1 Números reales

- NÚMEROS REALES
  - NÚMEROS RACIONALES
  - RELACIÓN DE ORDEN
  - NÚMEROS IRRACIONALES

- APROXIMACIONES
  - TRUNCAMIENTO
  - REDONDEO
  - POR EXCESO

- ERRORES EN LA APROXIMACIÓN

Mi desconocido amigo

La misiva parecía urgente y el general Pernety, al que le unía una profunda amistad con Sophie Germain, dejó a un lado sus despachos y ordenó a su ayudante que hiciera pasar a su amiga. Tras tomar ambos asiento, el general comenzó a hablar:

–Ahora, Sophie, cuéntame qué es eso tan importante.

La agitación volvió a la mujer que, con voz nerviosa, comenzó a hablar de manera atropellada:

–¡No permitas que le pase lo mismo que a Arquímedes! La guerra no respeta nadie y él no ha hecho ningún mal; su pérdida sería irreparable.

–¿De qué hablas? –la interrumpió el general–. No entiendo nada.

–¡La guerra con Prusia! El ejército imperial invadirá la ciudad de Brunswick y allí vive un sabio que nada sabe de guerras, se llama Gauss. ¡Protégelo cuando tus tropas entren en la ciudad!

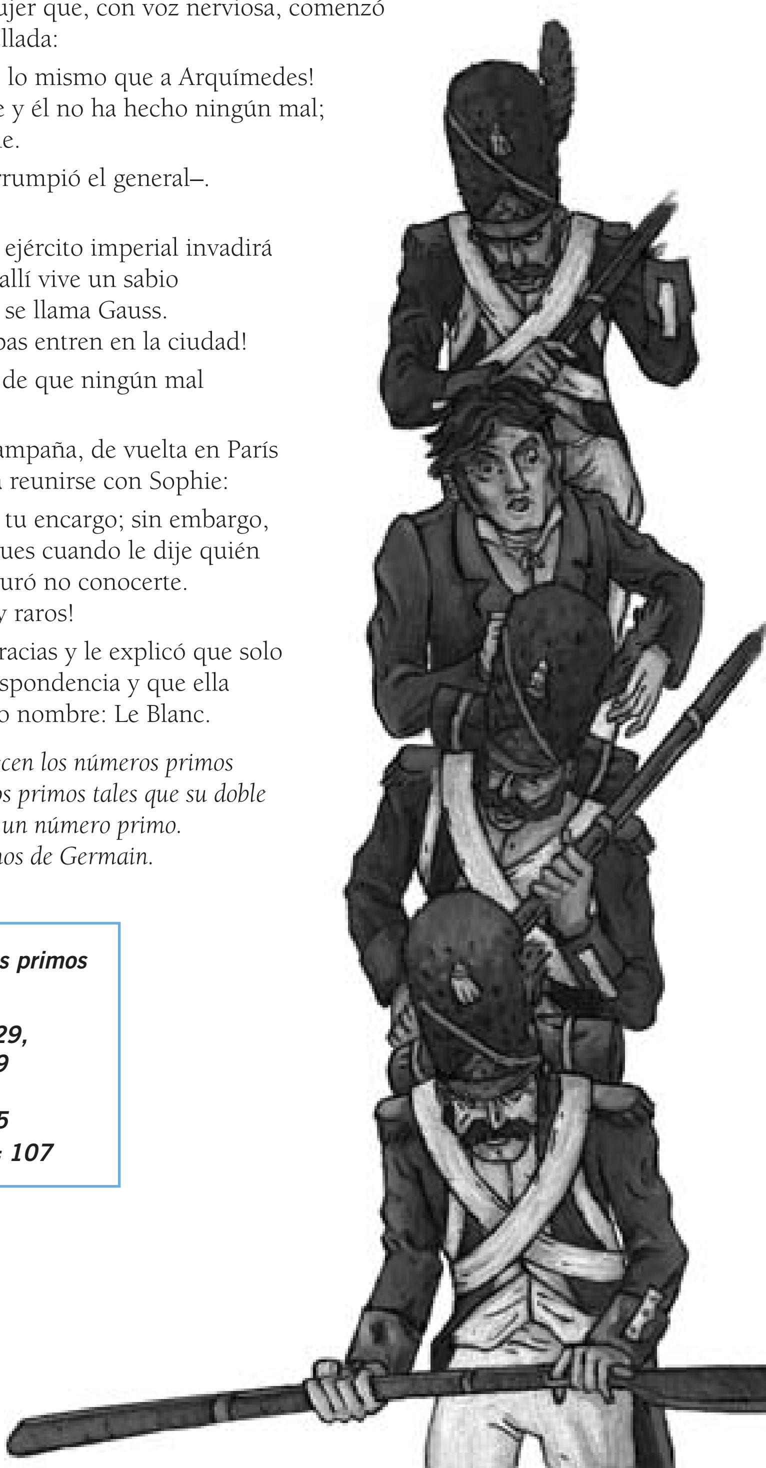
–Tranquila, me encargaré de que ningún mal le suceda a tu amigo.

Tiempo después, tras la campaña, de vuelta en París el general Pernety volvió a reunirse con Sophie:

–Estarás contenta, cumplí tu encargo; sin embargo, hubo algo muy extraño, pues cuando le dije quién era su benefactora, él aseguró no conocerte. ¡Los matemáticos son muy raros!

Sophie sonrió, le dio las gracias y le explicó que solo conocía a Gauss por correspondencia y que ella firmaba sus cartas con otro nombre: Le Blanc.

En una de esas cartas aparecen los números primos de Germain, son los números primos tales que su doble más una unidad también es un número primo. Encuentra 10 números primos de Germain.



Los primeros 10 números primos de Germain son:

2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83 y 89

$2 \longrightarrow 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$53 \rightarrow 53 \cdot 2 + 1 = 107$

Números reales

EJERCICIOS

001 **Indica, sin realizar las operaciones, qué tipo de expresión decimal tienen estos números.**

a) $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{14}{30}$ **e)** $\frac{21}{60}$

b) $\frac{11}{3}$ **d)** $\frac{20}{36}$ **f)** $\frac{11}{6}$

a) Decimal exacto
b) Periódico puro
c) Periódico mixto
d) Periódico puro
e) Decimal exacto
f) Periódico mixto

002 **Escribe dos fracciones que expresen:**

a) Un número decimal exacto.

b) Un número decimal periódico mixto.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{15}$

003 **¿Son racionales todos los números decimales periódicos?**

Sí porque se pueden poner en forma de fracción.

004 **Expresa en forma de fracción los siguientes decimales.**

a) $3,75$ **c)** $3,\overset{\frown}{75}$ **e)** $3,\overset{\frown}{675}$

b) $0,96$ **d)** $0,\overset{\frown}{96}$ **f)** $0,\overset{\frown}{196}$

Simplifica al máximo las fracciones obtenidas para llegar a la fracción generatriz.

a) $3,75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$

b) $0,96 = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$

c) $3,\overset{\frown}{75} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33}$

d) $0,\overset{\frown}{96} = \frac{96}{99} = \frac{32}{33}$

e) $3,\overset{\frown}{675} = \frac{3.672}{999} = \frac{136}{37}$

f) $0,\overset{\frown}{196} = \frac{196}{999}$

005 **Expresa en forma de fracción.**

a) $3,\overset{\frown}{9}$ **b)** $1,\overset{\frown}{9}$ **c)** $0,\overset{\frown}{9}$

¿A qué equivale el período formado por 9?

a) $3,\overset{\frown}{9} = \frac{36}{9} = 4$

b) $1,\overset{\frown}{9} = \frac{18}{9} = 2$

c) $0,\overset{\frown}{9} = \frac{9}{9} = 1$

El período formado por 9 equivale a una unidad entera.

006 **Completa.**

a) $5{,}6 = \dfrac{\square}{5}$ **b)** $5{,}36 = \dfrac{\square}{25}$

a) $5{,}6 = \dfrac{28}{5}$ b) $5{,}36 = \dfrac{134}{25}$

007 **Encuentra la fracción generatriz de los números decimales.**

a) $1{,}265555\ldots$ **c)** $0{,}2\overset{\frown}{25}$ **e)** $0{,}\overset{\frown}{225}$

b) $3{,}333\overset{\frown}{1}$ **d)** $1{,}26565\ldots$ **f)** $0{,}22\overset{\frown}{5}$

a) $1{,}265555\ldots = 1{,}26\overset{\frown}{5} = \dfrac{1.139}{900}$

b) $3{,}333\overset{\frown}{1} = \dfrac{29.998}{9.000} = \dfrac{14.999}{4.500}$

c) $0{,}2\overset{\frown}{25} = \dfrac{223}{990}$

d) $1{,}26565\ldots = 1{,}2\overset{\frown}{65} = \dfrac{1.253}{990}$

e) $0{,}\overset{\frown}{225} = \dfrac{225}{999} = \dfrac{25}{111}$

f) $0{,}22\overset{\frown}{5} = \dfrac{203}{900}$

008 **Sin realizar las operaciones, deduce cuál de estas igualdades es cierta.**

a) $3{,}4\overset{\frown}{56} = \dfrac{3.422}{99}$ **c)** $3{,}4\overset{\frown}{56} = \dfrac{3.422}{990}$

b) $3{,}4\overset{\frown}{56} = \dfrac{3.422}{999}$ **d)** $3{,}4\overset{\frown}{56} = \dfrac{3.422}{909}$

El denominador está formado por dos 9 seguidos de un 0; luego es el apartado c).

009 **Indica, sin realizar las operaciones, cuál de las igualdades es cierta.**

a) $0{,}0\overset{\frown}{20} = \dfrac{20}{99}$ **b)** $0{,}0\overset{\frown}{20} = \dfrac{4}{198}$ **c)** $0{,}0\overset{\frown}{20} = \dfrac{2}{9}$ **d)** $0{,}0\overset{\frown}{20} = \dfrac{2}{99}$

Son ciertas las igualdades de los apartados b) y d).

010 **Realiza las siguientes operaciones, ayudándote de la fracción generatriz.**

a) $(1{,}\overset{\frown}{2})^2$ **c)** $3{,}\overset{\frown}{2} - 0{,}\overset{\frown}{27}$

b) $1{,}\overset{\frown}{75} + 0{,}57$ **d)** $3{,}2 : 0{,}\overset{\frown}{2}$

a) $(1{,}\overset{\frown}{2})^2 = \left(\dfrac{11}{9}\right)^2 = \dfrac{121}{81}$

b) $1{,}\overset{\frown}{75} + 0{,}57 = \dfrac{58}{33} + \dfrac{57}{100} = \dfrac{7.681}{3.300} = 2{,}32\overset{\frown}{75}$

c) $3{,}\overset{\frown}{2} - 0{,}\overset{\frown}{27} = \dfrac{29}{9} - \dfrac{27}{99} = \dfrac{292}{99}$

d) $3{,}2 : 0{,}\overset{\frown}{2} = \dfrac{16}{5} : \dfrac{2}{9} = \dfrac{72}{5}$

011 **Considera las raíces cuadradas de los números naturales desde 1 hasta 20, indica cuáles de ellas son números racionales y cuáles son números irracionales.**

Son racionales: $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$.
El resto son números irracionales porque no son cuadrados perfectos.

012 **Escribe cuatro números irracionales, explicando por qué lo son.**

$\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt{17}$ son irracionales porque no son cuadrados perfectos.

013 **Indica de qué tipo son los números.**

a) 1,232323... **b) $-0{,}246810$** **c) $\sqrt{13}$**

a) Racional, periódico puro.
b) Racional, decimal exacto.
c) Irracional.

014 **Razona si estas afirmaciones son ciertas.**

a) La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional.
b) La raíz cuadrada de una fracción es un número irracional.

a) Es falso, por ejemplo:

$3 + \sqrt{2}$ y $5 - \sqrt{2}$

$3 + \sqrt{2} + 5 - \sqrt{2} = 8$

b) Es falso, cuando el numerador y el denominador son cuadrados perfectos.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

015 **Compara los siguientes pares de números.**

a) $\frac{17}{25}$ y $\frac{29}{27}$ **c) $-\frac{1}{3}$ y $-\frac{1}{2}$**
b) $\sqrt{3}$ y $1{,}7\overset{\frown}{32}$ **d) $\sqrt{5}$ y $2{,}23\overset{\frown}{60}$**

a) $\frac{17}{25} < \frac{29}{27}$ c) $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$

b) $\sqrt{3} < 1{,}7\overset{\frown}{32}$ d) $2{,}23\overset{\frown}{60} < \sqrt{5}$

016 **Indica el conjunto numérico al que pertenece cada número.**

a) 8,0999... **d) $-\frac{1}{5}$** **g) $\sqrt{15}$**
b) -11 **e) $6{,}1\overset{\frown}{26}$** **h) $\frac{8}{7}$**
c) 2,5 **f) 1,223334444...** **i) π**

a) Racional, periódico mixto.
b) Entero.
c) Racional, decimal exacto.
d) Racional, decimal exacto.
e) Racional, periódico mixto.
f) Irracional.
g) Irracional.
h) Racional, periódico puro.
i) Irracional.

017 **Escribe dos números racionales y otros dos irracionales comprendidos entre 1 y $\sqrt{2}$.**

Racionales: 1,2 y $1,\widehat{1}$

Irracionales: 1,1010010001… y 1,12345678…

018 **Observa lo que sucede en la desigualdad $3 < 5$ si:**

a) Restamos 5 a los dos números.

b) Multiplicamos ambos números por -2.

a) La desigualdad es cierta: $-2 < 0$.

b) La desigualdad cambia de signo: $-6 > -10$.

019 **¿Puedes encontrar un número racional entre dos números racionales cualesquiera? ¿Y un número irracional? Justifica tu respuesta.**

Entre dos números racionales siempre existe un número racional; por ejemplo, el punto medio de ambos.

Entre dos números racionales siempre podemos encontrar un número irracional; por ejemplo, el número resultante de sumar al menor de los dos cualquier número irracional que sea menor que la diferencia entre ambos números.

020 **Saca factor común, opera y simplifica la expresión resultante.**

a) $\frac{17}{2}\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)+\frac{4}{7}\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)$

b) $\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{5}-\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4}\cdot 205+\frac{1}{4}\cdot 325+\frac{5}{4}\cdot 190$

a) $\frac{17}{2}\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)+\frac{4}{7}\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)=\left(\frac{17}{2}+\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)=\frac{127}{14}\cdot\left(-\frac{2}{11}\right)=\frac{-127}{77}$

b) $\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{5}-\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}+\frac{7}{5}-\frac{4}{7}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{11}{140}=\frac{11}{420}$

c) $\frac{3}{4}\cdot 205+\frac{1}{4}\cdot 325+\frac{5}{4}\cdot 190=\frac{1}{4}\cdot(615+325+950)=\frac{1.890}{4}=\frac{945}{2}$

021 **Calcula el opuesto y el inverso de los siguientes números reales.**

a) 1 **c)** $0,3$ **e)** $\sqrt{5}$

b) $\frac{3}{5}$ **d)** $\frac{13}{8}$ **f)** $\frac{\pi}{2}$

a) Opuesto: -1 Inverso: 1

b) Opuesto: $-\frac{3}{5}$ Inverso: $\frac{5}{3}$

c) Opuesto: $-0,3$ Inverso: $\frac{10}{3} = 3,\widehat{3}$

d) Opuesto: $-\frac{13}{8}$ Inverso: $\frac{8}{13}$

e) Opuesto: $-\sqrt{5}$ Inverso: $\frac{\sqrt{5}}{5}$

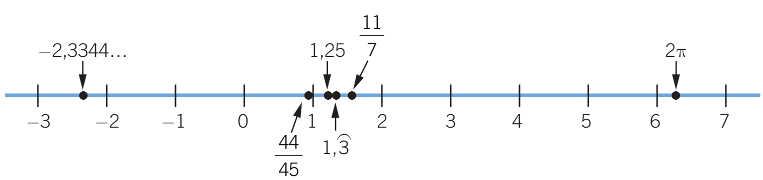
f) Opuesto: $-\frac{\pi}{2}$ Inverso: $\frac{2}{\pi}$

022 **Calcula el inverso de $0,4\widehat{07}$.**

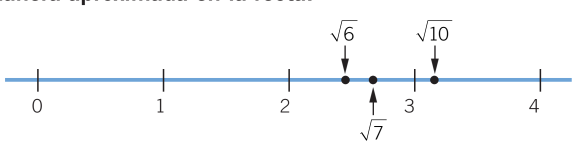
$$0,4\widehat{07} = \frac{403}{990} \rightarrow \frac{1}{0,4\widehat{07}} = \frac{990}{403}$$

023 **Representa los siguientes números reales.**

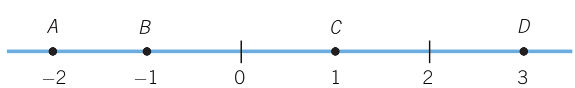
a) $\frac{11}{7}$ **b)** $1,\widehat{3}$ **c)** $\frac{44}{45}$ **d)** $-2,334445555\ldots$ **e)** 2π **f)** $1,25$



024 **Halla con la calculadora los números $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ y $\sqrt{10}$, y represéntalos de manera aproximada en la recta.**



025 **Observa esta recta real y escribe.**



a) **Dos números enteros entre *A* y *C*.**
b) **Tres números racionales no enteros entre *B* y *C*.**
c) **Tres números irracionales entre *C* y *D*.**

a) 0 y -1 b) $-0,3$; $\frac{3}{4}$ y $0,\widehat{1}$ c) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$

026 **Expresa mediante intervalos el conjunto de números reales que verifican que:**

a) Son menores que $\frac{3}{4}$.

b) Son menores o iguales que $-\frac{2}{5}$.

c) Son mayores que 0.

d) Son mayores o iguales que $-\frac{2}{5}$.

a) $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$ b) $\left(-\infty, -\frac{2}{5}\right]$ c) $(0, +\infty)$ d) $\left[-\frac{2}{5}, +\infty\right)$

027 **Representa sobre la recta real y usando la notación matemática.**

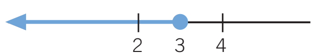
a) $\{x \in \mathbb{R},\ x \leq 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R},\ x > 1\}$

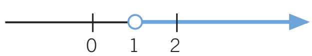
c) $\{x \in \mathbb{R},\ 4 \leq x < 7\}$

d) $\{x \in \mathbb{R},\ 6 < x < 9\}$

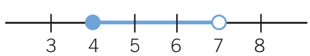
a) $(-\infty, 3]$



b) $(1, +\infty)$



c) $[4, 7)$



d) $(6, 9)$

028 **Expresa como intervalo estos conjuntos numéricos.**

a) $|x| < 3$ b) $|x| < -3$ c) $|x| \geq -3$

a) $(-3, 3)$ b) No tiene solución. c) $(-\infty, +\infty)$

029 **Halla las aproximaciones de 5,24619 a las centésimas y las milésimas, por defecto y por exceso. Decide cuál de ellas es el redondeo.**

	Centésimas	Milésimas
Defecto	5,24	5,246 (redondeo)
Exceso	5,25 (redondeo)	5,247

030 **Aproxima a las centésimas por truncamiento y por redondeo.**

a) 24,1587 b) 24,1507 c) 24,9215 d) 24,1582 e) 24,1617 f) 24,1627

	Redondeo	Truncamiento
a) 24,1587	24,16	24,15
b) 24,1507	24,15	24,15
c) 24,9215	24,92	24,92
d) 24,1582	24,16	24,15
e) 24,1617	24,16	24,16
f) 24,1627	24,16	24,16

031 **Una profesora decide redondear las notas de 10 alumnos. ¿Qué notas les pondrá?**

3,8 6,4 9,7 4,3 5,8 8,4 9,7 2,3 3,8 6,4

Les pondrá estas notas: 4, 6, 10, 4, 6, 8, 10, 2, 4 y 6.

032 **Calcula la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 8 cm y 10 cm. ¿Qué clase de número se obtiene? Redondea el resultado a las milésimas.**

Es un número irracional. $d = \sqrt{8^2 + 10^2} = \sqrt{164} \simeq 12{,}806$

033 **Obtén el error absoluto y relativo cometido:**

a) Al redondear 3,125 a las milésimas.

b) Al truncar $1{,}\widehat{65}$ a las diezmilésimas.

c) Al redondear $\sqrt{13}$ a las centésimas.

d) Al truncar $\frac{2}{3}$ a las décimas.

e) Al aproximar por defecto 1,3476 a las milésimas.

a) $E_a = |3{,}125 - 3{,}125| = 0$

$$E_r = \left|\frac{3{,}125 - 3{,}125}{3{,}125}\right| = 0 \rightarrow 0\ \%$$

b) $E_a = |1{,}\widehat{65} - 1{,}6565| = 0{,}0000\widehat{65}$

$$E_r = \left|\frac{1{,}\widehat{65} - 1{,}6565}{1{,}\widehat{65}}\right| = 0{,}000039633 \rightarrow 0{,}0039\ \%$$

c) $E_a = |\sqrt{13} - 3{,}61| = 0{,}0044487$

$$E_r = \left|\frac{\sqrt{13} - 3{,}61}{\sqrt{13}}\right| = 0{,}00123385\ldots \rightarrow 0{,}12\ \%$$

d) $E_a = \left|\frac{2}{3} - 0{,}66\right| = 0{,}00\widehat{6}$

$$E_r = \left|\frac{\frac{2}{3} - 0{,}66}{\frac{2}{3}}\right| = 0{,}00\widehat{9} \rightarrow 0{,}99\ \%$$

e) $E_a = |1{,}3476 - 1{,}347| = 0{,}0006$

$$E_r = \left|\frac{1{,}3476 - 1{,}347}{1{,}3476}\right| = 0{,}000445235975 \rightarrow 0{,}044\ \%$$

034 **La cantidad de antibiótico en una cápsula es de 1,5 g $\pm$ 0,2 %.**

a) ¿Qué significa esta afirmación?

b) ¿Entre qué valores oscila la cantidad de antibiótico en cada cápsula?

a) Significa que una cápsula contiene 1,5 gramos, con un error relativo del 0,2 %.

b) $0{,}2\ \%$ de $1{,}5 = \dfrac{0{,}2 \cdot 1{,}5}{100} = \dfrac{0{,}3}{100} = 0{,}003$

La cantidad oscila entre: $(1{,}5 - 0{,}003;\ 1{,}5 + 0{,}003) = (1{,}497;\ 1{,}503)$

035 **Escribe dos aproximaciones de 1,45 que tengan el mismo error relativo.**

Por ejemplo, las aproximaciones 1,5 y 1,4.

ACTIVIDADES

036 ● **Utiliza la expresión numérica adecuada a cada situación.**

a) Reparto 15 golosinas entre 8 niños.

b) He gastado 2 € y 37 céntimos.

c) En esta tienda hacen un 25 por ciento de descuento.

d) Llevo un cuarto de hora esperando el autobús.

e) He pagado 2 de las 5 cuotas del coche.

f) El 10 por ciento de los estudiantes asegura que no come verduras.

g) El viaje ha durado 3 horas y media.

a) $\dfrac{15}{8}$ b) 2,37 € c) $\dfrac{25}{100}$ d) $\dfrac{1}{4}$ hora e) $\dfrac{2}{5}$ f) $\dfrac{10}{100}$ g) 3,5 horas

037 ● **¿Cuántos números racionales hay en esta serie? ¿Hay algún número entero? ¿Y natural?**

$$\frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ -\frac{1}{5},\ \frac{12}{8},\ -\frac{24}{4},\ \frac{4}{24},\ \frac{6}{8},\ \frac{100}{25},\ \frac{150}{200},\ -\frac{2}{10}$$

Racionales: todos. Enteros: $-\dfrac{24}{4} = -6$ y $\dfrac{100}{25} = 4$. Natural: $\dfrac{100}{25} = 4$.

038 ● **Transforma las siguientes fracciones en números decimales, e indica el tipo de decimal.**

a) $\dfrac{1}{5}$ d) $\dfrac{2}{45}$ g) $\dfrac{2}{9}$

b) $\dfrac{111}{90}$ e) $\dfrac{5}{6}$ h) $\dfrac{2}{1.000}$

c) $\dfrac{3}{4}$ f) $\dfrac{12}{7}$ i) $\dfrac{17}{24}$

a) $0{,}2 \longrightarrow$ Decimal exacto

b) $1{,}2\overset{\frown}{3} \rightarrow$ Periódico mixto

c) $0{,}75 \rightarrow$ Decimal exacto

d) $0{,}0\overset{\frown}{4} \rightarrow$ Periódico mixto

e) $0{,}8\overset{\frown}{3} \rightarrow$ Periódico mixto

f) $1{,}\overset{\frown}{714285} \rightarrow$ Periódico puro

g) $0{,}\overset{\frown}{2} \longrightarrow$ Periódico puro

h) $0{,}002 \longrightarrow$ Decimal exacto

i) $0{,}708\overset{\frown}{3} \longrightarrow$ Periódico mixto

039 **Escribe dos fracciones cuya expresión decimal sea un número:**

a) Decimal exacto.

b) Decimal periódico puro.

c) Decimal periódico mixto.

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{2}$ b) $\frac{4}{3}$ y $\frac{7}{11}$ c) $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{35}$

040 **Escribe un número decimal que cumpla las siguientes características.**

a) Periódico puro, de período 5.

b) Exacto, con tres cifras decimales.

c) Periódico mixto, de anteperíodo 28.

d) Periódico puro, con período de 4 cifras.

e) Periódico mixto, con período 37.

f) Exacto, con parte entera 2.

a) $1,\overset{\frown}{5}$ c) $2,28\overset{\frown}{34}$ e) $6,8\overset{\frown}{37}$

b) 1,234 d) $5,\overset{\frown}{2468}$ f) 2,65

041 **Halla la fracción generatriz.**

a) 0,2 **c) 95,7** **e) 0,01** **g) 342,12**

b) 5,25 **d) 8,0002** **f) 37,875** **h) 0,0000003**

a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{957}{10}$ e) $\frac{1}{100}$ g) $\frac{8.553}{25}$

b) $\frac{21}{4}$ d) $\frac{40.001}{5.000}$ f) $\frac{303}{8}$ h) $\frac{3}{10.000.000}$

042 **Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos.**

a) $3,\overset{\frown}{5}$ **e)** $0,01\overset{\frown}{57}$ **i)** $1,\overset{\frown}{256}$

b) $5,\overset{\frown}{902}$ **f)** $42,00\overset{\frown}{4}$ **j)** $10,5\overset{\frown}{23}$

c) $12,\overset{\frown}{99}$ **g)** $42,\overset{\frown}{78}$ **k)** $0,000\overset{\frown}{97}$

d) $2,3\overset{\frown}{7}$ **h)** $0,\overset{\frown}{8}$ **l)** $3,2\overset{\frown}{572}$

a) $\frac{32}{9}$ e) $\frac{156}{9.900} = \frac{43}{4.950}$ i) $\frac{1.255}{999}$

b) $\frac{5.897}{999}$ f) $\frac{41.962}{900} = \frac{20.981}{450}$ j) $\frac{10.418}{990} = \frac{5.209}{495}$

c) $\frac{117}{9}$ g) $\frac{4.236}{99} = \frac{1.412}{33}$ k) $\frac{97}{99.000}$

d) $\frac{235}{90} = \frac{47}{18}$ h) $\frac{8}{9}$ l) $\frac{32.540}{9.990} = \frac{3.254}{999}$

043 Indica el tipo de decimal y calcula, si es posible, su fracción generatriz.

a) 15,3222... **c)** 15,233444... **e)** 15,333
b) 15,323232... **d)** 15,32 **f)** 15

a) Periódico mixto $\rightarrow \frac{1.379}{90}$

b) Periódico puro $\longrightarrow \frac{1.515}{99} = \frac{505}{33}$

c) Irracional

d) Decimal exacto $\rightarrow \frac{383}{25}$

e) Periódico puro $\longrightarrow \frac{138}{9} = \frac{46}{3}$

f) Decimal exacto $\rightarrow \frac{15}{1}$

044 Escribe la fracción generatriz de estos números decimales.

a) 2,25 **c)** $22,\widehat{5}$ **e)** 0,334334334...
b) $2,\widehat{25}$ **d)** $2,2\widehat{5}$ **f)** 8,57111...

a) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{203}{9}$ e) $\frac{334}{999}$

b) $\frac{223}{99}$ d) $\frac{203}{90}$ f) $\frac{7.714}{900} = \frac{3.857}{450}$

045 Los siguientes números decimales tienen de período 9. Averigua a qué números equivalen, expresándolos en forma de fracción.

a) $1,\widehat{9}$ **b)** $4,5\widehat{9}$ **c)** $0,1\widehat{9}$

a) $\frac{18}{9} = 2$ b) $\frac{414}{90} = 4,6$ c) $\frac{18}{90} = 0,2$

046 Ordena los números decimales, de menor a mayor.

2,999 2,95 2,955 2,59 2,599 2,559

$2,559 < 2,59 < 2,599 < 2,95 < 2,955 < 2,999$

047 Ordena los siguientes números decimales, de menor a mayor.

$2,9\widehat{95}$ $2,\widehat{9}$ $2,\widehat{95}$ $2,9\widehat{59}$ $2,9\widehat{5}$

$2,9\widehat{5} < 2,\widehat{95} = 2,9\widehat{59} < 2,9\widehat{95} < 2,\widehat{9}$

048 Ordena estos números decimales, de mayor a menor.

$4,75$ $4,\widehat{75}$ $4,7\widehat{5}$ $4,775$ $4,757$ $4,\widehat{757}$

$4,775 > 4,\widehat{757} = 4,\widehat{75} > 4,757 > 4,7\widehat{5} > 4,75$

049 Ordena, de menor a mayor, los siguientes números decimales.

a) $7{,}512 < 7{,}5\overset{\frown}{12} < 7{,}51\overset{\frown}{2} < 7{,}\overset{\frown}{512} < 7{,}\overset{\frown}{51}$

b) $3{,}6\overset{\frown}{1} < 3{,}6\overset{\frown}{15} < 3{,}\overset{\frown}{61} < 3{,}\overset{\frown}{6}$

c) $8{,}\overset{\frown}{24} < 8{,}24\overset{\frown}{3} < 8{,}2\overset{\frown}{43} < 8{,}2\overset{\frown}{4}$

d) $7{,}1\overset{\frown}{412} < 7{,}1\overset{\frown}{41} < 7{,}1\overset{\frown}{4}$

050 Escribe un número racional comprendido entre:

a) $3{,}4$ y $3{,}400\overset{\frown}{23}$

b) $5{,}6$ y $5{,}\overset{\frown}{68}$

c) $2{,}5\overset{\frown}{2}$ y $2{,}\overset{\frown}{52}$

a) 3,4001

b) 5,62

c) 2,523

051 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE OPERA CON NÚMEROS DECIMALES PERIÓDICOS?

Haz esta operación: $12{,}7 + 7{,}\overset{\frown}{2}$

PRIMERO. Se calculan las fracciones generatrices de cada uno de los números decimales.

$$12{,}7 = \frac{127}{10}$$

$$7{,}\overset{\frown}{2} = \frac{72 - 7}{9} = \frac{65}{9}$$

SEGUNDO. Se realizan las operaciones indicadas, sustituyendo los decimales por sus fracciones generatrices.

$$12{,}7 + 7{,}\overset{\frown}{2} = \frac{127}{10} + \frac{65}{9} = \frac{127 \cdot 9 + 65 \cdot 10}{90} =$$

$$= \frac{1.143 + 650}{90} = \frac{1.793}{90} = 19{,}9\overset{\frown}{2}$$

052 Opera, utilizando las fracciones generatrices.

a) $1,\overset{\frown}{3} + 3,4$ **c)** $1,\overset{\frown}{36} + 8,\overset{\frown}{25}$ **e)** $3,\overset{\frown}{46} + 4,2\overset{\frown}{95}$

b) $10,2\overset{\frown}{5} - 5,\overset{\frown}{7}$ **d)** $4,\overset{\frown}{5} + 6,\overset{\frown}{7}$ **f)** $3,\overset{\frown}{21} + 4,3\overset{\frown}{12}$

a) $1,\overset{\frown}{3} + 3,4 = \dfrac{4}{3} + \dfrac{17}{5} = \dfrac{71}{15}$

b) $10,2\overset{\frown}{5} - 5,\overset{\frown}{7} = \dfrac{923}{90} - \dfrac{52}{9} = \dfrac{403}{90}$

c) $1,\overset{\frown}{36} + 8,\overset{\frown}{25} = \dfrac{135}{99} + \dfrac{817}{99} = \dfrac{952}{99}$

d) $4,\overset{\frown}{5} + 6,\overset{\frown}{7} = \dfrac{41}{9} + \dfrac{61}{9} = \dfrac{102}{9} = \dfrac{34}{3}$

e) $3,\overset{\frown}{46} + 4,2\overset{\frown}{95} = \dfrac{343}{99} + \dfrac{4.253}{990} = \dfrac{7.686}{990} = \dfrac{2.561}{330}$

f) $3,\overset{\frown}{21} + 4,3\overset{\frown}{12} = \dfrac{318}{99} + \dfrac{4.269}{990} = \dfrac{7.449}{990} = \dfrac{2.483}{330}$

053 Realiza las operaciones.

a) $1,25 \cdot 2,\overset{\frown}{5}$ **c)** $3,7\overset{\frown}{6} \cdot 4,\overset{\frown}{8}$

b) $0,0\overset{\frown}{3} : 2,9\overset{\frown}{2}$ **d)** $1,25 : 2,2\overset{\frown}{5}$

a) $1,25 \cdot 2,\overset{\frown}{5} = \dfrac{5}{4} \cdot \dfrac{23}{9} = \dfrac{115}{36}$

c) $3,7\overset{\frown}{6} \cdot 4,\overset{\frown}{8} = \dfrac{339}{90} \cdot \dfrac{44}{9} = \dfrac{2.486}{135}$

b) $0,0\overset{\frown}{3} : 2,9\overset{\frown}{2} = \dfrac{3}{90} : \dfrac{263}{90} = \dfrac{3}{263}$

d) $1,25 : 2,2\overset{\frown}{5} = \dfrac{5}{4} : \dfrac{203}{90} = \dfrac{225}{406}$

054 Utilizando las fracciones generatrices, comprueba si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades.

a) $1,\overset{\frown}{9} = 2$ **c)** $1,8\overset{\frown}{9} + 0,1\overset{\frown}{1} = 2$ **e)** $0,\overset{\frown}{3} + 0,\overset{\frown}{6} = 1$

b) $1,\overset{\frown}{3} : 3 = 0,\overset{\frown}{4}$ **d)** $0,1\overset{\frown}{1} - 0,\overset{\frown}{1} = 0$

a) $1,\overset{\frown}{9} = \dfrac{18}{9} = 2 \longrightarrow$ Verdadera

b) $1,\overset{\frown}{3} : 3 = \dfrac{12}{9} : 3 = \dfrac{4}{9} = 0,\overset{\frown}{4} \longrightarrow$ Verdadera

c) $1,8\overset{\frown}{9} + 0,1\overset{\frown}{1} = \dfrac{171}{90} + \dfrac{10}{90} = \dfrac{181}{90} \neq 2 \rightarrow$ Falsa

d) $0,1\overset{\frown}{1} - 0,\overset{\frown}{1} = \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{9} = 0 \longrightarrow$ Verdadera

e) $0,\overset{\frown}{3} + 0,\overset{\frown}{6} = \dfrac{3}{9} + \dfrac{6}{9} = 1 \longrightarrow$ Verdadera

055 Escribe 6,8 como suma de dos números decimales periódicos.

$$6{,}8 = \frac{34}{5} = \frac{7}{3} + \frac{67}{15} = 2{,}\widehat{3} + 4{,}4\widehat{6}$$

056 ¿Cuál es la vigésimo sexta cifra decimal que obtenemos al expresar $\frac{128}{9.999}$ en forma decimal? Razona tu respuesta.

$\frac{128}{9.999} = 0{,}\widehat{0128}$. Como el período tiene cuatro cifras, la vigésimo sexta cifra decimal es la segunda cifra del período, 1.

057 ¿Qué tipo de decimal se obtiene de la fracción $\frac{a}{2^2 \cdot 5^3}$, si *a* es un número entero?

Se obtiene un número entero o decimal exacto, ya que el cociente es producto de potencias de 2 y de 5.

058 Razona cuáles de los siguientes números decimales son racionales y cuáles son irracionales.

a) 2,555...
b) 2,55
c) 2,525522555222...
d) 2,525225222...
e) 2,5255555...
f) 2,525252...
g) 2,5522222222...
h) 2,525

a) Racional, periódico puro.
b) Racional, decimal exacto.
c) Irracional.
d) Irracional.
e) Racional, periódico mixto.
f) Racional, periódico puro.
g) Racional, periódico mixto.
h) Racional, decimal exacto.

059 Indica cuáles de los números son racionales y cuáles son irracionales.

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{9}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{10}$
e) $\sqrt{5}$
f) $\sqrt{15}$
g) $\sqrt{6}$
h) $\sqrt{16}$
i) $\sqrt{7}$

Son racionales los números de los apartados b) y h), y el resto son irracionales.

060 Averigua cuáles de los siguientes números son racionales y cuáles son irracionales.

a) $1 + \sqrt{2}$
b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
c) $5 - \sqrt{9}$
d) $8 + \sqrt{10}$
e) $3 \cdot \sqrt{16}$
f) $\frac{\sqrt{16}}{5}$

Son racionales los números de los apartados c), e) y f).
Son irracionales los números de los apartados a), b) y d).

061 **Escribe tres números racionales y otros tres irracionales. Explica cómo lo realizas.**

Los números racionales son el resultado de fracciones de números enteros. 2,1; 3,45 y 7,09

Los números irracionales son números cuya parte decimal no tiene período. 1,12345…; 1,2121121112…; 1,1223334444…

062 **Escribe un número irracional comprendido entre:**

a) **1 y 2**

b) **0,2 y 0,25**

c) **$0,\widehat{47}$ y 0,475**

d) **2,3 y $2,\widehat{35}$**

a) 1,2121121112…

b) 0,22333444455555…

c) 0,4732101243…

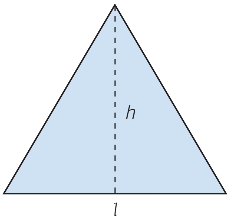
d) 2,301001000100001…

063 **Calcula y determina qué tipo de número es, en un triángulo equilátero:**

a) **La altura, si el lado mide 10 cm.**

b) **El área, si el lado mide 3 cm.**

c) **La altura y el área si el lado mide $\sqrt{3}$ cm.**



a) $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75}$ cm $\rightarrow$ Es irracional.

b) $h = \sqrt{3^2 - \left(\dfrac{3}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{27}}{2}$ cm $\rightarrow A = \dfrac{3 \cdot \dfrac{\sqrt{27}}{2}}{2} = \dfrac{3\sqrt{27}}{4}$ cm^2

$\rightarrow$ Es irracional.

c) $h = \sqrt{3 - \dfrac{3}{4}} = \sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{3}{2}$ cm $\rightarrow A = \dfrac{\dfrac{3}{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ cm^2

$\rightarrow$ Son irracionales.

064 **Ordena, de menor a mayor, ayudándote de la calculadora.**

$$\sqrt{5} \qquad 1+\sqrt{2} \qquad \sqrt{7} \qquad 2+\sqrt{2}$$

$$1+\sqrt{5} \qquad \sqrt{8} \qquad \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{5}}{3} < \sqrt{5} < 1+\sqrt{2} < \sqrt{7} < \sqrt{8} < 1+\sqrt{5} < 2+\sqrt{2}$$

065 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DEMUESTRA QUE UN NÚMERO ES IRRACIONAL?

Demuestra que $\sqrt{7}$ es un número irracional.

PRIMERO. Se supone que es un número racional, por lo que se puede expresar como una fracción irreducible.

$$\sqrt{7} = \frac{a}{b}, \text{ con } \frac{a}{b} \text{ irreducible}$$

SEGUNDO. Se eleva al cuadrado en ambos miembros.

$$\sqrt{7} = \frac{a}{b} \rightarrow 7 = \frac{a^2}{b^2}$$

Es decir, a^2 es divisible por b^2, lo cual es imposible porque a y b son primos entre sí. Por tanto, $\sqrt{7}$ no se puede expresar como una fracción.

066 **Demuestra que $\sqrt{10}$ es un número irracional.**

Si $\sqrt{10} = \frac{a}{b}$, con $\frac{a}{b}$ irreducible, elevando al cuadrado, tenemos que $10 = \frac{a^2}{b^2}$, por lo que a^2 es divisible por b^2, siendo esto imposible porque a y b son números primos entre sí.

067 **Clasifica los siguientes números reales en naturales, enteros, racionales o irracionales. Di de qué tipo es su expresión decimal.**

a) $25{,}37$

b) $\frac{-6}{17}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $-\sqrt{12}$

e) π

f) $\frac{7}{90}$

g) $\sqrt{64}$

h) -5

a) Racional, decimal exacto.

b) Racional, periódico puro.

c) Racional, decimal exacto.

d) Irracional.

e) Irracional.

f) Racional, periódico mixto.

g) Entero.

h) Entero.

068 ●● **Compara estos pares de números.**

a) $2,\overset{\frown}{1}$ **y** $2,111$ **b)** 9 **y** $(-3)^2$ **c)** $3,\overset{\frown}{4}$ **y** $\dfrac{32}{9}$ **d)** $\sqrt{3}$ **y** $\sqrt[3]{4}$

a) $2,\overset{\frown}{1} > 2,111$ b) $9 = (-3)^2$ c) $3,\overset{\frown}{4} < \dfrac{32}{9}$ d) $\sqrt{3} > \sqrt[3]{4}$

069 ●● **Ordena, de menor a mayor, los siguientes conjuntos de números reales.**

a) $7,5\overset{\frown}{12}$ $7,51234\ldots$ $7,51\overset{\frown}{2}$ $7,5112233\ldots$

b) $3,\overset{\frown}{6}$ $3,667788\ldots$ $3,666777\ldots$ $3,\overset{\frown}{67}$

c) $8,\overset{\frown}{24}$ $8,244666\ldots$ $8,24\overset{\frown}{3}$ $8,2\overset{\frown}{4}$

a) $7,5112233\ldots < 7,5\overset{\frown}{12} < 7,51\overset{\frown}{2} < 7,51234\ldots$

b) $3,\overset{\frown}{6} < 3,667788\ldots < 3,666777\ldots < 3,\overset{\frown}{67}$

c) $8,\overset{\frown}{24} < 8,24\overset{\frown}{3} < 8,2\overset{\frown}{4} < 8,244666\ldots$

070 ● **Calcula el inverso y el opuesto de:**

a) 3 **d)** $-\dfrac{11}{4}$ **g)** $\sqrt{3}$

b) -2 **e)** π **h)** $1,\overset{\frown}{4}$

c) $\dfrac{4}{3}$ **f)** $1,4$ **i)** $0,1\overset{\frown}{2}$

a) Inverso: $\dfrac{1}{3} = 0,\overset{\frown}{3}$ Opuesto: -3

b) Inverso: $\dfrac{-1}{2} = -0,5$ Opuesto: 2

c) Inverso: $\dfrac{3}{4} = 0,75$ Opuesto: $-\dfrac{4}{3} = -1,\overset{\frown}{3}$

d) Inverso: $\dfrac{-4}{11} = -0,\overset{\frown}{36}$ Opuesto: $\dfrac{11}{4} = 2,75$

e) Inverso: $\dfrac{1}{\pi} = 0,318309886$ Opuesto: $-\pi = -3,141592654$

f) Inverso: $\dfrac{5}{7} = 0,\overset{\frown}{714285}$ Opuesto: $-1,4$

g) Inverso: $\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 0,577350269$ Opuesto: $-\sqrt{3} = -1,732050808$

h) Inverso: $\dfrac{9}{13} = 0,\overset{\frown}{692307}$ Opuesto: $-1,\overset{\frown}{4}$

i) Inverso: $\dfrac{90}{11} = 8,\overset{\frown}{18}$ Opuesto: $-0,1\overset{\frown}{2}$

071 Razona si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Hay números enteros que no son racionales.

b) Existen números irracionales que no son números reales.

c) Un número real es racional o irracional.

d) Cualquier número decimal es un número real.

a) Falsa, ya que cualquier número entero se puede expresar en forma de fracción de números enteros: el mismo número dividido entre la unidad.

b) Falsa, pues los números irracionales están incluidos en el conjunto de los números reales.

c) Verdadera.

d) Verdadera, porque los números decimales son racionales o irracionales, y todos son números reales.

072 Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones. Razona tu respuesta.

a) Todos los números decimales se pueden escribir en forma de fracción.

b) Todos los números reales son racionales.

c) Un número irracional es real.

d) Existen números enteros que son irracionales.

e) Hay números reales que son racionales.

f) Cualquier número decimal es racional.

g) Un número racional es entero.

h) Los números irracionales tienen infinitas cifras decimales.

i) Todos los números racionales tienen infinitas cifras decimales que se repiten.

j) Todos los números racionales se pueden escribir mediante fracciones.

a) Falsa, pues solo se pueden escribir como fracción los números racionales.

b) Falsa, ya que los números irracionales no son racionales.

c) Verdadera.

d) Falsa.

e) Verdadera.

f) Falsa, porque los números irracionales no son racionales.

g) Falsa, ya que es el cociente de dos números enteros.

h) Verdadera.

i) Falsa, pues los decimales exactos tienen un número finito de cifras.

j) Verdadera.

073 **Realiza las operaciones, sacando factor común.**

a) $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88$

b) $111 + 222 + 333 + 444 + 555$

c) $\frac{1}{3} \cdot 5 - 5 \cdot 4 + 5 \cdot \frac{2}{7}$

d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$

a) $11 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 11 \cdot 36 = 396$

b) $111 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 111 \cdot 15 = 1.665$

c) $5 \cdot \left(\frac{1}{3} - 4 + \frac{2}{7}\right) = 5 \cdot \frac{-35}{21} = \frac{-25}{3}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - 3 + \frac{2}{9} - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-134}{45} = \frac{-67}{45}$

074 **Si a y b son dos números reales y $a < b$, ¿qué sucede con sus opuestos? ¿Y con sus inversos? Contesta razonadamente.**

Inversos: $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ Opuestos: $-a > -b$

075 **Opera e indica qué tipo de número real resulta.**

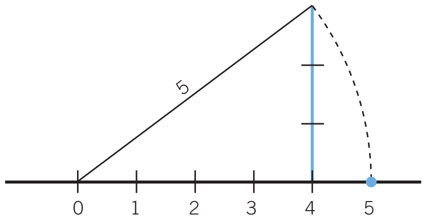
a) $\sqrt{2,\widehat{7}}$ **b)** $4,0\widehat{9} - 1,3\widehat{9}$ **c)** $\sqrt{\frac{1,\widehat{3}}{3}}$

a) $\sqrt{2,\widehat{7}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} \rightarrow$ Racional

b) $4,0\widehat{9} - 1,3\widehat{9} = \frac{369}{90} - \frac{126}{90} = \frac{243}{90} = \frac{27}{10} = 2,7 \rightarrow$ Racional

c) $\sqrt{\frac{\frac{4}{3}}{3}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \rightarrow$ Racional

076 **¿A qué número corresponde esta representación?**

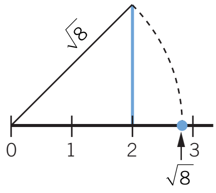


$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

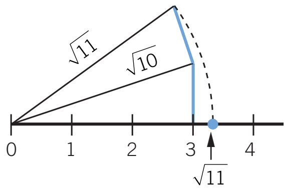
077 **Representa de forma exacta en la recta numérica, utilizando el teorema de Pitágoras, estos números irracionales.**

a) $\sqrt{8}$ **b)** $\sqrt{11}$ **c)** $\sqrt{15}$ **d)** $\sqrt{29}$

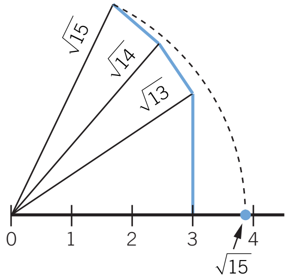
a)



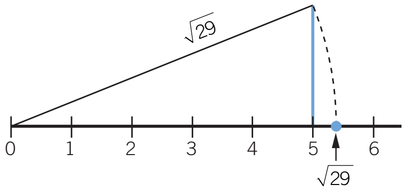
b)



c)



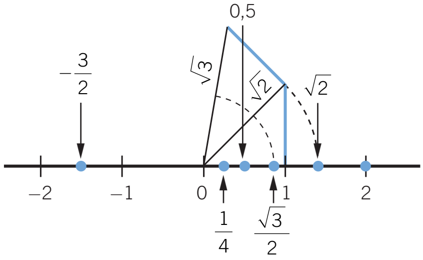
d)



078 **Ordena, de menor a mayor, y representa estos números.**

$$-\frac{3}{2} \qquad 0{,}5 \qquad \sqrt{2} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad 2$$

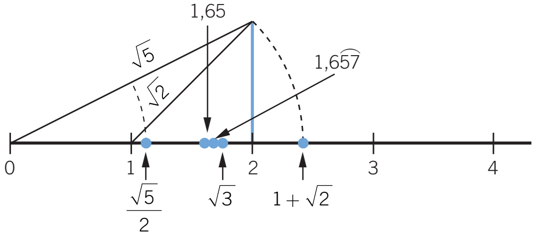
$$-\frac{3}{2} < \frac{1}{4} < 0{,}5 < \frac{\sqrt{3}}{2} < \sqrt{2} < 2$$



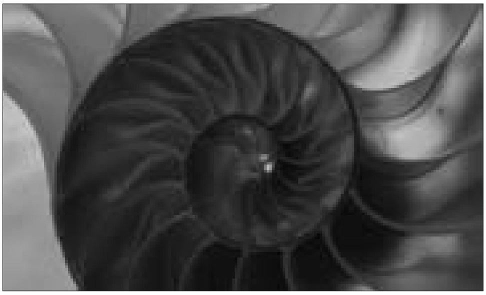
079 Ordena, de menor a mayor, y representa, de forma exacta o aproximada, justificando tu elección.

$$1{,}65 \qquad \sqrt{3} \qquad \frac{\sqrt{5}}{2} \qquad 1+\sqrt{2} \qquad 1{,}65\overset{\frown}{7}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} < 1{,}65 < 1{,}65\overset{\frown}{7} < \sqrt{3} < 1+\sqrt{2}$$



080 **Existen relaciones métricas, tanto en la naturaleza, como en construcciones o en la vida cotidiana, donde aparece el número áureo, $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.**
¿Se puede representar este número de forma exacta en la recta numérica? Razona tu respuesta.

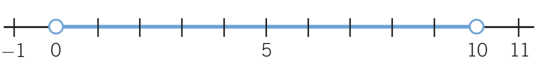


Sí, es posible. Se representa $\sqrt{5}$ (diagonal de rectángulo 2×1), luego se le suma 1 (se añade con el compás una unidad al segmento $\sqrt{5}$), y se halla el punto medio del segmento resultante.

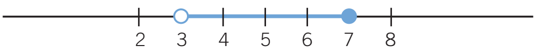
081 **Describe y representa los siguientes intervalos en la recta real.**

a) (0, 10) **c) (−∞, −2)** **e) [5, 10)**
b) (3, 7] **d) [2, 5]** **f) [−4, +∞)**

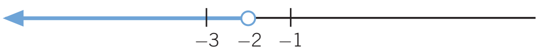
a) $0 < x < 10$



b) $3 < x \leq 7$

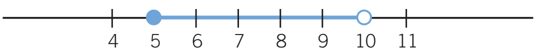


c) $x < -2$

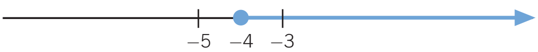


d) $2 \leq x \leq 5$

e) $5 \leq x < 10$



f) $x \geq -4$



082 ●

Escribe el intervalo que corresponde a los valores de x.

a) $1 < x < 3$ **c)** $x \leq -2$ **e)** $x > -3$ **g)** $5 \leq x < 9$

b) $6 < x \leq 7$ **d)** $x < 5$ **f)** $x \geq 7$ **h)** $10 \leq x \leq 12$

a) $(1, 3)$ c) $(-\infty, -2]$ e) $(-3, +\infty)$ g) $[5, 9)$

b) $(6, 7]$ d) $(-\infty, 5)$ f) $[7, +\infty)$ h) $[10, 12]$

083 ●●

Expresa mediante intervalos estas situaciones.

a) La altura de las casas es menor que 8 m.

b) El descuento se aplica a niños con edades comprendidas entre 2 y 12 años, ambos incluidos.

c) La tarjeta sirve para menores de 26 años.

d) La entrada es gratuita para menores de 5 años o mayores de 65 años.

e) La temperatura osciló entre 7 °C y 23 °C.

a) $(0, 8)$

b) $[2, 12]$

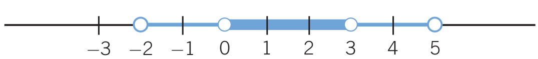
c) $(0, 26)$

d) $(0, 5) \cup (65, +\infty)$

e) $[7, 23]$

084 ●●

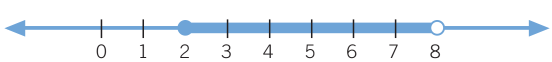
Representa los intervalos $(0, 5)$ y $(-2, 3)$ en la misma recta, y señala el intervalo intersección.



El intervalo intersección es $(0, 3)$.

085 ●●

Representa los intervalos $(-\infty, 8)$ y $[2, +\infty)$ en la misma recta, y señala mediante un intervalo los puntos que pertenecen a ambos.



El intervalo intersección es $[2, 8)$.

086 ●●

Escribe dos intervalos cuya intersección sea $[-1, 1]$.

Por ejemplo: $[-1, 5) \cap (-8, 1] = [-1, 1]$

087 ●●

Escribe dos números racionales y otros dos irracionales contenidos en el intervalo $[0, 4]$.

Racionales: 2,3 y 3,45

Irracionales: $\sqrt{3}$ y $\sqrt{2}$

088 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL INTERVALO QUE CONTIENE EL RESULTADO DE UNA OPERACIÓN?

Si x pertenece al intervalo (1, 2) e y pertenece a (2, 4), indica a qué intervalo pertenece el resultado de estas operaciones.

a) $x + y$ **b)** $x - y$

PRIMERO. Se toman los extremos de los intervalos y se opera como se indica en cada caso.

	Extremos inferiores	Extremos superiores
a)	$x + y \rightarrow 1 + 2 = 3$	$x + y \rightarrow 2 + 4 = 6$
b)	$x - y \rightarrow 1 - 4 = -3$	$x - y \rightarrow 2 - 2 = 0$

SEGUNDO. Se toman los resultados como los extremos de los nuevos intervalos.

a) $x + y$ pertenecerá al intervalo (3, 6).

b) $x - y$ pertenecerá al intervalo (−3, 0).

089 **Si dos números reales, x e y, pertenecen a los intervalos (−1, 3) y [0, 2], respectivamente, ¿a qué intervalo pertenece el resultado de las operaciones?**

a) $x + y$ **b)** $x - y$ **c)** $y - x$ **d)** $x \cdot y$

a) (−1, 5) b) (−3, 3) c) (−3, 3) d) (−2, 6)

090 **Con ayuda de la calculadora, escribe $\sqrt{3}$ en forma decimal y sus aproximaciones por exceso y por defecto a las diezmilésimas.**

$\sqrt{3} = 1{,}7320508075688772935274463415059\ldots$

Aproximación por exceso: 1,7321

Aproximación por defecto: 1,7320

091 **Redondea a las milésimas el número $\sqrt{7}$. Calcula sus aproximaciones por exceso y por defecto. ¿Qué observas?**

Aproximación por exceso: 2,646

Aproximación por defecto: 2,645

092 **Aproxima por exceso y por defecto con dos cifras decimales.**

a) $\frac{5}{7}$ **b)** $\frac{34}{11}$ **c)** $\sqrt{5}$ **d)** $23{,}\widehat{65}$

a) Aproximación por exceso: 0,72
Aproximación por defecto: 0,71

b) Aproximación por exceso: 3,10
Aproximación por defecto: 3,09

c) Aproximación por exceso: 2,24
Aproximación por defecto: 2,23

d) Aproximación por exceso: 23,66
Aproximación por defecto: 23,65

093 ¿Qué aparecerá en la pantalla de la calculadora científica, al introducir cada uno de estos números, si previamente pulsamos la secuencia de teclas necesaria para fijar 4 decimales? ¿Y si fijamos 5?

a) 11,87967575 **d)** 25,6543678
b) 0,666663 **e)** 18,010109
c) 8,987656 **f)** 15,908009

	4 decimales	5 decimales
a) 11,87967575	11,8797	11,87968
b) 0,666663	0,6666	0,66666
c) 8,987656	8,9877	8,98766
d) 25,6543678	25,6544	25,65437
e) 18,010109	18,0101	18,01011
f) 15,908009	15,9080	15,90801

094 **Escribe un número:**

a) Decimal periódico puro, cuyo redondeo a las milésimas es 5,677.
b) Decimal periódico mixto, con truncamiento a las centésimas 0,97.
c) Irracional, cuyo redondeo a las diezmilésimas sea 0,0023.

a) $5,\overset{\frown}{67}$
b) $0,9\overset{\frown}{7}$
c) 0,002345678…

095 **¿Existe algún caso en el que las aproximaciones por exceso y por defecto coincidan? Y si consideramos el redondeo, ¿puede coincidir con la aproximación por exceso y por defecto?**

Las aproximaciones por exceso y por defecto coinciden cuando aproximamos a un orden y todas las cifras, distintas de cero, del número son de órdenes superiores.

El redondeo siempre coincide con uno de los anteriores; luego puede coincidir con uno o con los dos.

096 **Obtén el error absoluto y relativo cometido al redondear y truncar:**

a) $\frac{17}{9}$ **a las centésimas.**
b) 7,3568 a las milésimas.
c) 20,5556 a las décimas.

a)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	$0,00\overset{\frown}{1}$	$0,00\overset{\frown}{8}$
Error relativo	0,00058823…	0,0047058823…

b)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	0,0002	0,0008
Error relativo	0,000027185…	0,000108742…

c)

	Redondear	Truncar
Error absoluto	0,0444	0,0556
Error relativo	0,002159995…	0,00270485…

097 **Si aproximamos 10,469 por 10,5, ¿qué error se comete? ¿Y si lo aproximamos por 10,4? ¿Cuál es la mejor aproximación? ¿Por qué?**

Al aproximar por 10,5; el error absoluto es de 0,031.

Al aproximar por 10,4; el error absoluto es de 0,069.

Es mejor aproximación 10,5; ya que se comete un error menor.

098 **Una aproximación por defecto de 8,56792 es 8,56. Halla el error absoluto y el error relativo.**

Error absoluto: 0,00792

Error relativo: 0,0009243783…

099 **Escribe el número $\frac{1}{7}$ en forma decimal con la mínima cantidad de cifras para que el error sea menor que 1 centésima.**

$$\frac{1}{7} \simeq 0{,}14 \rightarrow \frac{1}{7} - 0{,}14 < 0{,}003$$

100 **Aproxima el número 12,3456, de forma que el error absoluto sea menor que 0,001.**

Valen cualquiera de estas aproximaciones: 12,345 o 12,346

101 **Considera el número de oro o número áureo:**

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803\ldots$$

Aproxímalo por redondeo hasta las centésimas, y halla el error absoluto y relativo.

$\Phi \simeq 1{,}62$

Error absoluto: $\left|\frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}62\right| = 0{,}0019660112501\ldots$

Error relativo: $\left|\frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}62}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right| = 0{,}001215061774829\ldots$

102 **Realiza estas operaciones y redondea los resultados a las décimas. Después, redondea cada número a las décimas y resuelve la operación. ¿Por qué procedimiento se comete menor error?**

a) 3,253 + 8,45
b) 53,32 − 18,93
c) 13,5 · 2,7
d) 40,92 : 5,3

a) $3{,}253 + 8{,}45 = 11{,}703 \simeq 11{,}7$
$3{,}3 + 8{,}5 = 11{,}8$
Se comete mayor error redondeando cada sumando.

b) $53{,}32 - 18{,}93 = 34{,}39 \simeq 34{,}4$
$53{,}3 - 18{,}9 = 34{,}4$
Se comete el mismo error.

c) $13{,}5 \cdot 2{,}7 = 36{,}45 \simeq 36{,}5$
$13{,}5 \cdot 2{,}7 = 36{,}45$
Se comete mayor error redondeando el resultado.

d) $40{,}92 : 5{,}3 = 7{,}72075\ldots \simeq 7{,}7$
$40{,}9 : 5{,}3 = 7{,}71698\ldots$
Se comete mayor error redondeando el resultado.

103 **Siguiendo los pasos de la actividad anterior, halla una aproximación por defecto.**

a) 4,72 + 153,879
b) 7,8 · 12,9
c) 62,3 − 24,95
d) 100,45 : 8,3

a) $4{,}72 + 153{,}879 = 158{,}599 \simeq 158{,}5$
$4{,}7 + 153{,}8 = 158{,}5$
Se comete el mismo error.

b) $7{,}8 \cdot 12{,}9 = 100{,}62 \simeq 100{,}6$
$7{,}8 \cdot 12{,}9 = 100{,}62$
Se comete mayor error aproximando el resultado.

c) $62{,}3 - 24{,}95 = 37{,}35 \simeq 37{,}3$
$62{,}3 - 24{,}9 = 37{,}4$
Se comete el mismo error.

d) $100{,}45 : 8{,}3 = 12{,}1024\ldots \simeq 12{,}1$
$100{,}4 : 8{,}3 = 12{,}0963\ldots$
Se comete mayor error aproximando los factores.

104 Obtén la aproximación por redondeo hasta las diezmilésimas.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ **b)** $\frac{6}{7} + \sqrt{7}$ **c)** $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ **d)** $\frac{4}{15} + \sqrt{8}$

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3{,}14626436... \simeq 3{,}1463$

b) $\frac{6}{7} + \sqrt{7} = 3{,}5028941... \simeq 3{,}5029$

c) $\sqrt{5} - \sqrt{3} = 0{,}5040171... \simeq 0{,}5040$

d) $\frac{4}{15} + \sqrt{8} = 3{,}0950937... \simeq 3{,}0951$

105 **¿Qué error se comete al aproximar el resultado de 45,96 + 203,7 + 0,823 por el número 250,49?**

$45{,}96 + 203{,}7 + 0{,}823 = 250{,}483$

$E_a = |250{,}483 - 250{,}49| = 0{,}007$

106 **¿Para qué número sería 5.432,723 una aproximación a las milésimas por defecto? ¿Es única la respuesta? ¿Cuántas hay?**

La aproximación es del número 5.432,7232.

La solución no es única; hay infinitas soluciones, tantas como números decimales que empiezan por 5.432,723…

107 **¿Se puede escribir $\pi = \frac{355}{113}$? Justifica la respuesta y calcula el orden del error cometido.**

$\pi = 3{,}141592654...$

$\frac{355}{113} = 3{,}14159292...$

Es posible escribirlo, ya que el error que se comete es menor que 1 millonésima.

$E_a = \left|\pi - \frac{355}{113}\right| = |3{,}141592654... - 3{,}14159292...| = 0{,}0000002667...$

108 **Razona si es verdadero o falso.**

a) Si el lado de un cuadrado es un número racional, la diagonal es irracional.
b) Si el lado de un cuadrado es un número irracional, el área es racional.
c) Si la diagonal de un cuadrado es racional, el área es racional.

a) Verdadero, por ejemplo: Lado $= a \rightarrow$ Diagonal $= a\sqrt{2}$

b) Falso, por ejemplo: Lado $= \pi \rightarrow$ Área $= \pi^2$

c) Verdadero, por ejemplo: Diagonal $= a \rightarrow$ Lado $= \frac{a}{\sqrt{2}} \rightarrow$ Área $= \frac{a^2}{2}$

109 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UNA COTA DEL ERROR ABSOLUTO?

Escribe una aproximación por defecto y por exceso, hasta las milésimas, del número π. Indica, en cada caso, una cota del error absoluto cometido.

PRIMERO. Se calcula la expresión decimal del número irracional, $\pi = 3{,}141592...$, y la aproximación por exceso y por defecto.

$$\xrightarrow{\text{Por exceso}} 3{,}142 \qquad \xrightarrow{\text{Por defecto}} 3{,}141$$

SEGUNDO. El error absoluto exacto no se puede calcular por ser un número irracional. Por eso, se toma una aproximación por exceso de los errores absolutos de un orden inferior al de la aproximación. En este caso, se aproxima a las diezmilésimas, pues las aproximaciones de π son a las milésimas.

$$|3{,}141592... - 3{,}142| = 0{,}000408... < 0{,}0005$$

La cota de error es menor que 5 diezmilésimas.

$$|3{,}141592... - 3{,}141| = 0{,}000592... < 0{,}0006$$

La cota de error es menor que 6 diezmilésimas.

110 ●●● **Escribe una aproximación por defecto y por exceso del número $e = 2{,}718281...$ Indica, en cada caso, una cota del error absoluto.**

Por defecto: 2,718. Error: $0{,}000281... < 0{,}0003$

Como hemos aproximado a las milésimas, la cota de error es menor que 5 diezmilésimas.

Por exceso: 2,719. Error: $0{,}000719... < 0{,}0008$

La cota de error es menor que 8 diezmilésimas.

111 ●● **Calcula el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 5 cm. El número obtenido, ¿es racional o irracional?**

La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro.

Lado $= x \rightarrow$ Diagonal $= x\sqrt{2}$

$x \cdot \sqrt{2} = 10 \rightarrow x = 5 \cdot \sqrt{2}$

El lado mide $5\sqrt{2}$ cm, que es un número irracional.

112 ●● **Halla la diagonal de un cuadrado de lado 8 cm. Si construimos un cuadrado cuyo lado es esa diagonal, ¿cuál es el área del segundo cuadrado?**

Diagonal $= 8\sqrt{2}$ cm

Área $= \left(8\sqrt{2}\right)^2 = 128$ cm^2

113 **La base de un rectángulo mide $b = 8$ cm y su altura es $a = \frac{3}{4}b$.**

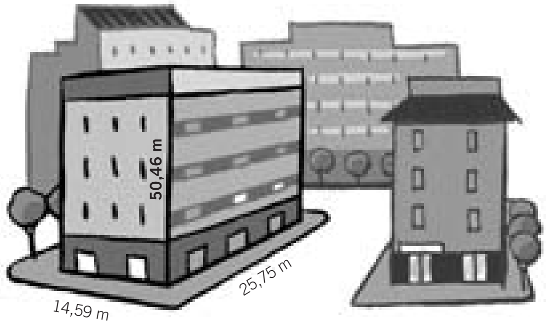
Calcula la longitud de la circunferencia circunscrita a este rectángulo y expresa el resultado con tres decimales.

El diámetro de la circunferencia es la diagonal del rectángulo.

Diagonal $= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm, radio $= 5$ cm

La longitud de la circunferencia es 31,415 cm.

114 **Calcula el volumen del edificio y redondea el resultado a las milésimas.**



a) Redondea sus dimensiones a las décimas, y calcula el volumen de nuevo. ¿Qué relación tiene con el resultado anterior?

b) Halla el error absoluto y relativo cometido en cada caso.

El valor exacto del volumen es:

Volumen $= 14{,}59 \cdot 25{,}75 \cdot 50{,}46 = 18.957{,}44355$ m^3

Si redondeamos el resultado a las milésimas:

Volumen $= 18.957{,}444$ m^3

a) Volumen $= 14{,}6 \cdot 25{,}8 \cdot 50{,}4 = 18.984{,}672$ m^3

El resultado es mayor que el resultado anterior.

b) Volumen $= 14{,}59 \cdot 25{,}75 \cdot 50{,}46 = 18.957{,}444$ m^3

$E_a = |18.957{,}44355 - 18.957{,}444| = 0{,}00045$

$$E_r = \left|\frac{18.957{,}44355 - 18.957{,}444}{18.957{,}44355}\right| = 0{,}00000002373\ldots$$

Volumen $= 14{,}6 \cdot 25{,}8 \cdot 50{,}4 = 18.984{,}672$ m^3

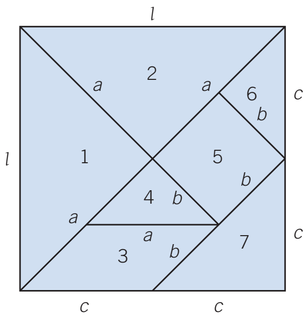
$E_a = |18.957{,}44355 - 18.984{,}672| = 27{,}22845$

$$E_r = \left|\frac{18.957{,}44355 - 18.984{,}672}{18.957{,}44355}\right| = 0{,}0014362\ldots$$

115 ●●

Halla la longitud de los lados y el área de cada una de las piezas del *tangram*.

Suponemos que el lado del cuadrado es l.



a es la mitad de la diagonal del cuadrado:

$$a = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}l$$

b es la mitad de a: $b = \dfrac{a}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}l$

c es la mitad de l: $c = \dfrac{l}{2}$

Vamos a calcular ahora el perímetro y el área de cada figura.

Figura 1: $\begin{cases} P = 2a + l = 2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + l = \left(\sqrt{2} + 1\right)l \\ A = \dfrac{a \cdot a}{2} = \dfrac{2l^2}{4} = \dfrac{l^2}{2} \end{cases}$

Figura 2: $\begin{cases} P = 2a + l = 2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + l = \left(\sqrt{2} + 1\right)l \\ A = \dfrac{a \cdot a}{2} = \dfrac{2l^2}{4} = \dfrac{l^2}{2} \end{cases}$

Figura 3: $\begin{cases} P = 2b + 2c = \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + l = \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)l \\ A = c \cdot \dfrac{l}{4} = \dfrac{l^2}{8} \end{cases}$

Figura 4: $\begin{cases} P = 2b + c = \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + \dfrac{l}{2} = \left(\dfrac{1 + \sqrt{2}}{2}\right)l \\ A = \dfrac{b \cdot b}{2} = \dfrac{l^2}{16} \end{cases}$

Figura 5: $\begin{cases} P = 4b = \sqrt{2}l \\ A = b^2 = \dfrac{l^2}{8} \end{cases}$

Figura 6: $\begin{cases} P = 2b + c = \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + \dfrac{l}{2} = \left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}\right)l \\ A = \dfrac{b \cdot b}{2} = \dfrac{l^2}{16} \end{cases}$

Figura 7: $\begin{cases} P = 2b + 2c = \dfrac{\sqrt{2}}{2}l + l = \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)l \\ A = \dfrac{c \cdot c}{2} = \dfrac{l^2}{8} \end{cases}$

116 **Considera que *A*, *B*, *C* y *D* son cuatro localidades. La distancia entre *A* y *B* es 48 km, con un error de 200 m, y la distancia entre *C* y *D* es 300 m, con un error de 2,5 m. ¿Qué medida es más adecuada? ¿Por qué?**

Comparamos los errores relativos: $\dfrac{200}{48.000} = 0{,}0041\widehat{6} < \dfrac{2{,}5}{300} = 0{,}008\widehat{3}$

Es más adecuada la medida de la distancia entre *C* y *D* por tener menor error relativo.

117 **Si $\dfrac{a}{b}$ es irreducible, razona si $\dfrac{a+b}{a \cdot b}$ y $\dfrac{a-b}{a \cdot b}$ también lo son.**
Compruébalo con números y, después, intenta extraer una regla general.

Supongamos que $\dfrac{a+b}{a \cdot b}$ es reducible:

$$\frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{y}{x}, \text{ con } x < a \cdot b$$

$$(a+b) \cdot x = a \cdot b \cdot y \xrightarrow{:\,a} x + \frac{b}{a} \cdot x = b \cdot y$$

Como a, b, x e y son números enteros y $\dfrac{a}{b}$ es irreducible:

$$x = a \cdot z \rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{y}{a \cdot z}, \text{ con } z < b$$

$$x + \frac{b}{a} \cdot x = b \cdot y \xrightarrow{x = a \cdot z} a \cdot z + b \cdot z = b \cdot y$$

$$\rightarrow a \cdot z = b \cdot (y - z) \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{y-z}{z}, \text{ con } z < b$$

Esto no es posible por ser $\dfrac{a}{b}$ irreducible.

Por tanto, $\dfrac{a+b}{a \cdot b}$ es irreducible.

De manera similar se prueba que $\dfrac{a-b}{a \cdot b}$ es también irreducible.

118 **Comprueba las siguientes igualdades.**

a) $2,\overset{\frown}{3} = 2,3\overset{\frown}{3}$ **b)** $0,\overset{\frown}{325} = 0,32\overset{\frown}{532}$

¿Por qué opinas que se produce este resultado? ¿Crees que es correcto?

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) } 2,\overset{\frown}{3} = \dfrac{21}{9} = \dfrac{7}{3} \\ 2,3\overset{\frown}{3} = \dfrac{210}{90} = \dfrac{7}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Son iguales.}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{b) } 0,\overset{\frown}{325} = \dfrac{325}{999} \\ 0,32\overset{\frown}{532} = \dfrac{32.500}{99.900} = \dfrac{325}{999} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Son iguales.}$$

Son iguales porque el anteperíodo puede integrarse en el período.

119 **Escribe aproximaciones decimales del número 6,325612, con las siguientes cotas del error absoluto.**

a) 0,001 **b)** 0,0005 **c)** 0,01 **d)** 0,5

a) 6,347 b) 6,3252 c) 6,316 d) 6,83

120 **Justifica de qué orden tendríamos que tomar el redondeo de un número irracional para que la cota del error absoluto fuera menor que una millonésima.**

El orden del redondeo sería a las diezmillonésimas.

EN LA VIDA COTIDIANA

121 **En un campamento, los monitores han pedido a los chicos que se agrupen, pinten un mural y, después, lo enmarquen.**

El grupo de Juan ha hecho un mural cuya área mide 2 m^2 y quiere enmarcarlo. Necesitan calcular la longitud del lado, pero no disponen de reglas para medir ni calculadoras.

El monitor les pide que den la longitud con precisión de milímetros, por lo que deben determinar los tres primeros decimales de $\sqrt{2}$.

Los chicos piensan en rectángulos cuya área coincida con el área del mural y en dimensiones cada vez más parecidas entre sí.

A continuación, toman un rectángulo cuya base es la media entre la base y la altura del anterior: $\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$; así, la altura debe ser $2 : \frac{3}{2} = \frac{4}{3}$, y tenemos que: $\frac{4}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$.

Continuando este proceso, como la diferencia entre la base y la altura de estos rectángulos es cada vez menor y $\sqrt{2}$ siempre está comprendido entre ellas, Juan procede así hasta que las tres primeras cifras de la base y la altura del rectángulo sean iguales.

¿Cuántos pasos debe dar Juan para lograrlo?

PRIMER PASO:

$$\frac{4}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2} \rightarrow \text{Cota de error: } \frac{1}{6}$$

SEGUNDO PASO:

$$\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{2}}{2} = \frac{17}{12} \rightarrow 2 : \frac{17}{12} = \frac{24}{17}$$

$$\frac{24}{17} < \sqrt{2} < \frac{17}{12} \rightarrow \text{Cota de error: } \frac{1}{204}$$

TERCER PASO:

$$\frac{\frac{17}{12}+\frac{24}{17}}{2} = \frac{577}{408} \rightarrow 2 : \frac{577}{408} = \frac{816}{577}$$

$$\frac{816}{577} < \sqrt{2} < \frac{577}{408} \rightarrow \text{Cota de error: } \frac{1}{235.416}$$

La cota es ya menor que 1 milímetro.

$$\sqrt{2} \simeq \frac{577}{408} = 1{,}41421$$

122 **Los alumnos de 4.º ESO han visitado un observatorio astronómico.**

Johannes Kepler publicó en 1619 su libro *La armonía del Universo*, en el que exponía su descubrimiento, que hoy denominamos la tercera ley de Kepler.

El guía les da una tabla con datos sobre los seis planetas conocidos en la época de Kepler.

Planeta	a (millones de km)	T (días)	$\frac{T^2}{a^3}$
Mercurio	57,9	87,969	
Venus	108,21	224,701	
Tierra	149,6	365,256	
Marte	227,9	686,980	
Júpiter	778,34	4.332,59	
Saturno	1.427	10.759,2	

Les cuenta que en 1781 se descubrió Urano, con un período de 84,01 años; y en 1846, Neptuno, con 164,79 años de período.

Con esta información, escribe el período (en días) y calcula la distancia de Urano y Neptuno al Sol.

Teniendo en cuenta que la ley de Kepler indica que $\frac{T^2}{a^3} = 0{,}04$:

URANO

Período: 30.664 días

Distancia al Sol:

$$a = \sqrt[3]{\frac{T^2}{0{,}04}} = \sqrt[3]{\frac{30.664^2}{0{,}04}} = 2.864{,}61 \text{ millones de kilómetros}$$

NEPTUNO

Período: 60.148 días

Distancia al Sol:

$$a = \sqrt[3]{\frac{T^2}{0{,}04}} = \sqrt[3]{\frac{60.148^2}{0{,}04}} = 4.488{,}77 \text{ millones de kilómetros}$$