Trigonometría

7

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 134

a) $\left.\begin{array}{l}3+4=7>5\\5-4=1<3\end{array}\right\}\rightarrow$ Corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.

b) $5+15=20<30\rightarrow$ No corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.

2. Página 134

a) Uno de sus ángulos es recto. Los dos restantes son agudos.

b) Los ángulos agudos son complementarios, es decir, suman 90°.

VIDA COTIDIANA

EL FARO. Página 135

$tg\ 30^\circ=\dfrac{50}{\text{distancia}}\rightarrow \text{distancia}=86.60$ m

ACTIVIDADES

1. Página 136

a) $x=180\cdot\dfrac{2\pi}{360}=\pi$

b) $x=540\cdot\dfrac{2\pi}{360}=\dfrac{3}{2}\cdot 2\pi=3\pi$

c) $x=900\cdot\dfrac{2\pi}{360}=\dfrac{5}{2}\cdot 2\pi=5\pi$

d) $x=1080\cdot\dfrac{2\pi}{360}=3\cdot 2\pi=6\pi$

e) $x=1440\cdot\dfrac{2\pi}{360}=4\cdot 2\pi=8\pi$

2. Página 136

a) $x=7\pi\cdot\dfrac{360}{2\pi}=1260^\circ$

b) $x=\dfrac{\pi}{6}\cdot\dfrac{360}{2\pi}=30^\circ$

c) $x=\dfrac{3\pi}{4}\cdot\dfrac{360}{2\pi}=135^\circ$

3. Página 136

a) $\dfrac{\pi}{2}\text{ rad}=90^\circ$

b) $\dfrac{3\pi}{2}\text{ rad}=270^\circ$

c) $\dfrac{\pi}{3}\text{ rad}=60^\circ$

d) $\dfrac{2\pi}{3}\text{ rad}=120^\circ$

4. Página 137

a) $sen\ \alpha=\dfrac{3}{5}=0{,}6$ $\qquad cos\ \alpha=\dfrac{4}{5}=0{,}8$ $\qquad tg\ \alpha=\dfrac{3}{4}=0{,}75$

b) $sen\ \alpha=\dfrac{8}{17}=0{,}47$ $\qquad cos\ \alpha=\dfrac{15}{17}=0{,}88$ $\qquad tg\ \alpha=\dfrac{8}{15}=0{,}53$

5. Página 137

$tg\ \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow$ El cateto opuesto mide 4 cm. Aplicando el teorema de Pitágoras: $h^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow h = \sqrt{9+16} \rightarrow h = 5$

Los lados del triángulo miden 3, 4 y 5 cm.

6. Página 137

$tg\ \alpha = 1 = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} \rightarrow \text{cateto opuesto} = \text{cateto contiguo}$

Aplicando el teorema de Pitágoras: $h^2 = c^2 + c^2 \rightarrow h^2 = 2c^2 \rightarrow 4 = 2c^2 \rightarrow c = \sqrt{2}$

Los otros dos lados son iguales y miden $\sqrt{2}$ cm.

7. Página 138

a) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \begin{cases} 0{,}4663^2 + 1 = 1{,}21744 \\ \frac{1}{0{,}1736^2} = 33{,}1818 \end{cases} \rightarrow 1{,}21744 \neq 33{,}1818 \rightarrow$ No existe.

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \begin{cases} 0{,}3640^2 + 1 = 1{,}1325 \\ \frac{1}{0{,}9397^2} = 1{,}1325 \end{cases} \rightarrow$ Sí existe.

c) $cos^2\alpha + sen^2\alpha = 1 \rightarrow 0{,}2588^2 + 0{,}1485^2 = 0{,}067 + 0{,}0221 = 0{,}0891 \neq 1 \rightarrow$ No existe.

d) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \begin{cases} 0{,}9325^2 + 1 = 1{,}87 \\ \frac{1}{0{,}7313^2} = 1{,}87 \end{cases} \rightarrow$ Sí existe.

e) $cos^2\alpha + sen^2\alpha = 1 \rightarrow 0{,}6691^2 + 0{,}2754^2 = 0{,}4476 + 0{,}0758 = 0{,}5234 \neq 1 \rightarrow$ No existe.

8. Página 138

a) $cos^2\alpha + sen^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1 \rightarrow$ Sí existe.

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{7}{5}\right)^2 + 1 = \frac{49}{25} + 1 = \frac{74}{25} \\ \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{25}{9} \end{cases} \rightarrow \frac{74}{25} \neq \frac{25}{9} \rightarrow$ No existe.

9. Página 138

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \frac{sen^2\alpha}{sen^2\alpha} + \frac{cos^2\alpha}{sen^2\alpha} = \frac{1}{sen^2\alpha} \rightarrow 1 + \frac{1}{tg^2\alpha} = \frac{1}{sen^2\alpha}$

10. Página 139

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + 0{,}4321^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha = 0{,}8133 \rightarrow sen\ \alpha = 0{,}9018$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + 0{,}1357^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha = 0{,}9816 \rightarrow sen\ \alpha = 0{,}9908$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + 0{,}9531^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha = 0{,}0916 \rightarrow sen\ \alpha = 0{,}3027$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + 0{,}2864^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha = 0{,}918 \rightarrow sen\ \alpha = 0{,}9581$

11. Página 139

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to 0{,}1827^2 + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = 0{,}9666 \to cos\ \alpha = 0{,}9832$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to 0{,}9542^2 + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = 0{,}0895 \to cos\ \alpha = 0{,}2992$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to 0{,}4531^2 + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = 0{,}7947 \to cos\ \alpha = 0{,}8915$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to 0{,}7988^2 + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = 0{,}3619 \to cos\ \alpha = 0{,}6016$

12. Página 139

a) $tg^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to 3^2 + 1 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to 10 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to cos^2\alpha = 0{,}1$

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to sen^2\alpha + 0{,}1 = 1 \to sen^2\alpha = 0{,}9 \to sen\ \alpha = 0{,}9487$

b) $tg^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to 1^2 + 1 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to 2 = \dfrac{1}{cos^2\alpha} \to cos^2\alpha = 0{,}5$

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to sen^2\alpha + 0{,}5 = 1 \to sen^2\alpha = 0{,}5 \to sen\ \alpha = 0{,}7071$

13. Página 139

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to \left(\dfrac{7}{25}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \to \dfrac{49}{625} + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = \dfrac{576}{625} \to cos\ \alpha = \dfrac{24}{25}$

$tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \to tg\ \alpha = \dfrac{\frac{7}{25}}{\frac{24}{25}} \to tg\ \alpha = \dfrac{7}{24}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \to \dfrac{9}{25} + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = \dfrac{16}{25} \to cos\ \alpha = \dfrac{4}{5}$

$tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \to tg\ \alpha = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \to tg\ \alpha = \dfrac{3}{4}$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to \left(\dfrac{12}{37}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \to \dfrac{144}{1369} + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = \dfrac{1225}{1369} \to cos\ \alpha = \dfrac{35}{37}$

$tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \to tg\ \alpha = \dfrac{\frac{12}{37}}{\frac{35}{37}} \to tg\ \alpha = \dfrac{12}{35}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to \left(\dfrac{11}{61}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \to \dfrac{121}{3\,721} + cos^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = \dfrac{3\,600}{3\,721} \to cos\ \alpha = \dfrac{60}{61}$

$tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \to tg\ \alpha = \dfrac{\frac{11}{61}}{\frac{60}{61}} \to tg\ \alpha = \dfrac{11}{60}$

e) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to sen^2\alpha + \left(\dfrac{8}{17}\right)^2 = 1 \to sen^2\alpha + \dfrac{64}{289} = 1 \to sen^2\alpha = \dfrac{225}{289} \to sen\ \alpha = \dfrac{15}{17}$

$tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \to tg\ \alpha = \dfrac{\frac{15}{17}}{\frac{8}{17}} \to tg\ \alpha = \dfrac{15}{8}$

f) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \frac{144}{169} = 1 \rightarrow sen^2\alpha = \frac{25}{169} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{5}{13}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{5}{12}$

g) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{20}{29}\right)^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \frac{400}{841} = 1 \rightarrow sen^2\alpha = \frac{441}{841} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{21}{29}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{21}{29}}{\frac{20}{29}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{21}{20}$

h) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \frac{25}{169} = 1 \rightarrow sen^2\alpha = \frac{144}{169} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{12}{13}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{12}{5}$

14. Página 139

a) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{25}{9} + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos^2\alpha = \frac{9}{34} \rightarrow cos\ \alpha = 0{,}5145$

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \frac{9}{34} = 1 \rightarrow sen^2\alpha = \frac{25}{34} \rightarrow sen\ \alpha = 0{,}8575$

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{9}{16} + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos^2\alpha = \frac{16}{25} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{4}{5}$

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \frac{16}{25} = 1 \rightarrow sen^2\alpha = \frac{9}{25} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{3}{5}$

15. Página 140

$sen\ 60° = \frac{h}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{5} \rightarrow h = 4{,}33$ ⟶ La altura del triángulo mide 4,33 cm.

16. Página 140

$sen\ 45° = \frac{3}{d} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{d} \rightarrow d = 4{,}24$ ⟶ La diagonal del cuadrado mide 4,24 cm.

17. Página 140

En un hexágono de lado 4 cm, su radio mide 4 cm y la mitad de su lado 2 cm.

Consideramos el triángulo rectángulo cuya hipotenusa es el radio del hexágono, 4 cm, un cateto la mitad de su lado, 2 cm, y el otro cateto la apotema. Si llamamos α_1 al ángulo marcado en la figura tenemos:

$$cos\ \alpha_1 = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

En un hexágono de lado 6 cm, su radio mide 6 cm y la mitad de su lado 3 cm.

Consideramos el triángulo rectángulo cuya hipotenusa es el radio del hexágono, 6 cm, un cateto la mitad de su lado, 3 cm, y el otro cateto la apotema. Si llamamos α_2 al ángulo marcado en la figura tenemos:

$$cos\ \alpha_2 = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

Por tanto $cos\ \alpha_1 = cos\ \alpha_2$. El coseno no varía según la longitud del lado.

De la misma manera:

$$\left.\begin{array}{l} sen\ \alpha_1 = \dfrac{\sqrt{4^2-2^2}}{4} = \dfrac{\sqrt{12}}{4} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ sen\ \alpha_2 = \dfrac{\sqrt{6^2-3^2}}{6} = \dfrac{\sqrt{27}}{6} = \dfrac{3\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\} \rightarrow sen\ \alpha_1 = sen\ \alpha_2$$

$$\left.\begin{array}{l} tg\ \alpha_1 = \dfrac{\sqrt{4^2-2^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3} \\ tg\ \alpha_2 = \dfrac{\sqrt{6^2-3^2}}{3} = \dfrac{\sqrt{27}}{3} = \sqrt{3} \end{array}\right\} \rightarrow tg\ \alpha_1 = tg\ \alpha_2$$

18. Página 141

a)	$sen\ 40° = 0{,}643$	$cos\ 40° = 0{,}766$	$tg\ 40° = 0{,}839$
b)	$sen\ 120° = 0{,}866$	$cos\ 120° = -0{,}5$	$tg\ 120° = -1{,}732$
c)	$sen\ 75° = 0{,}966$	$cos\ 75° = 0{,}259$	$tg\ 75° = 3{,}732$
d)	$sen\ 220° = -0{,}643$	$cos\ 220° = -0{,}766$	$tg\ 220° = 0{,}839$
e)	$sen\ 135° = 0{,}707$	$cos\ 135° = -0{,}707$	$tg\ 135° = -1$
f)	$sen\ 300° = -0{,}866$	$cos\ 300° = 0{,}5$	$tg\ 300° = -1{,}732$
g)	$sen\ 240° = -0{,}866$	$cos\ 240° = -0{,}5$	$tg\ 240° = 1{,}732$
h)	$sen\ 15° = 0{,}259$	$cos\ 15° = 0{,}966$	$tg\ 15° = 0{,}268$
i)	$sen\ 85° = 0{,}996$	$cos\ 85° = 0{,}087$	$tg\ 85° = 11{,}430$

19. Página 141

$$sen\ \alpha = 0{,}34 \rightarrow \alpha = 19{,}88° \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha = 0{,}94 \\ tg\ \alpha = 0{,}36 \end{cases}$$

20. Página 141

a) $sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 60°$

b) $cos\ \alpha = \dfrac{1}{3} \rightarrow \alpha = 70{,}53°$

21. Página 142

a)	$sen\ 310° < 0$	$cos\ 310° > 0$	$tg\ 310° < 0$
b)	$sen\ 255° < 0$	$cos\ 255° < 0$	$tg\ 255° > 0$
c)	$sen\ 275° < 0$	$cos\ 275° > 0$	$tg\ 275° < 0$
d)	$sen\ 295° < 0$	$cos\ 295° > 0$	$tg\ 295° < 0$
e)	$sen\ 70° > 0$	$cos\ 70° > 0$	$tg\ 70° > 0$
f)	$sen\ 155° > 0$	$cos\ 155° < 0$	$tg\ 155° < 0$

22. Página 142

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow 0{,}6427^2 + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos^2\alpha = 0{,}5869 \rightarrow cos\ \alpha = -0{,}7661$$

$$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{0{,}6427}{-0{,}7661} = -0{,}8389$$

23. Página 142

a) $sen\ \alpha > 0 \qquad cos\ \alpha < 0 \quad \rightarrow \quad$ 2º Cuadrante

$$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{0{,}9397}{-0{,}3420} = -2{,}7477$$

b) $sen\ \alpha < 0 \qquad tg\ \alpha > 0 \quad \rightarrow \quad$ 3º Cuadrante

$$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{tg\ \alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{-0{,}7660}{1{,}1918} = -0{,}6427$$

24. Página 143

a) $sen\ 120° = sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad cos\ 120° = -cos\ 60° = -\frac{1}{2} \qquad tg\ 120° = -tg\ 60° = -\sqrt{3}$

b) $sen\ 210° = -sen\ 30° = -\frac{1}{2} \qquad cos\ 210° = -cos\ 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad tg\ 210° = tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $sen\ 315° = -sen\ 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad cos\ 315° = cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad tg\ 315° = -tg\ 45° = -1$

25. Página 143

a) $sen\ 225° = sen\ (45° + 180°) = -sen\ 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $sen\ 150° = sen\ (180° - 30°) = sen\ 30° = \frac{1}{2}$

c) $sen\ 300° = sen\ (360° - 60°) = sen\ (-60°) = -sen\ 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $cos\ 315° = cos\ (360° - 45°) = cos\ (-45°) = cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

26. Página 144

$sen\ 35° = 0{,}57 \qquad cos\ 35° = 0{,}82 \qquad tg\ 35° = 0{,}70$

a) $sen\ (90° - 35°) = cos\ 35° = 0{,}82$

$cos\ (90° - 35°) = sen\ 35° = 0{,}57$

$tg\ (90° - 35°) = \frac{0{,}82}{0{,}57} = 1{,}44$

b) $sen\ (180° - 35°) = sen\ 35° = 0{,}57$

$cos\ (180° - 35°) = -cos\ 35° = -0{,}82$

$tg\ (180° - 35°) = -tg\ 35° = -0{,}70$

c) $sen\,(-35°) = -sen\,35° = -0,57$

$cos\,(-35°) = cos\,35° = 0,82$

$tg\,(-35°) = -tg\,35° = -0,70$

27. Página 144

a) $65° = 90° - 25° \to \begin{cases} sen\,65° = cos\,25° = 0,91 \\ cos\,65° = sen\,25° = 0,42 \\ tg\,65° = \dfrac{0,91}{0,42} = 2,17 \end{cases}$

b) $155° = 180° - 25° \to \begin{cases} sen\,155° = sen\,25° = 0,42 \\ cos\,155° = -cos\,25° = -0,91 \\ tg\,155° = -tg\,25° = -0,47 \end{cases}$

c) $335° = 360° - 25° = -25° \to \begin{cases} sen\,335° = -sen\,25° = -0,42 \\ cos\,335° = cos\,25° = 0,91 \\ tg\,335° = -tg\,25° = -0,47 \end{cases}$

28. Página 144

Sea β el otro ángulo: $\alpha + \beta + 90° = 180° \to \beta = 90° - \alpha \to \begin{cases} sen\,\beta = cos\,\alpha \\ cos\,\beta = sen\,\alpha \end{cases}$

$cos^2\alpha + sen^2\alpha = 1 \to cos^2\alpha = 1 - 0,9848^2 \to cos^2\alpha = 0,0302 \to cos\,\alpha = 0,1738$

$sen\,\beta = 0,1738$ $\qquad cos\,\beta = 0,9848$ $\qquad tg\,\beta = \dfrac{0,1738}{0,9848} = 0,1765$

29. Página 145

a) $\begin{array}{r|l} 390 & 360 \\ \hline 30 & 1 \end{array}$

$sen\,390° = sen\,30° = \dfrac{1}{2}$ $\qquad cos\,390° = cos\,30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad tg\,390° = tg\,30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\begin{array}{r|l} 480 & 360 \\ \hline 120 & 1 \end{array}$

$sen\,480° = sen\,120° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad cos\,480° = cos\,120° = -\dfrac{1}{2}$ $\qquad tg\,480° = tg\,120° = -\sqrt{3}$

c) $\begin{array}{r|l} 585 & 360 \\ \hline 225 & 1 \end{array}$

$sen\,585° = sen\,225° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad cos\,585° = cos\,225° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad tg\,585° = tg\,225° = 1$

d) $\begin{array}{r|l} 405 & 360 \\ \hline 45 & 1 \end{array}$

$sen\,405° = sen\,45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad cos\,405° = cos\,45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad tg\,405° = tg\,45° = 1$

e) $\begin{array}{r|l} 690 & 360 \\ \hline 330 & 1 \end{array}$

$sen\ 690° = sen\ 330° = -\dfrac{1}{2}$ $\qquad cos\ 690° = cos\ 330° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad tg\ 690° = tg\ 330° = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

30. Página 145

a) $\begin{array}{r|l} 1\,125 & 360 \\ \hline 45 & 3 \end{array}$

$360° - 45° = 315°$

$sen(-1\,125°) = sen\ 315° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad cos(-1\,125°) = cos\ 315° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad tg(-1\,125°) = tg\ 315° = -1$

b) $\begin{array}{r|l} 1\,060 & 360 \\ \hline 340 & 2 \end{array}$

$360° - 340° = 20°$

$sen(-1\,060°) = sen\ 20° = 0{,}34$ $\qquad cos(-1\,060°) = cos\ 20° = 0{,}94$ $\qquad tg(-1\,060°) = tg\ 20° = 0{,}36$

31. Página 145

Respuesta abierta. $\alpha = 45° \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 45° + 360° = 405° > 360° \\ \alpha_2 = 45° + 2 \cdot 360° = 765° > 360° \\ \alpha_3 = 45° - 360° = -315° < 0° \\ \alpha_4 = 45° - 2 \cdot 360° = -675° < 0° \end{cases}$

$sen\ \alpha_1 = sen\ \alpha_2 = sen\ \alpha_3 = sen\ \alpha_4 = sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad cos\ \alpha_1 = cos\ \alpha_2 = cos\ \alpha_3 = cos\ \alpha_4 = cos\ \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$tg\ \alpha_1 = tg\ \alpha_2 = tg\ \alpha_3 = tg\ \alpha_4 = tg\ \alpha = 1$

32. Página 146

a) $h = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29 \rightarrow$ La hipotenusa mide 29.

$tg\ \alpha = \dfrac{20}{21} = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 43{,}6°$ $\qquad tg\ \beta = \dfrac{21}{20} = 1{,}05 \rightarrow \beta = 46{,}4°$

Los ángulos miden 90°, 43,6° y 46,4°.

b) $tg\ 45° = \dfrac{10}{c} \rightarrow c = 10$ El otro cateto mide 10 cm.

Es un triángulo rectángulo isósceles, por tanto sus ángulos iguales miden 45°.

$h = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}1 \rightarrow$ La hipotenusa mide 14,1 cm

33. Página 146

$h = \sqrt{7^2 + 10^2} = 12{,}2 \rightarrow$ La hipotenusa mide 12,2 cm

$tg\ \alpha = \dfrac{7}{10} = 0{,}7 \rightarrow \alpha = 35°$ $\qquad tg\ \beta = \dfrac{10}{7} = 1{,}43 \rightarrow \beta = 55°$

Los ángulos miden 90°, 35° y 55°.

34. **Página 146**

$$tg\ 30° = \frac{c}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{c}{5} \rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$ El otro cateto mide 2,89 cm.

$$tg\ \alpha = \frac{5}{\frac{5\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60°$$ El otro ángulo agudo mide 60°.

$$h = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 5^2} = \frac{10\sqrt{3}}{3} = 5{,}77 \text{ cm.}$$ La hipotenusa mide 5,77 cm.

35. **Página 147**

La altura del triángulo lo divide por la mitad en dos triángulos rectángulos que tienen un ángulo de 15° y cuyo cateto opuesto mide 3 cm.

$$tg\ 15° = \frac{3}{a} \rightarrow 0{,}27 = \frac{3}{a} \rightarrow a = 11{,}1 \qquad l = \sqrt{11{,}1^2 + 3^2} = 11{,}5$$

La altura del triángulo es 11,1 cm y sus lados iguales miden 11,5 cm.

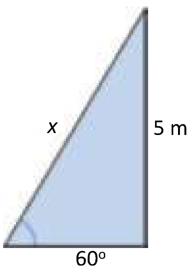
$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 11{,}1}{2} = 33{,}3 \qquad \text{Perímetro} = 6 + 2 \cdot 11{,}5 = 29$$

El área del triángulo es 33,3 cm² y su perímetro 29 cm.

36. **Página 147**

$$sen\ 60° = \frac{5}{x} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{3} = 5{,}8$$

La cuerda mide 5,8 metros.

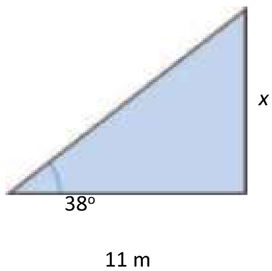


37. **Página 147**

$$tg\ 38° = \frac{x}{11} \rightarrow 0{,}78 = \frac{x}{11} \rightarrow x = 8{,}59$$

La pelota llega a la portería con una altura de 8,59 m sobre el suelo.

Como la portería mide 2,44 m de altura, la pelota no entrará.

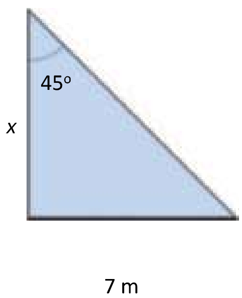


38. **Página 147**

$$90° - 45° = 45°$$

$$tg\ 45° = \frac{7}{x} \rightarrow 1 = \frac{7}{x} \rightarrow x = 7$$

La ventana está a 7 metros de altura.



ACTIVIDADES FINALES

39. Página 148

a) $x = 1\,800 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 10\pi$ rad

b) $x = 1\,260 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 7\pi$ rad

c) $x = 2\,880 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 16\pi$ rad

d) $x = 720 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 4\pi$ rad

40. Página 148

a) $x = 180°$ b) $x = 720°$ c) $x = 360°$ d) $x = 540°$

41. Página 148

a) $x = \dfrac{\pi}{4}$ rad b) $x = \dfrac{\pi}{6}$ rad c) $x = \dfrac{2\pi}{3}$ rad d) $x = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

42. Página 148

a) $x = 270°$ b) $x = 300°$ c) $x = 90°$ d) $x = 240°$

43. Página 148

a) $30°15' = 30{,}25°$ $x = 30{,}25 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 0{,}53$ rad

b) $15°27'45'' = 15{,}4625°$ $x = 15{,}4625 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 0{,}27$ rad

44. Página 148

a) $\dfrac{\pi}{3} \cdot \dfrac{360°}{2\pi} + 45{,}25° = 60° + 45{,}25° = 105{,}25° = 105°15'$

b) $\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{3\pi - 5\pi}{6} = -\dfrac{\pi}{3}$ rad

c) $2 \cdot \left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{6}\right) = 2 \cdot \dfrac{3\pi + 2\pi}{12} = \dfrac{5\pi}{6}$ rad

d) $\left(\dfrac{5\pi}{3} \cdot \dfrac{360°}{2\pi} + 50°\right) : 3 = \dfrac{350°}{3} = 116{,}7° = 116°42'$

45. Página 148

a) $h = \sqrt{16^2 + 30^2} = 34$

$tg\ \alpha = \dfrac{16}{30} = 0{,}53$

$sen\ \alpha = \dfrac{16}{34} = 0{,}47$

$cos\ \alpha = \dfrac{30}{34} = 0{,}88$

b) $c = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$tg\ \alpha = \dfrac{6}{8} = 0{,}75$

$sen\ \alpha = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

$cos\ \alpha = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$

46. Página 148

a) $h=\sqrt{10^2+24^2}=26$

$tg\ \alpha=\frac{24}{10}=2{,}4$

$tg\ \beta=\frac{10}{24}=0{,}42$

$sen\ \alpha=\frac{24}{26}=0{,}92$

$sen\ \beta=\frac{10}{26}=0{,}38$

$cos\ \alpha=\frac{10}{26}=0{,}38$

$cos\ \beta=\frac{24}{26}=0{,}92$

b) $h=\sqrt{9^2+12^2}=15$

$tg\ \alpha=\frac{12}{9}=1{,}33$

$tg\ \beta=\frac{9}{12}=0{,}75$

$sen\ \alpha=\frac{12}{15}=0{,}8$

$sen\ \beta=\frac{9}{15}=0{,}6$

$cos\ \alpha=\frac{9}{15}=0{,}6$

$\cos\ \beta=\frac{12}{15}=0{,}8$

c) $c=\sqrt{25^2-7^2}=24$

$tg\ \alpha=\frac{24}{7}=3{,}43$

$tg\ \beta=\frac{7}{24}=0{,}29$

$sen\ \alpha=\frac{24}{25}=0{,}96$

$sen\ \beta=\frac{7}{25}=0{,}28$

$cos\ \alpha=\frac{7}{25}=0{,}28$

$\cos\ \beta=\frac{24}{25}=0{,}96$

d) $c=\sqrt{29^2-20^2}=21$

$tg\ \alpha=\frac{21}{20}=1{,}05$

$sen\ \beta=\frac{20}{29}=0{,}69$

$sen\ \alpha=\frac{21}{29}=0{,}72$

$\cos\ \beta=\frac{21}{29}=0{,}72$

$cos\ \alpha=\frac{20}{29}=0{,}69$

$tg\ \beta=\frac{20}{21}=0{,}95$

47. Página 148

a) $tg\ 60°=\frac{5}{b}\rightarrow b=2{,}87$

$sen\ 60°=\frac{5}{a}\rightarrow a=5{,}77$

b) $tg\ 30°=\frac{2}{b}\rightarrow b=3{,}46$

$sen\ 30°=\frac{2}{a}\rightarrow a=4$

c) $tg\ 45°=\frac{b}{7}\rightarrow b=7$

$cos\ 45°=\frac{7}{a}\rightarrow a=9{,}9$

d) $tg\ 45°=\frac{9}{b}\rightarrow b=9$

$sen\ 45°=\frac{9}{a}\rightarrow a=12{,}73$

48. Página 148

a) $c=\sqrt{4,1^2-0,9^2}=4$ $\quad$ $sen\ \alpha=\frac{4}{4,1}=0,98$ $\quad$ $cos\ \alpha=\frac{0,9}{4,1}=0,22$ $\quad$ $tg\ \alpha=\frac{4}{0,9}=4,44$

b) $h=\sqrt{2,8^2+9,6^2}=10$ $\quad$ $sen\ \alpha=\frac{9,6}{10}=0,96$ $\quad$ $cos\ \alpha=\frac{2,8}{10}=0,28$ $\quad$ $tg\ \alpha=\frac{9,6}{2,8}=3,43$

c) $h=\sqrt{2^2+9,1^2}=9,32$ $\quad$ $sen\ \alpha=\frac{9,1}{9,32}=0,98$ $\quad$ $cos\ \alpha=\frac{2}{9,32}=0,21$ $\quad$ $tg\ \alpha=\frac{9,1}{2}=4,55$

d) $c=\sqrt{3,7^2-1,2^2}=3,5$ $\quad$ $sen\ \alpha=\frac{3,5}{3,7}=0,95$ $\quad$ $cos\ \alpha=\frac{1,2}{3,7}=0,32$ $\quad$ $tg\ \alpha=\frac{3,5}{1,2}=2,92$

49. Página 148

$$tg\ \alpha=\frac{c_{opuesto}}{c_{contiguo}}=\frac{6}{5}\rightarrow c_{opuesto}=\frac{6\cdot 5}{5}\rightarrow c_{opuesto}=6 \qquad h=\sqrt{6^2+5^2}=7,81$$

El otro cateto mide 6 cm y la hipotenusa 7,81 cm.

50. Página 148

$$sen\ \alpha=\frac{24}{h}=\frac{12}{13}\rightarrow h=\frac{24\cdot 13}{12}\rightarrow h=26 \qquad c=\sqrt{26^2-24^2}=10$$

El otro cateto mide 10 cm y la hipotenusa 26 cm.

51. Página 148

$$sen\ \alpha=\frac{a}{50}=\frac{7}{25}\rightarrow a=\frac{50\cdot 7}{25}\rightarrow a=14$$

$$sen^2\alpha+cos^2\alpha=1\rightarrow cos\ \alpha=\sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2}\rightarrow cos\ \alpha=0,96$$

$$tg\ \alpha=\frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}\rightarrow tg\ \alpha=\frac{7}{25\cdot 0,96}\rightarrow tg\ \alpha=0,29$$

52. Página 148

$$tg\ \alpha=\frac{15}{c}=\frac{3}{4}\rightarrow c=20 \qquad h=\sqrt{20^2+15^2}=25$$

$$sen\ \alpha=\frac{15}{25}=0,6 \qquad cos\ \alpha=\frac{20}{25}=0,8$$

53. Página 148

$$tg\ \alpha=\frac{a}{b}=\frac{7}{12}\rightarrow a=\frac{7b}{12}$$

$$\left.\begin{array}{l} a^2+b^2=100 \\ a=\frac{7b}{12}\end{array}\right\}\rightarrow\left(\frac{7b}{12}\right)^2+b^2=100\rightarrow\frac{49b^2}{144}+b^2=100\rightarrow b^2=74,6\rightarrow b=8,64\rightarrow a=5,04$$

$$sen\ \alpha=\frac{a}{10}=\frac{5,04}{10}=0,5 \qquad cos\ \alpha=\frac{b}{10}=\frac{8,64}{10}=0,86$$

54. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{7}{25}\right)^2 + \left(\frac{11}{25}\right)^2 = \frac{49}{625} + \frac{121}{625} = \frac{170}{625} \neq 1 \rightarrow$ No existe.

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{7}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{49}{169} + \frac{144}{169} = \frac{193}{169} \neq 1 \rightarrow$ No existe.

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{5}{25} + \frac{20}{25} = \frac{25}{25} = 1 \rightarrow$ Sí existe.

55. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{7}{25}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{625}} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{\frac{576}{625}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{24}{25}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\alpha = \frac{\frac{7}{25}}{\frac{24}{25}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{7}{24}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{\frac{25}{169}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{5}{13}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{5}{12}$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{8}{17}\right)^2 = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{\frac{225}{289}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{15}{17}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{15}{17}}{\frac{8}{17}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{15}{8}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{4}{5}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{3}{4}$

56. Página 149

a) $tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow \frac{6}{11} = \frac{\frac{7}{11}}{cos\ \alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{7}{6} > 1 \rightarrow$ No existe.

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{1}{cos^2\alpha} - tg^2\alpha = \left(\frac{13}{5}\right)^2 - 1 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{144}{25} \neq 1 \rightarrow$ No existe.

c) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow \frac{1}{cos^2\alpha} - tg^2\alpha = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3} - \frac{3}{9} = \frac{9}{9} = 1 \rightarrow$ Sí existe.

57. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{37}\right)^2} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{1369}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{35}{37}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{12}{37}}{\frac{35}{37}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{12}{35}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{61}\right)^2} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{121}{3721}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{60}{61}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{11}{61}}{\frac{60}{61}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{11}{60}$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{20}{29}\right)^2} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{400}{841}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{21}{29}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{21}{29}}{\frac{20}{29}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{21}{20}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{12}{13}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{12}{5}$

58. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{8}\right)^2} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{64}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{\sqrt{55}}{8}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{3\sqrt{55}}{55}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{15}{34}\right)^2} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{225}{1156}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{7\sqrt{19}}{34}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{15}{34}}{\frac{7\sqrt{19}}{34}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{15\sqrt{19}}{133}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}$

e) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{7}\right)^2} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{49}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{\sqrt{33}}{7}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{\sqrt{33}}{7}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{4\sqrt{33}}{33}$

f) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} \rightarrow sen\ \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} \rightarrow tg\ \alpha = 2\sqrt{2}$

59. Página 149

a) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{12}\right)^2 + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{12}{13}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow sen\ \alpha = tg\ \alpha \cdot cos\ \alpha \rightarrow sen\ \alpha = \frac{5}{12} \cdot \frac{12}{13} = \frac{5}{13}$

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{4}{5}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow sen\ \alpha = tg\ \alpha \cdot cos\ \alpha \rightarrow sen\ \alpha = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

c) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2 + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{13}{\sqrt{194}} = 0,93$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow sen\ \alpha = tg\ \alpha \cdot cos\ \alpha \rightarrow sen\ \alpha = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{\sqrt{194}} = \frac{5}{\sqrt{194}} = 0,36$

d) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2 + 1}} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{8}{\sqrt{89}} = 0,85$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow sen\ \alpha = tg\ \alpha \cdot cos\ \alpha \rightarrow sen\ \alpha = \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{\sqrt{89}} = \frac{5}{\sqrt{89}} = 0,53$

60. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}} = \sqrt{3} + 2$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1+\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}{\frac{1+\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{2}} = -\sqrt{3} + 2$

61. Página 149

$cos\ 60° = \frac{6}{h} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{h} \rightarrow h = 12$

$tg\ 60° = \frac{x}{6} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 6\sqrt{3} = 10,4$

Los demás lados miden 12 y 10,4 cm.

62. Página 149

$sen\ 45° = \frac{12}{h} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{12}{h} \rightarrow h = 12\sqrt{2} = 16,97$

$tg\ 45° = \frac{12}{x} \rightarrow 1 = \frac{12}{x} \rightarrow x = 12$

Los demás lados miden 12 y 16,97 cm.

63. Página 149

$sen\ 30° = \frac{x}{30} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{30} \rightarrow x = 15$

$cos\ 30° = \frac{y}{30} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{30} \rightarrow x = 15\sqrt{3} = 25,98$

Los demás lados miden 15 y 25,98 cm.

64. Página 149

$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3,46$

$P = 6 \cdot 4 = 24$

$\text{Área} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} = 41,57$

La apotema del polígono mide 3,46 cm y su área es 41,57 cm².

65. Página 149

a) $sen\ 157° = sen(180° - 23°) = sen\ 23° = 0{,}39$

b) $cos\ 197° = cos(180° + 17°) = -cos\ 17° = -0{,}96$

c) $sen\ 335° = sen(360° - 25°) = -sen\ 25° = -0{,}42$

d) $cos\ 245° = cos(180° + 65°) = -cos\ 65° = -0{,}42$

66. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{9}{25}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{4}{5} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{4}{5} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \pm\sqrt{1 - cos^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{2}{4}} \rightarrow \begin{cases} sen\ \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ sen\ \alpha_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{16}{25}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{3}{5} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{3}{5} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \pm\sqrt{1 - cos^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{4}} \rightarrow \begin{cases} sen\ \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ sen\ \alpha_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$

67. Página 149

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{4}{49}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{3\sqrt{5}}{7} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{3\sqrt{5}}{7} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3\sqrt{5}}{7}} = \frac{2\sqrt{5}}{15}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{-3\sqrt{5}}{7}} = -\frac{2\sqrt{5}}{15}$

b) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{169}{225}} \rightarrow \begin{cases} sen\ \alpha_1 = \frac{2\sqrt{14}}{15} \\ sen\ \alpha_2 = -\frac{2\sqrt{14}}{15} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{2\sqrt{14}}{15}}{-\frac{13}{15}} = -\frac{2\sqrt{14}}{13}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{2\sqrt{14}}{15}}{-\frac{13}{15}} = \frac{2\sqrt{14}}{13}$

c) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow sen\ \alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} \rightarrow \begin{cases} sen\ \alpha_1 = \frac{2\sqrt{6}}{5} \\ sen\ \alpha_2 = -\frac{2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{5}}{\frac{1}{5}} = 2\sqrt{6}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{2\sqrt{6}}{5}}{\frac{1}{5}} = -2\sqrt{6}$

d) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \rightarrow cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{121}{529}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{2\sqrt{102}}{23} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{2\sqrt{102}}{23} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} = \frac{-\frac{11}{23}}{\frac{2\sqrt{102}}{23}} = -\frac{11}{2\sqrt{102}}$ $\qquad$ $tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} = \frac{-\frac{11}{23}}{-\frac{2\sqrt{102}}{23}} = \frac{11}{2\sqrt{102}}$

68. Página 149

a) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} \rightarrow sen\ \alpha_1 = tg\ \alpha_1 \cdot cos\ \alpha_1 = (-1)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} \rightarrow sen\ \alpha_2 = tg\ \alpha_2 \cdot cos\ \alpha_2 = (-1)\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}}} \rightarrow \begin{cases} cos\ \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ cos\ \alpha_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{cos\ \alpha_1} \rightarrow sen\ \alpha_1 = tg\ \alpha_1 \cdot cos\ \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$

$tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{cos\ \alpha_2} \rightarrow sen\ \alpha_2 = tg\ \alpha_2 \cdot cos\ \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

c) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \to \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha+1}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \to \begin{cases} \cos\alpha_1 = \frac{1}{2} \\ \cos\alpha_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{\cos\alpha_1} \to sen\ \alpha_1 = tg\ \alpha_1 \cdot \cos\alpha_1 = \sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{\cos\alpha_2} \to sen\ \alpha_2 = tg\ \alpha_2 \cdot \cos\alpha_2 = \sqrt{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \to \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha+1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} \to \begin{cases} \cos\alpha_1 = \frac{4}{5} \\ \cos\alpha_2 = -\frac{4}{5} \end{cases}$

$tg\ \alpha_1 = \frac{sen\ \alpha_1}{\cos\alpha_1} \to sen\ \alpha_1 = tg\ \alpha_1 \cdot \cos\alpha_1 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{4}{5} = -\frac{3}{5}$

$tg\ \alpha_2 = \frac{sen\ \alpha_2}{\cos\alpha_2} \to sen\ \alpha_2 = tg\ \alpha_2 \cdot \cos\alpha_2 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5}$

69. Página 149

a) $tg\ \alpha = -1 \to \alpha = \frac{3\pi}{4} + k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

b) $tg\ \alpha = 1 \to \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

c) $tg\ \alpha = \sqrt{3} \to \alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

d) $tg\ \alpha = -\sqrt{3} \to \alpha = \frac{2\pi}{3} + k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

70. Página 150

a) $sen\ 1\,200° = sen\ 120° = sen\ 60°$

b) $\cos 870° = \cos 150° = -\cos 30°$

c) $sen\ 930° = sen\ 210° = -sen\ 30°$

d) $\cos 1\,770° = \cos 330° = \cos 30°$

71. Página 150

$sen^2\ 35° + \cos^2 35° = 1 \to \cos 35° = \sqrt{1 - 0{,}57^2} = \sqrt{0{,}68} \to \cos 35° = 0{,}82$

$tg\ 35° = \frac{sen\ 35°}{\cos 35°} \to tg\ 35° = \frac{0{,}57}{0{,}82} = 0{,}7$

a) $\cos 1\,655° = \cos 215° = \cos(180° + 35°) = -\cos 35° = -0{,}82$

b) $sen\ 1\,585° = sen\ 145° = sen(180° - 35°) = sen\ 35° = 0{,}57$

c) $sen\ 1\,765° = sen\ 325° = sen(-35°) = -sen\ 35° = -0{,}57$

d) $\cos 1\,565° = \cos 125° = \cos(90° + 35°) = -sen\ 35° = -0{,}57$

72. Página 150

a) $\cos\frac{14\pi}{3}=\cos\frac{2\pi}{3}=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

b) $\cos\frac{2\pi}{3}=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

c) $\operatorname{sen}\frac{5\pi}{4}=-\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\operatorname{sen}\frac{5\pi}{6}=\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

73. Página 150

a) $\cos 960°=\cos 240°=-\cos 60°=-\operatorname{sen} 30°$

b) $\operatorname{sen} 600°=\operatorname{sen} 240°=-\operatorname{sen} 60°=-\cos 30°$

c) $\cos 2\,145°=\cos 345°=\cos 15°$

d) $\operatorname{sen} 1\,120°=\operatorname{sen} 40°$

74. Página 150

a) $\operatorname{tg} 1\,655°=\operatorname{tg} 215°=\operatorname{tg}(180°+35°)=\operatorname{tg} 35°=0,7$

b) $\operatorname{tg} 1\,585°=\operatorname{tg} 145°=\operatorname{tg}(180°-35°)=-\operatorname{tg} 35°=-0,7$

c) $\operatorname{tg} 1\,765°=\operatorname{tg} 325°=\operatorname{tg}(-35°)=-\operatorname{tg} 35°=-0,7$

d) $\operatorname{tg} 1\,565°=\operatorname{tg} 125°=\operatorname{tg}(90°+35°)=\frac{\operatorname{sen}(90°+35°)}{\cos(90°+35°)}=\frac{\cos 35°}{-\operatorname{sen} 35°}=-\frac{1}{\operatorname{tg} 35°}=-1,43$

75. Página 150

a) $\operatorname{sen}\alpha=\cos\alpha\rightarrow\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=1\rightarrow\alpha=\frac{\pi}{4}+k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$.

b) $\operatorname{sen}\alpha=1-\operatorname{sen}\alpha\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}\alpha_k=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\ \alpha_n=\frac{5\pi}{6}+2n\pi\end{cases}$, con $k,n\in\mathbb{Z}$.

c) $\operatorname{sen}^2\alpha=1\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\pm1\rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}+k\pi$, con $k,n\in\mathbb{Z}$.

d) $\operatorname{sen}\alpha+\cos(90°-\alpha)=1\rightarrow\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\alpha=1\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}\alpha_k=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\ \alpha_n=\frac{5\pi}{6}+2n\pi\end{cases}$, con $k,n\in\mathbb{Z}$.

76. Página 150

a) $\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{tg}\alpha=0\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\operatorname{tg}\alpha\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\rightarrow\begin{cases}\cos\alpha=1\\ \operatorname{sen}\alpha=0=\operatorname{tg}\alpha\end{cases}\rightarrow\alpha=k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$.

b) $\operatorname{sen}^2\alpha-2\operatorname{sen}\alpha+1=0\rightarrow\operatorname{sen}\alpha=\frac{2\pm\sqrt{4-4}}{2}=1\rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}+2k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$.

77. Página 150

a) $h=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}=8,06$

$tg\ \alpha=\frac{7}{4}\rightarrow\alpha=60,25°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-60,25°-90°=29,75°$

Los lados del triángulo miden 4, 7 y 8,06 cm. Los ángulos miden 90°, 60,25° y 29,75°.

b) $h=\sqrt{5^2+9^2}=\sqrt{25+81}=\sqrt{106}=10,3$

$tg\ \alpha=\frac{9}{5}\rightarrow\alpha=60,95°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-60,95°-90°=29,05°$

Los lados del triángulo miden 5, 9 y 10,3 cm. Los ángulos miden 90°, 60,95° y 29,05°.

c) $x=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{64-9}=\sqrt{55}=7,42$

$\cos\alpha=\frac{3}{8}\rightarrow\alpha=67,98°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-67,98°-90°=22,02°$

Los lados del triángulo miden 8, 3 y 7,42 cm. Los ángulos miden 90°, 67,98° y 22,02°.

d) $x=\sqrt{11^2-6^2}=\sqrt{121-36}=\sqrt{85}=9,22$

$\cos\alpha=\frac{6}{11}\rightarrow\alpha=56,94°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-56,94°-90°=33,06°$

Los lados del triángulo miden 6, 11 y 9,22 cm. Los ángulos miden 90°, 56,94° y 33,06°.

78. Página 150

a) $\cos 20°=\frac{8}{h}\rightarrow h=\frac{8}{0,94}\rightarrow h=8,51$ $tg\ 20°=\frac{x}{8}\rightarrow 0,36=\frac{y}{8}\rightarrow y=2,88$

$\alpha+20°+90°=180°\rightarrow\alpha=70°$

Los lados del triángulo miden 8, 8,51 y 2,88 cm. Los ángulos miden 90°, 70° y 20°.

b) $\cos 25°=\frac{x}{10}\rightarrow 0,91=\frac{x}{10}\rightarrow x=9,1$ $sen\ 25°=\frac{y}{10}\rightarrow 0,42=\frac{y}{10}\rightarrow y=4,2$

$\alpha+25°+90°=180°\rightarrow\alpha=65°$

Los lados del triángulo miden 10, 9,1 y 4,2 cm. Los ángulos miden 90°, 65° y 25°.

79. Página 150

a) $h=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}=3,61$

$tg\ \alpha=\frac{3}{2}\rightarrow\alpha=56,31°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-56,31°-90°=33,69°$

Los lados del triángulo miden 2, 3 y 3,6 cm. Los ángulos miden 90°, 56,31° y 33,69°.

b) $x=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{144-36}=\sqrt{108}=10,39$

$\cos\alpha=\frac{6}{12}\rightarrow\cos\alpha=0,5\rightarrow\alpha=60°$ $\alpha+\beta+90°=180°\rightarrow\beta=180°-60°-90°=30°$

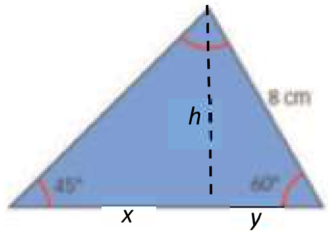
Los lados del triángulo miden 6, 12 y 10,39 cm. Los ángulos miden 90°, 60° y 30°.

c) $\cos 35°=\frac{x}{10}\rightarrow x=0,82\cdot 10\rightarrow x=8,2$ $sen\ 35°=\frac{y}{10}\rightarrow y=0,57\cdot 10\rightarrow x=5,7$

$\alpha+35°+90°=180°\rightarrow\alpha=180°-35°-90°=55°$

Los lados del triángulo miden 10, 5,7 y 8,2 cm. Los ángulos miden 90°, 55° y 35°.

81. Página 150



$$sen\ 60° = \frac{h}{8} \rightarrow h = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$cos\ 60° = \frac{y}{8} \rightarrow y = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

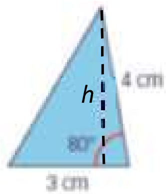
$$tg\ 45° = \frac{h}{x} = \frac{4\sqrt{3}}{x} \rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\left(4\sqrt{3} + 4\right) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} + 24 = 37{,}86$$

El área de ese triángulo es 37,86 cm².

83. Página 151

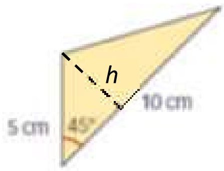
a) $$sen\ 80° = \frac{h}{4} \rightarrow 0{,}98 = \frac{h}{4} \rightarrow h = 3{,}92$$



$$\acute{A}rea = \frac{3 \cdot 3{,}92}{2} = 5{,}88$$

El área del triángulo es 5,88 cm².

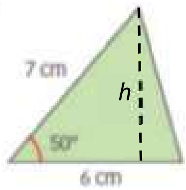
b) $$sen\ 45° = \frac{h}{5} \rightarrow 0{,}71 = \frac{h}{5} \rightarrow h = 3{,}55$$



$$\text{Área} = \frac{10 \cdot 3{,}55}{2} = 17{,}75$$

El área del triángulo es 17,75 cm².

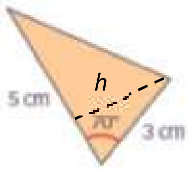
c) $$sen\ 50° = \frac{h}{7} \rightarrow 0{,}77 = \frac{h}{7} \rightarrow h = 5{,}39$$



$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 5{,}39}{2} = 16{,}17$$

El área del triángulo es 16,17 cm².

d) $$sen\ 70° = \frac{h}{3} \rightarrow 0{,}94 = \frac{h}{3} \rightarrow h = 2{,}82$$



$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 2{,}82}{2} = 7{,}05$$

El área del triángulo es 7,05 cm².

84. Página 151

$$sen\ 60° = \frac{h}{8} \rightarrow 0{,}87 = \frac{h}{8} \rightarrow h = 6{,}96 \qquad \acute{A}rea = \frac{8 \cdot 6{,}96}{2} = 27{,}84$$

La altura del triángulo es de 6,96 cm y su área es 27,84 cm².

85. Página 151

$$sen\ 60° = \frac{h}{5} \rightarrow 0{,}87 = \frac{h}{5} \rightarrow h = 4{,}35 \qquad \text{Área} = \frac{5 \cdot 4{,}35}{2} = 10{,}875$$

La altura del triángulo es de 4,35 cm y su área es 10,875 cm².

86. Página 151

Si el ángulo desigual mide 60°, necesariamente el triángulo es equilátero. Por tanto todos sus lados miden 10 cm.

Entonces:

$$\text{Perímetro} = 3 \cdot 10 = 30$$

$$sen\ 60° = \frac{h}{10} \rightarrow 0{,}87 = \frac{h}{10} \rightarrow h = 8{,}7 \qquad \text{Área} = \frac{10 \cdot 8{,}7}{2} = 43{,}5$$

El perímetro mide 30 cm y el área 43,5 cm².

87. Página 151

$$sen\ 15° = \frac{4}{x} \rightarrow 0{,}26 = \frac{4}{x} \rightarrow x = 15{,}38$$

$$h = \sqrt{15{,}38^2 - 4^2} = \sqrt{236{,}54 - 16} = \sqrt{220{,}54} = 14{,}85$$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 15{,}38 + 8 = 38{,}76 \qquad \text{Área} = \frac{8 \cdot 14{,}85}{2} = 59{,}4$$

El perímetro mide 38,76 cm y el área 59,4 cm².

88. Página 151

$$tg\ 40° = \frac{x}{4} \rightarrow 0{,}84 = \frac{x}{4} \rightarrow x = 3{,}36$$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3{,}36 = 14{,}72 \qquad \text{Área} = 4 \cdot 3{,}36 = 13{,}44$$

El lado menor mide 3,36 cm, el perímetro 14,72 cm y el área 13,44 cm².

89. Página 151

$$sen\ 30° = \frac{h}{7} \rightarrow 0{,}5 = \frac{h}{7} \rightarrow h = 3{,}5 \qquad \text{Área} = 5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5$$

La altura del paralelogramo mide 3,5 cm y el área 17,5 cm².

91. Página 151

Un pentágono regular puede dividirse en 5 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito.

Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados (ángulo central):

$$\alpha = \frac{360°}{5} = 72° \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 36°$$

Calculamos la apotema del pentágono.

Para hallar la apotema del pentágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto desconocido (y la altura de triángulo). El otro cateto mide la mitad del lado del pentágono, es decir, 2,5 cm.

$$sen\ 36° = \frac{2{,}5}{r} \rightarrow r = \frac{2{,}5}{0{,}59} \rightarrow r = 4{,}24$$

$$a = \sqrt{4{,}24^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{11{,}73} \rightarrow a = 3{,}42 \qquad \text{Área} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3{,}42}{2} = 42{,}75$$

El radio de la circunferencia es 4,24 cm y el área del pentágono es 42,75 cm².

92. Página 151

Un pentágono regular puede dividirse en 5 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito, en este caso 8 cm. Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{5} = 72° \to \frac{\alpha}{2} = 36°$$

Para hallar la apotema del pentágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del pentágono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia, 8 cm.

$$sen\ 36° = \frac{x}{8} \to x = 0{,}59 \cdot 8 \to x = 4{,}72 \to \text{Lado} = 2 \cdot 4{,}72 = 9{,}44$$

$$a = \sqrt{8^2 - 4{,}72^2} = \sqrt{41{,}72} \to a = 6{,}46$$

$$\text{Perímetro} = 5 \cdot 9{,}44 = 47{,}2 \qquad \text{Área} = \frac{47{,}2 \cdot 6{,}46}{2} = 152{,}46$$

El perímetro del pentágono es 47,2 cm y el área del pentágono es 152,46 cm².

93. Página 151

Un octógono regular puede dividirse en 8 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito, en este caso 4 cm. Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{8} = 45° \to \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°$$

Para hallar la apotema del octógono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del octógono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia, 4 cm.

$$sen\ 22{,}5° = \frac{x}{4} \to x = 0{,}38 \cdot 4 \to x = 1{,}52 \to \text{Lado} = 2 \cdot 1{,}52 = 3{,}04$$

$$a = \sqrt{4^2 - 1{,}52^2} = \sqrt{13{,}69} \to a = 3{,}7 \qquad \text{Área} = \frac{8 \cdot 3{,}04 \cdot 3{,}7}{2} = 44{,}99$$

El lado del octógono es 3,04 cm y su área es 44,99 cm².

94. Página 151

Un octógono regular puede dividirse en 8 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito. Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{8} = 45° \to \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°$$

Para hallar la apotema del octógono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del octógono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia.

$$tg\ 22{,}5° = \frac{2{,}5}{a} \to a = \frac{2{,}5}{0{,}41} \to a = 6{,}1$$

$$\text{Perímetro} = 8 \cdot 5 = 40 \qquad \text{Área} = \frac{40 \cdot 6{,}1}{2} = 122$$

El perímetro del octógono es 40 cm y su área es 122 cm².

95. Página 151

Un decágono regular puede dividirse en 10 triángulos isósceles iguales. Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{10} = 36° \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 18°$$

Para hallar el lado del decágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del decágono.

$$tg\ 18° = \frac{x}{5} \rightarrow x = 0,32 \cdot 5 \rightarrow x = 1,6 \rightarrow Lado = 2 \cdot 1,6 = 3,2$$

$$\text{Perímetro} = 10 \cdot 3,2 = 32$$

$$\text{Área} = \frac{32 \cdot 5}{2} = 80$$

El lado del decágono mide 3,2 cm; su perímetro 32 cm y su área es 80 cm².

Si inscribimos el polígono en una circunferencia, el radio de ésta coincide con la hipotenusa del triángulo que hemos utilizado para hallar el lado del decágono. Así:

$$r = \sqrt{5^2 + 1,6^2} = \sqrt{27,56} \rightarrow r = 5,25$$

El radio de dicha circunferencia es 5,25 cm.

96. Página 151

Un dodecágono regular puede dividirse en 12 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito.

Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{12} = 30° \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15°$$

Para hallar la apotema del dodecágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del dodecágono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia.

$$cos\ 15° = \frac{a}{7} \rightarrow a = 0,97 \cdot 7 \rightarrow a = 6,79$$

$$x = \sqrt{7^2 - 6,79^2} = \sqrt{2,9} \rightarrow x = 1,7$$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot x \cdot 12 = 2 \cdot 1,7 \cdot 12 = 40,8$$

$$\text{Área} = \frac{40,8 \cdot 6,79}{2} = 138,52$$

La apotema del dodecágono es 6,79 cm, su perímetro es 40,8 cm y su área es 138,52 cm².

97. Página 151

Primero hallamos el área de la base.

Un pentágono regular puede dividirse en 5 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito.

Hallamos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{5} = 72° \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 36°$$

Para hallar la apotema del pentágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del pentágono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia, 6 cm.

$$sen\ 36° = \frac{x}{6} \rightarrow x = 0,59 \cdot 6 \rightarrow x = 3,54 \qquad a = \sqrt{6^2 - 3,54^2} = \sqrt{23,47} \rightarrow a = 4,84$$

$$\text{Perímetro} = 5 \cdot 2 \cdot x = 10 \cdot 3,54 = 35,4 \qquad \text{Área} = \frac{35,4 \cdot 4,84}{2} = 85,67$$

El área del pentágono es 85,67 cm².

Hallamos ahora el volumen de la pirámide: $\text{Volumen} = \frac{85,67 \cdot 3}{3} = 85,67$

El volumen de la pirámide es 85,67 cm³.

98. Página 151

Un dodecágono regular puede dividirse en 12 triángulos isósceles iguales cuyos lados iguales coinciden con el radio de la circunferencia en la que éste está inscrito. Hallaremos primero el ángulo que forman estos dos lados:

$$\alpha = \frac{360°}{12} = 30° \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15°$$

Para hallar la apotema del dodecágono, dividimos uno de los triángulos en dos triángulos rectángulos iguales. La apotema coincide con el cateto adyacente a α. El otro cateto mide la mitad del lado del dodecágono y la hipotenusa es el radio de la circunferencia.

$$cos\ 15° = \frac{a}{10} \rightarrow a = 0,97 \cdot 10 \rightarrow a = 9,7 \longrightarrow x = \sqrt{10^2 - 9,7^2} = \sqrt{5,91} \rightarrow x = 2,43$$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot x \cdot 12 = 2 \cdot 2,43 \cdot 12 = 58,32$$

$$\text{Área}_{\text{Dodecaedro}} = \frac{58,32 \cdot 9,7}{2} = 282,85$$

$$\text{Área}_{\text{Circulo}} = \pi \cdot 10^2 = 314,16$$

$$\text{Área}_{\text{Restante}} = 314,16 - 282,85 = 31,31$$

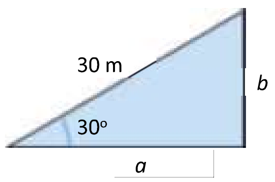
El área que le sobra es 31,31 cm².

99. Página 152

$$cos\ 30° = \frac{a}{30} \rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 30 \rightarrow a = 15\sqrt{3} = 25,98$$

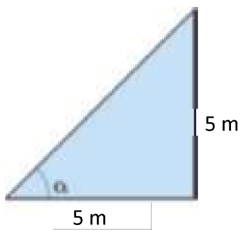
$$sen\ 30° = \frac{b}{30} \rightarrow b = \frac{1}{2} \cdot 30 \rightarrow b = 15$$

El río mide 25,98 m de ancho y Jorge tendrá que caminar 15 m hasta el embarcadero.



100. Página 152

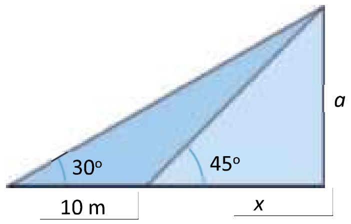
$$tg\ \alpha = \frac{5}{5} \rightarrow tg\ \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45°$$



102. **Página 152**

$$\begin{cases} tg\ 45° = \dfrac{a}{x} \to 1 = \dfrac{a}{x} \to a = x \\ tg\ 30° = \dfrac{a}{x+10} \to \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a}{x+10} \to a = \dfrac{(x+10)\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{(x+10)\sqrt{3}}{3} \to 3x = \sqrt{3}x + 10\sqrt{3} \to x\left(3-\sqrt{3}\right) = 10\sqrt{3} \to x = 13{,}66 = a$$

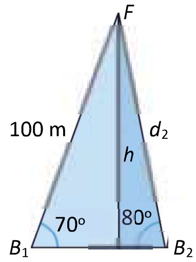


El río mide de ancho 13,66 metros, al igual que la altura del árbol.

103. **Página 152**

$$sen\ 70° = \frac{h}{100} \to 0{,}94 = \frac{h}{100} \to h = 94$$

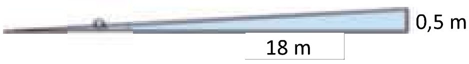
$$sen\ 80° = \frac{h}{x} \to 0{,}98 = \frac{94}{x} \to x = \frac{94}{0{,}98} = 95{,}92$$



Un barco está a 100 m del faro y el otro a 96 m, aproximadamente.

104. **Página 152**

$$tg\ \alpha = \frac{0{,}5}{18} \to tg\ \alpha = 0{,}03 \to \alpha = 1{,}72°$$



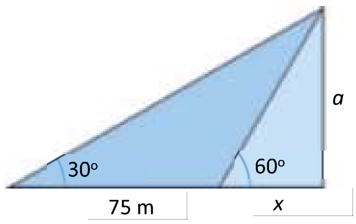
El ángulo máximo que nos podemos desviar es de 1,72°.

.

105. **Página 152**

$$\begin{cases} tg\ 60° = \dfrac{a}{x} \to \sqrt{3} = \dfrac{a}{x} \to a = x\sqrt{3} \\ tg\ 30° = \dfrac{a}{x+75} \to \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a}{x+75} \to a = \dfrac{(x+75)\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$x\sqrt{3} = \frac{(x+75)\sqrt{3}}{3} \to 3x = x + 75 \to 2x = 75 \to x = 37{,}5 \to a = 37{,}5\sqrt{3} = 64{,}95$$



La torre mide 65 metros de altura, aproximadamente.

106. **Página 152**

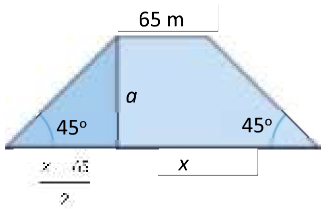
$$\begin{cases} tg\ 50° = \dfrac{h-1}{x} \to 1{,}19 = \dfrac{h-1}{x} \to h = 1{,}19x + 1 \\ tg\ 40° = \dfrac{h-2}{x} \to 0{,}84 = \dfrac{h-2}{x} \to h = 0{,}84x + 2 \end{cases}$$

$$1{,}19x + 1 = 0{,}84x + 2 \to 0{,}35x = 1 \to x = 2{,}86 \to h = 4{,}40$$

El árbol mide 4,40 metros de altura y ellos se encuentran a 2,86 metros de él.

107. Página 152

Como tiene dos ángulos agudos iguales, podemos afirmar que es un trapecio isósceles.

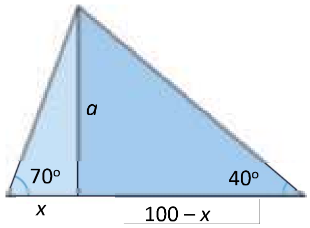


$$\begin{cases} tg\ 45° = \dfrac{a}{\dfrac{x-65}{2}} \rightarrow tg\ 45° = \dfrac{2a}{x-65} \rightarrow x-65 = 2a \rightarrow x = 2a+65 \\ a \cdot \dfrac{65+x}{2} = 1200 \rightarrow 65a + ax = 2400 \rightarrow x = \dfrac{2400-65a}{a} \end{cases}$$

$$2a^2 + 65a = 2400 - 65a \rightarrow 2a^2 + 130a - 2400 = 0 \rightarrow a = 15 \rightarrow x = 95$$

La base mayor del trapecio mide 95 m y la altura (distancia entre las bases) 15 m.

108. Página 152



$$\begin{cases} tg\ 70° = \dfrac{a}{x} \rightarrow 2{,}75 = \dfrac{a}{x} \rightarrow a = 2{,}75x \\ tg\ 40° = \dfrac{a}{100-x} \rightarrow 0{,}84 = \dfrac{a}{100-x} \rightarrow a = 84 - 0{,}84x \end{cases}$$

$$2{,}75x = 84 - 0{,}84x \rightarrow 3{,}59x = 84 \rightarrow x = 23{,}40 \rightarrow a = 64{,}34$$

$$d = \sqrt{64{,}34^2 + 23{,}40^2} = \sqrt{4139{,}64 + 547{,}56} = 68{,}46$$

La distancia entre el coche y el helicóptero es de 68,46 m. La altura del helicóptero es de 64,34 m.

109. Página 153

$tg\ 30° = \dfrac{2}{h} \rightarrow h = \dfrac{2}{tg\ 30°} \rightarrow h = 2\sqrt{3} = 3{,}46$ ⟶ El pozo mide 3,46 metros de altura.

110. Página 153

$$18\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{hora}}{3\,600\ \text{s}} \cdot \frac{400\ \text{millas}}{1\ \text{hora}} = 2\ \text{millas}$$

$$\begin{cases} tg\ 30° = \dfrac{h}{2+x} \rightarrow 0{,}58 = \dfrac{h}{2+x} \rightarrow h = 1{,}16 + 0{,}58x \\ tg\ 55° = \dfrac{h}{x} \rightarrow 1{,}43 = \dfrac{h}{x} \rightarrow h = 1{,}43x \end{cases}$$

$1{,}16 + 0{,}58x = 1{,}43x \rightarrow 0{,}85x = 1{,}16 \rightarrow x = 1{,}36 \rightarrow h = 1{,}95$ ⟶ El avión vuela a 1,95 millas de altitud.

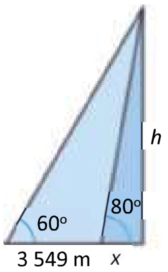
111. Página 153

$$\begin{cases} tg\ 45° = \dfrac{h}{100-x} \rightarrow 1 = \dfrac{h}{100-x} \rightarrow h = 100 - x \\ tg\ 60° = \dfrac{h}{x} \rightarrow 1{,}73 = \dfrac{h}{x} \rightarrow h = 1{,}73x \end{cases}$$

$$100 - x = 1{,}73x \rightarrow 2{,}73x = 100 \rightarrow x = 36{,}63 \rightarrow h = 63{,}37$$

El mástil mide 63,37 metros.

112. Página 153



$$\begin{cases} tg\ 60° = \dfrac{h}{3549+x} \to 1{,}73 = \dfrac{h}{3549+x} \to h = 6139{,}77 + 1{,}73x \\ tg\ 80° = \dfrac{h}{x} \to 5{,}67 = \dfrac{h}{x} \to h = 5{,}67x \end{cases}$$

$$6139{,}77 + 1{,}73x = 5{,}67x \to 3{,}94x = 6139{,}77 \to x = 1558{,}32 \to h = 8\,835{,}66$$

El Everest mide 8 835,66 metros, y ellos están a una distancia de 1 558,32m.

DEBES SABER HACER

1. Página 153

a) $x = \dfrac{7\pi}{5} \cdot \dfrac{360}{2\pi} = 252°$

b) $x = 460 \cdot \dfrac{2\pi}{360} = 2{,}56 \text{ rad}$

2. Página 153

$$b = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$sen\ \alpha = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad cos\ \alpha = \dfrac{3\sqrt{5}}{9} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ $\qquad tg\ \alpha = \dfrac{6}{3\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

3. Página 153

a) $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \to cos\ \alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} = \sqrt{1 - 0{,}9063^2} = 0{,}4226$

b) $tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \dfrac{0{,}9063}{0{,}4226} = 2{,}1446$

c) $\alpha = 65°$

4. Página 153

Por ser un triángulo rectángulo isósceles, sus ángulos miden 90°, 45° y 45°.

$sen\ 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad cos\ 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad tg\ 45° = 1$

5. Página 153

a) $\begin{cases} sen\ 225° = -sen\ 45° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ cos\ 225° = -cos\ 45° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ tg\ 225° = tg\ 45° = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} sen\ 315° = -sen\ 45° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ cos\ 315° = cos\ 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ tg\ 315° = -tg\ 45° = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} sen\ 420° = sen\ 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ cos\ 420° = cos\ 60° = \dfrac{1}{2} \\ tg\ 420° = tg\ 60° = \sqrt{3} \end{cases}$

d) $\begin{cases} sen\ 1\,590° = sen\ 30° = \dfrac{1}{2} \\ cos\ 1\,590° = -cos\ 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ tg\ 1\,590° = -tg\ 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} sen(-450°) = -sen\ 90° = -1 \\ cos(-450°) = cos\ 90° = 0 \\ tg(-450°) = -tg\ 90° = -\infty \end{cases}$

f) $\begin{cases} sen(-570°) = sen\ 30° = \dfrac{1}{2} \\ cos(-570°) = -cos\ 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ tg(-570°) = -tg\ 30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

6. Página 153

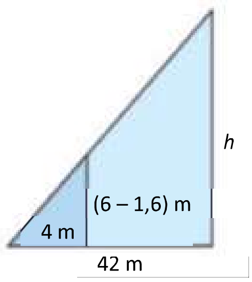
$$sen\ 30° = \frac{5}{h} \rightarrow h = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

$$c = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\hat{C} = 90° - 30° = 60°$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

113. Página 154



a) Tomamos dos triángulos rectángulos con vértice común en los ojos de la chica. Estos dos triángulos son semejantes por estar colocados en posición de Thales. Aplicando el teorema de Thales:

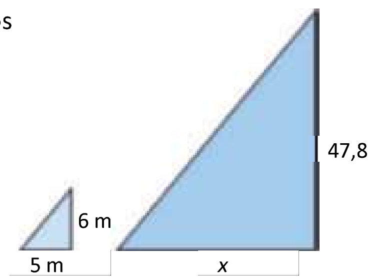
$$\frac{h}{6-1,6} = \frac{42}{4} \rightarrow 4h = 184,8 \rightarrow h = 46,2 \text{ m}$$

La altura del faro es 46,2 + 1,6 = 47,8 m.

b) Como la inclinación del sol es la misma para la farola y para el faro, los triángulos que forman los vértices de las sombras y los extremos de la farola y el faro tienen que ser semejantes. Aplicando el teorema de Thales:

$$\frac{47,8}{6} = \frac{x}{5} \rightarrow 239 = 6x \rightarrow x = 39,83 \text{ m}$$

Como la farola está a 42 – 4 = 38 m del faro, la sombra del faro sobrepasa la farola.



FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

114. Página 154

Las rectas tangentes a la esfera terrestre forman un ángulo de 90° con el radio. Tenemos un triángulo rectángulo cuyos catetos son R y d.

a) $\alpha = 28° \rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 14° \rightarrow tg\ 14° = \dfrac{6\,370}{d} \rightarrow d = \dfrac{6\,370}{tg\ 14°} \rightarrow d = 25\,548{,}67$

La nave está a 25 548,67 km del centro de la Tierra.

b) $\alpha = 24° \rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 12° \rightarrow tg\ 12° = \dfrac{6\,370}{d} \rightarrow d = \dfrac{6\,370}{tg\ 12°} \rightarrow d = 29\,968{,}49$

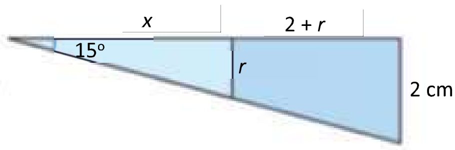
La nave está a 29 968,49 km del centro de la Tierra.

c) $\alpha = 18° \rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 9° \rightarrow tg\ 9° = \dfrac{6\,370}{d} \rightarrow d = \dfrac{6\,370}{tg\ 9°} \rightarrow d = 40\,218{,}60$

La nave está a 40 218,60 km del centro de la Tierra.

115. Página 154

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 15° = \dfrac{r}{x} \rightarrow r = 0{,}27x \\ tg\ 15° = \dfrac{2}{x+(2+r)} \rightarrow x+2+r = \dfrac{2}{tg\ 15°} = 7{,}41 \rightarrow r = 5{,}41 - x \end{array}\right\} \rightarrow 0{,}27x = 5{,}41 - x$$



$0{,}27x = 5{,}41 - x \rightarrow 1{,}27x = 5{,}41 \rightarrow x = 4{,}26$

$r = 0{,}27x \rightarrow r = 1{,}15$

El radio de la circunferencia menor mide 1,15 cm.

116. Página 154

Si tomamos como base del triángulo el lado que mide 20 cm, la altura del triángulo puede coincidir con el lado que mide 15 cm (si es un triángulo rectángulo) o no coincidir. En el caso de que no coincida, la altura será menor que 15 cm, con lo cual el área buscada será menor que el área del triángulo rectángulo.

Por tanto el área mayor del triángulo será el caso en el que sea un triángulo rectángulo de catetos de 20 cm y 15 cm.

$$\text{Área} = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ cm}$$

117. Página 154

a) $sen\ 113° = sen(180° - 67°) = sen\ 67° = cos\ 23°$

$cos\ 292° = cos(360° - 68°) = cos\ 68°$

$\cos(292°) < \cos(24°) < sen(113°)$

b) $tg\ 150° = -tg\ 30°$

$tg\ 150° < tg\ 30° < tg\ 45°$

PRUEBAS PISA

118. Página 155

a) Sea *x* la longitud de la cuerda. Entonces:

$$\text{sen } 45° = \frac{150}{x} \rightarrow x = \frac{150}{\text{sen } 45°} \rightarrow x = \frac{150 \cdot 2}{\sqrt{2}} \rightarrow x = 150\sqrt{2} = 212,13$$

La longitud de la cuerda debe ser de 212,13 m.

b) Coste anual sin cometa: $3\,500\,000 \cdot 0,42 = 1\,470\,000$ zeds

Coste anual con cometa: $(3\,500\,000 - 3\,500\,000 \cdot 0,20) \cdot 0,42 = 1\,176\,000$ zeds

Ahorro anual con cometa: $1\,470\,000 - 1\,176\,000 = 294\,000$ zeds

Años necesarios para cubrir los gastos: $\frac{2\,500\,000}{294\,000} = 8,5$ años