B(x) = (x - 2) \cdot C(x) + 2$

Y si sustituimos en la segunda igualdad tenemos:

$$\begin{aligned} P(x) &= (x + 2) \cdot B(x) + 4 = (x + 2) \cdot [(x - 2) \cdot C(x) + 2] + 4 = \\ &= (x + 2) \cdot (x - 2) \cdot C(x) + 2(x + 2) + 4 = (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot C(x) + (2x + 8) \end{aligned}$$

Por tanto, el resto de dividir $P(x)$ entre $(x^2 - 4)$ es $(2x + 8)$.

91. Página 70

$$\begin{array}{r|cccccc} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 51 \\ -1 & & -1 & 1 & -1 & 1 & \dots & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & \dots & \boxed{50} \end{array}$$

El resto es 50.

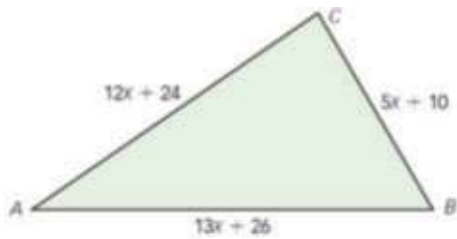
92. Página 70

$P(x) = \left(x^2 - \frac{1}{3}\right) \rightarrow$ Este polinomio multiplicado por cualquier constante tendrá también estas raíces.

93. Página 70

Sí. Por ejemplo $P(x) = (x-a)(x+a)(x^2-a) = x^4 - ax^2 - a^2x^2 + a^3$.

94. Página 70



$$(12x + 24)^2 + (5x + 10)^2 = 13^2(x + 2)^2 = (13x + 26)^2$$

95. Página 70

$$(Ax - 7)(5x + B) = Cx^2 - 6x - 14 \rightarrow 5Ax^2 + ABx - 35x - 7B = Cx^2 - 6x - 14$$

$$5A = C \quad AB - 35 = -6 \quad -7B = -14$$

Por tanto, $A = \frac{29}{2}$, $B = 2$ y $C = \frac{145}{2}$.

96. Página 70

$$P(x) = Ax^2 + Bx + C$$

$$P(1) = A + B + C = 0 \quad P(-1) = A - B + C = 10 \rightarrow B = -5 \quad P(2) = 4A + 2B + C = 5 \rightarrow 4A - 10 + C = 5 \rightarrow 4A + C = 15$$

$$A + C = 5 \rightarrow A = \frac{10}{3} \text{ y } C = \frac{5}{3}$$

Por tanto, $P(x) = \frac{10}{3}x^2 - 5x + \frac{5}{3}$.

97. Página 70

$$\text{a) } P\left(\frac{1}{2}\right) = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$P(x) = 8\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{b) } P\left(\frac{1}{2}\right) = 24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 22 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 0$$

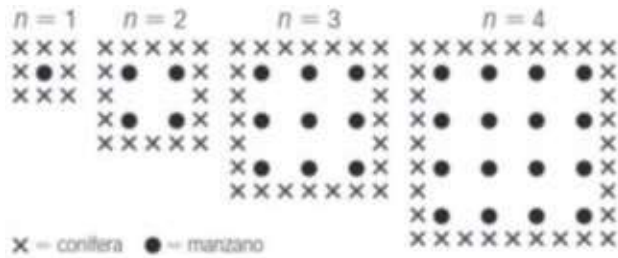
$$P(x) = 24\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$$

$$\text{c) } P\left(\frac{1}{2}\right) = 18 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 27 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 13 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 2 = 0$$

$$P(x) = 18\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

PRUEBAS PISA

98. Página 71



a) $n^2 = 8n \rightarrow n^2 - 8n = 0$ si $n = 0$ o $n = 8$, por tanto, el número que buscamos es $n = 8$.

b) Comparamos n^2 y $8n$.

Como $n^2 = n \cdot n$, para que $n \cdot n > 8n$ con n positivo, se deduce que $n > 8$.

A partir de $n = 9$ crecen más rápidamente los manzanos que las coníferas.