



PROBABILIDAD DE UN SUCESO

REGLA DE LAPLACE

FRECUENCIA Y PROBABILIDAD.
PROPIEDADES

PROBABILIDAD CONDICIONADA

REGLA DEL PRODUCTO

Requiescant in pace

El horizonte devoraba el día a la misma velocidad con la que crecían las sombras producidas por las cruces y los ángeles de piedra, hasta que, con el último mordisco, día y sombras desaparecieron dando paso a la noche.

El encargado del cementerio, Hans, acostumbrado al silencio del lugar, se sobresaltó al oír unas pisadas que parecían venir de todos los lados. Aumentaban su intensidad como si estuvieran a su espalda y, al volverse, el sonido se difuminaba como si viniera desde muy lejos.

–¡Odio este trabajo! –maldijo.

De repente una sombra pasó a su izquierda dejándolo paralizado. A duras penas logró reunir el valor suficiente para esconderse tras una lápida y observar la escena.

La sombra era un hombre embozado, que se agachó sobre una de las tumbas y, tras murmurar unas palabras, que Hans no alcanzó entender, se alejó dejando sobre el mármol un libro.

Cuando Hans recuperó la movilidad, con precaución se acercó a la tumba y, sin atreverse a tocarlo, leyó en el libro: *Ars Conjectandi*, por Jakob Bernoulli.

Creyendo que eran cosas de espíritus, corrió hacia la salida jurándose a sí mismo no contarle jamás a nadie lo ocurrido.

El *Ars Conjectandi* es un tratado de probabilidad escrito por Jakob Bernoulli y publicado por su sobrino Nikolaus cinco años después de su muerte.

¿Entre qué valores puede estar la probabilidad de un suceso?

La probabilidad de un suceso A toma valores siempre entre 0 y 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$



Probabilidad

EJERCICIOS

001 Di cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y cuáles son deterministas.

- a) Pesar 1 dm^3 de agua.
- b) Medir el lado de un cuadrado de 2 cm^2 .
- c) Preguntar un número de 2 cifras.
- d) Lanzar un dado y anotar la puntuación.
- e) Elegir un jersey del armario.

- a) Determinista.
- b) Determinista.
- c) Aleatorio.
- d) Aleatorio.
- e) Determinista.

002 Define los sucesos elementales, el espacio muestral y dos sucesos no elementales al extraer una carta de la baraja española.

El espacio muestral tiene 40 sucesos elementales, que serían cada una de las cartas de la baraja.

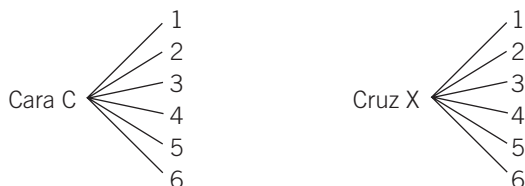
Sucesos elementales: {as de copas}, {2 de copas}...

Sucesos no elementales: {salir una figura}, {salir espadas}.

003 En el experimento de elegir un número al azar y anotar su resto al dividir entre 3, pon un ejemplo de suceso que no sea el conjunto vacío.

Suceso: que el resto sea 1.

004 Lanzamos una moneda y un dado. Calcula el espacio muestral mediante un diagrama de árbol.



El espacio muestral es: $E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, X1, X2, X3, X4, X5, X6\}$.

005 Se extrae una carta de la baraja española. Indica cómo son los siguientes sucesos.

- a) $A = \text{«Sacar oros»}$ y $B = \text{«Sacar copas»}$
- b) $A = \text{«Sacar bastos»}$ y $B = \text{«Sacar un as»}$

- a) Incompatibles.
- b) Compatibles.

006 Tenemos una bolsa con 8 bolas numeradas del 1 al 8. Extraemos una bola, y si tiene un número impar, extraemos otra sin reemplazar la primera. Si el número es par, extraemos dos bolas sin reemplazar la que ya hemos sacado.

- a) Determina el espacio muestral.
 b) Pon un ejemplo de dos sucesos compatibles.
 c) Escribe dos sucesos incompatibles.

a) Espacio muestral: {2, 4, 6, 8, 13, 15, 17, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1245, 1246, 1247, 1248, 1256, 1257, 1258, 1267, 1268, 1278, 1423, 1425, 1426, 1527, 1428, 1435, 1436, 1437, 1438, 1456, 1457, 1458, 1467, 1468, 1478, 1623, 1624, 1625, 1627, 1628, 1634, 1635, 1637, 1638, 1645, 1647, 1648, 1657, 1658, 1678, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1834, 1835, 1836, 1837, 1845, 1846, 1847, 1856, 1857, 1867, 3214, 3215, 3216, 3217, 3218, 3245, 3246, 3247, 3248, 3256, 3257, 3258, 3267, 3268, 3278, 3423, 3425, 3426, 3527, 3428, 3415, 3416, 3417, 3418, 3456, 3457, 3458, 3467, 3468, 3478, 3621, 3624, 3625, 3627, 3628, 3614, 3615, 3617, 3618, 3645, 3647, 3648, 3657, 3658, 3678, 3821, 3824, 3825, 3826, 3827, 3814, 3815, 3816, 3817, 3845, 3846, 3847, 3856, 3857, 3867, 5234, 5231, 5236, 5237, 5238, 5241, 5246, 5247, 5248, 5216, 5217, 5218, 5267, 5268, 5278, 5423, 5421, 5426, 5127, 5428, 5431, 5436, 5437, 5438, 5416, 5417, 5418, 5467, 5468, 5478, 5623, 5624, 5621, 5627, 5628, 5634, 5631, 5637, 5638, 5641, 5647, 5648, 5617, 5618, 5678, 5823, 5824, 5821, 5826, 5827, 5834, 5831, 5836, 5837, 5841, 5846, 5847, 5816, 5817, 5867, 7234, 7235, 7236, 7231, 7238, 7245, 7246, 7241, 7248, 7256, 7251, 7258, 7261, 7268, 7218, 7423, 7425, 7426, 7521, 7428, 7435, 7436, 7431, 7438, 7456, 7451, 7458, 7461, 7468, 7418, 7623, 7624, 7625, 7621, 7628, 7634, 7635, 7631, 7638, 7645, 7641, 7648, 7651, 7658, 7618, 7823, 7824, 7825, 7826, 7821, 7834, 7835, 7836, 7831, 7845, 7846, 7841, 7856, 7851, 7861}

b) Sacar impar, sacar cuatro bolas.

c) Sacar par, sacar impar.

007 En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado con sus caras numeradas del 1 al 8, expresa en forma de uniones e intersecciones los siguientes sucesos.

- a) «Salir número par y no primo»
 b) «Salir número impar o primo»
 c) «Salir número primo o par»



$A =$ «Salir par»

$C =$ «Salir no primo»

$B =$ «Salir primo»

$D =$ «Salir impar»

a) $A \cap C$

b) $D \cup B$

c) $B \cup A$

Probabilidad

008 En la extracción de una bola de una bolsa que contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10, consideramos los sucesos $A = \text{«Número par»}$ y $B = \text{«Múltiplo de 3»}$. Calcula.

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

a) $A \cup B = \text{«Salir par o múltiplo de 3»} = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

b) $A \cap B = \text{«Salir par y múltiplo de 3»} = \{6\}$

009 Dados un experimento aleatorio y un suceso A , halla:

a) $A \cup A$

b) $A \cap A$

a) $A \cup A = A$

b) $A \cap A = A$

010 En el experimento de sacar una carta de la baraja española, consideramos los sucesos $A = \text{«Sacar una figura»}$ y $B = \text{«Sacar oros»}$. Obtén los sucesos.

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) \bar{A}

d) \bar{B}

a) $A \cup B = \{\text{sacar figura u oros}\}$

c) $\bar{A} = \{\text{no sacar figura}\}$

b) $A \cap B = \{\text{sacar figura de oros}\}$

d) $\bar{B} = \{\text{no sacar oros}\}$

011 Tomamos una pieza de fruta de un frutero donde hay manzanas, fresas, plátanos y peras. Calcula los contrarios de los siguientes sucesos.

a) «Que sea manzana o pera»

b) «Que no sea plátano»

c) «Que crezca en árboles»

a) {fresa, plátano}

b) {plátano}

c) {fresa}

012 En una caja hay 8 bolas numeradas del 1 al 8. Escribe el suceso contrario, uno compatible y otro incompatible de estos sucesos.

a) $A = \text{«Sacar número menor que 4»}$

b) $B = \text{«Sacar número impar»}$

	Suceso contrario	Suceso compatible	Suceso incompatible
a) $A = \{\text{número} < 4\}$	{número ≥ 4 }	{número > 2 }	{número > 5 }
b) $B = \{\text{número impar}\}$	{número par}	{número múltiplo de 3}	{número múltiplo de 4}

013 Con los datos del ejercicio anterior, calcula estos sucesos.

a) \bar{A}

c) $\bar{A} \cup \bar{B}$

e) $\bar{A} \cap \bar{B}$

g) $\bar{A} \cap \bar{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

d) $\bar{A} \cup B$

f) $A \cup \bar{B}$

h) $A \cap \bar{B}$

a) {1, 2, 3}

e) {5, 7}

b) {2, 4, 5, 6, 7, 8}

f) {1, 2, 3, 4, 6, 8}

c) {4, 6, 8}

g) {4, 6, 8}

d) {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

h) {2}

014 Si en una bolsa tenemos 4 bolas de diferentes colores: rojo, blanco, verde y amarillo, calcula la probabilidad de:

- a) «Sacar bola marrón»
- b) «Sacar bola de algún color»
- c) «Sacar bola verde»

a) $P(\text{bola marrón}) = 0 \rightarrow$ Suceso imposible

b) $P(\text{bola de color}) = \frac{4}{4} = 1 \rightarrow$ Suceso seguro

c) $P(\text{bola verde}) = \frac{1}{4}$

015 Halla las probabilidades de estos sucesos.

- a) «Salir cara al lanzar una moneda»
- b) «Obtener un 5 cuando juegas al parchís»
- c) «Sacar un 2 en un dado con forma de tetraedro y caras numeradas del 1 al 4»

a) $P(\text{sacar cara}) = \frac{1}{2} = 0,5$

b) $P(\text{sacar 5}) = \frac{1}{6}$

c) $P(\text{sacar 2 en un tetraedro}) = \frac{1}{4} = 0,25$

016 De los siguientes experimentos, escribe cuáles son sus sucesos elementales.

- a) «Lanzar un dado»
- b) «Lanzar una moneda»
- c) «Observar cómo cae una chincheta, con la punta hacia arriba o hacia abajo»
- d) «Contestar al azar una pregunta con 4 posibles respuestas»
- e) «Extraer una bola de una bolsa que tiene 2 bolas rojas y 3 azules»
- f) «Lanzar un dado de 8 caras y una moneda»

¿Qué probabilidad le asignarías a cada uno de los sucesos?

- a) El espacio muestral tiene 6 sucesos elementales: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
La probabilidad de cada suceso elemental es $P(i) = \frac{1}{6}$, para $i = 1, 2, \dots, 6$.
- b) El espacio muestral tiene 2 sucesos elementales: $E = \{\text{cara}, \text{cruz}\}$.
La probabilidad de cada suceso elemental es $P(\text{cruz}) = P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$.
- c) El espacio muestral tiene 2 sucesos elementales:
 $E = \{\text{punta hacia arriba}, \text{punta hacia abajo}\}$.
La probabilidad de cada suceso elemental es solo cuantificable de modo experimental.

Probabilidad

d) El espacio muestral tiene 4 sucesos elementales: $E = \{a, b, c, d\}$.

La probabilidad de cada suceso elemental es:

$$P(a) = P(b) = P(c) = P(d) = \frac{1}{4}.$$

e) El espacio muestral tiene 2 sucesos elementales:

$E = \{\text{sacar bola roja, sacar bola azul}\}$.

$$P(\text{roja}) = \frac{2}{5}; P(\text{azul}) = \frac{3}{5}$$

f) El espacio muestral tiene 16 sucesos elementales:

$E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8\}$.

La probabilidad de cada suceso elemental es $P(A) = \frac{1}{16}$.

017 En una bolsa hay 5 bolas rojas, 10 verdes y 5 azules, y se extrae una bola. Calcula la probabilidad de los sucesos.

a) «Sacar bola roja» b) «Sacar bola verde» c) «Sacar bola azul»

$$a) P(\text{roja}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$b) P(\text{verde}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$c) P(\text{azul}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

018 En un aula hay 17 chicos y 19 chicas. Se elige una persona al azar. Determina la probabilidad de estos sucesos.

a) «Ser un chico» b) «Ser una chica»

$$a) P(\text{chico}) = \frac{17}{36}$$

$$b) P(\text{chica}) = \frac{19}{36}$$

019 Se lanza un dado de 6 caras. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) $A = \{\text{Salir número par}\}$

b) $B = \{\text{Salir número múltiplo de 3}\}$

c) $C = \{\text{Salir número menor que 4}\}$

$$a) P(A) = \frac{3}{6} = 0,5 \quad b) P(B) = \frac{2}{6} = 0,33 \quad c) P(C) = \frac{3}{6} = 0,5$$

020 En un dado se suprime la cara 6 y se añade otra cara 1. ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Son los sucesos elementales equiprobables? ¿Puedes calcular su probabilidad?

$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Los sucesos no son equiprobables: $P(1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ y $P(i) = \frac{1}{6}$ para $i = 2, 3, 4$ y 5 .

021 Se ha lanzado una moneda 75 veces obteniéndose 43 caras.
¿Cuál es la frecuencia relativa del suceso «Salir cruz»?

- a) $\frac{32}{75}$ b) 32 c) $\frac{32}{100}$ d) 0,32

La frecuencia relativa del suceso «Salir cruz» es la opción a) $\frac{32}{75}$.

022 Una máquina hace arandelas para tornillos. Explica cómo calcularías la probabilidad de que, escogida una de las arandelas al azar, sea defectuosa.

Se toma una muestra grande de arandelas. Calculamos la frecuencia relativa (h_i) de arandelas defectuosas.

La probabilidad de que, escogida una arandela al azar, sea defectuosa será el dato calculado.

023 En una bolsa hay bolas numeradas del 1 al 5. Se repite 5.000 veces el experimento de extraer una bola, se anota el resultado y, después, se devuelve a la bolsa. Las frecuencias obtenidas son:

Bola	1	2	3	4	5
f_i	1.200	800	700	1.300	1.000

Calcula la probabilidad de que, al sacar una bola, se obtenga un múltiplo de 2.

$$P(\text{sacar múltiplo de 2}) = \frac{800}{5.000} + \frac{1.300}{5.000} = \frac{21}{50} = 0,42$$

024 Una urna contiene 4 bolas blancas, 1 roja y 5 negras. Se considera el experimento de sacar una bola al azar. Calcula las probabilidades de estos sucesos.

- a) $A = \text{«Sacar bola blanca»}$ e) $E = \text{«Sacar bola verde»}$
 b) $B = \text{«Sacar bola roja»}$ f) $F = \text{«Sacar bola blanca o negra»}$
 c) $C = \text{«Sacar bola que no sea negra»}$ g) $G = \text{«Sacar bola roja o negra»}$
 d) $D = \text{«Sacar bola que no sea roja»}$

a) $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$

b) $P(B) = \frac{1}{10} = 0,1$

c) $P(C) = P(A \cup B) = 0,4 + 0,1 = 0,5$

d) $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,1 = 0,9$

e) $P(E) = 0$, porque no hay bolas verdes.

f) $P(F) = \frac{9}{10} = 0,9$

g) $P(G) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Probabilidad

025

Se lanzan dos dados y se suman los puntos obtenidos. Halla la probabilidad de que la suma:

a) Sea 3. b) No sea 7. c) Sea inferior a 11. d) Sea 4 o 5.

a) Casos favorables: {1-2, 2-1}

Casos posibles: 36

$$P(\text{sea } 3) = \frac{2}{36} = 0,056$$

b) Casos favorables para que la suma sea 7: {1-6, 2-5, 3-4, 4-3, 5-2, 6-1}

$$P(\text{no sea } 7) = 1 - P(7) = 1 - \frac{6}{36} = 0,83$$

c) Casos favorables para que la suma sea mayor o igual que 11: {5-6, 6-6, 6-5}

$$P(\text{sea inferior a } 11) = 1 - P(\text{mayor o igual que } 11) = 1 - \frac{3}{36} = 0,9167$$

d) Casos favorables: {1-3, 1-4, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 4-1}

$$P(\text{sea salir } 4 \text{ o } 5) = \frac{7}{36} = 0,194$$

026

Si dos sucesos, A y B , verifican que la suma de sus probabilidades es igual a 1, son:

a) Compatibles b) Contrarios c) Incompatibles d) No se puede saber

d) No se puede saber

027

En una caja de bombones hay 5 bombones de chocolate blanco y 15 de chocolate negro. Si 2 bombones de chocolate blanco y 10 de chocolate negro tienen relleno de licor, y escogemos un bombón al azar, calcula la probabilidad de los sucesos.

a) «Sea de chocolate negro y esté relleno»

b) «No tenga relleno o sea de chocolate blanco»

c) «Sea de chocolate blanco, sabiendo que es relleno»

d) «Sea relleno, sabiendo que es de chocolate negro»

B = «Chocolate blanco» N = «Chocolate negro» R = «Relleno»

$$a) P(N \cap R) = \frac{10}{20} = 0,5$$

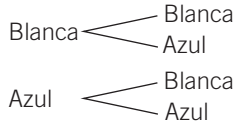
$$b) P(\bar{R} \cup B) = P(\bar{R}) + P(B) - P(\bar{R} \cap B) = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} - \frac{3}{20} = \frac{10}{20} = 0,5$$

$$c) P(B/R) = \frac{\text{n.º de bombones blancos rellenos}}{\text{n.º de bombones rellenos}} = \frac{2}{12} = 0,167$$

$$d) P(N/R) = \frac{\text{n.º de bombones negros rellenos}}{\text{n.º de bombones negros}} = \frac{10}{15} = 0,67$$

- 028** En una urna tenemos 2 bolas blancas y 2 azules. Si la primera bola que extraemos no se vuelve a introducir en la urna (sin reemplazamiento), calcula la probabilidad de obtener una bola azul y, después, una bola blanca.

Ilustramos el problema con un diagrama de árbol.

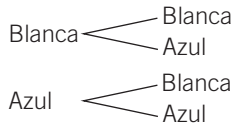


En la 1.ª extracción tenemos 4 bolas y en la 2.ª extracción tenemos solo 3 bolas, por lo que de antemano no conocemos la probabilidad.

$$\begin{aligned}
 P(\text{extraer 1.º bola azul y 2.º bola blanca}) &= \\
 &= P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2/A_1) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

- 029** Si el experimento anterior fuera con reemplazamiento, halla la probabilidad de obtener una bola azul y, después, una bola blanca.

Ilustramos el problema con un diagrama de árbol.



En este caso, los sucesos elementales tienen la misma probabilidad, y son independientes.

$$P(\text{extraer 1.º azul y 2.º blanca}) = P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2) = \frac{1}{4} = 0,25$$

- 030** Al extraer una bola de la urna y anotar el color, se devuelve a la urna. Calcula la probabilidad de que, al extraer dos bolas, sean rojas.

En la urna hay 2 bola rojas y 3 azules.

Llamamos $R_i = \{\text{sacar bola roja en la } i\text{-ésima extracción}\}$.

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = 0,6$$



- 031** En el ejercicio anterior, ¿son los sucesos dependientes o independientes?

Son sucesos independientes, porque se devuelve la bola.

- 032** Propón un experimento, y busca un ejemplo de sucesos independientes y otro de sucesos incompatibles.

Respuesta abierta.

Probabilidad

ACTIVIDADES

033 Escribe dos experimentos aleatorios y otros dos que no lo sean.

● **Justifica tu respuesta.**

Respuesta abierta.

Sucesos aleatorios \longrightarrow Lanzar un dado, tirar una moneda, etc.

Sucesos deterministas \rightarrow Medir la longitud de una circunferencia de radio r , calcular el volumen de un cubo de arista 3 cm, etc.

034 Indica si los siguientes experimentos son deterministas o aleatorios.

-
- a) Medir la longitud de una clase.
 - b) Extraer una carta de la baraja.
 - c) Dejar caer una piedra al vacío y medir la aceleración.
 - d) Pesar una botella de agua de 1 litro.
 - e) Lanzar una moneda y observar el resultado.

a) Determinista.

c) Determinista.

e) Aleatorio.

b) Aleatorio.

d) Determinista.

035 Describe el espacio muestral del experimento aleatorio que consiste en lanzar 2 dados y anotar la resta de los números de las caras superiores.

●

(-)	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Restamos siempre al mayor número el menor: $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

036 En una urna tenemos 8 bolas rojas, 4 amarillas y 1 verde. Si extraemos una bola al azar y anotamos su color, ¿cuál es el espacio muestral?

●●

$E = \{\text{bola roja, bola amarilla, bola verde}\}$

037 Jaime lanza 2 dados y, después, suma la puntuación obtenida.

●●

Describe el espacio muestral de este experimento.

Haz lo mismo si, tras sumar los puntos, hallamos el resto al dividir entre 3.



(+)	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

El resto al dividir entre 3 es 0, 1 o 2, luego el espacio muestral es:
 $E = \{0, 1, 2\}$.

038 Se lanza un dado con 12 caras numeradas del 1 al 12, y se consideran los sucesos:



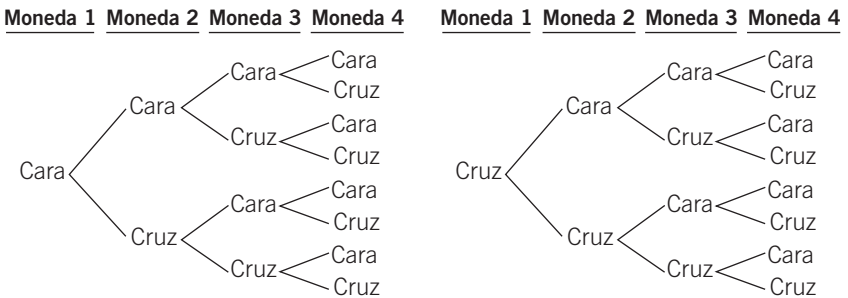
- $A = \text{«Salir número par»}$
- $B = \text{«Salir número impar»}$
- $C = \text{«Salir múltiplo de 3»}$
- $D = \text{«Salir múltiplo de 5»}$
- $F = \text{«Salir número mayor que 5»}$
- $G = \text{«Salir número menor que 4»}$

- a) Escribe estos sucesos.
- b) Señala los pares de sucesos que son incompatibles.
- c) ¿Hay tres sucesos que sean incompatibles?

- a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ $D = \{5, 10\}$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ $E = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $C = \{3, 6, 9, 12\}$ $F = \{1, 2, 3\}$
- b) $A-B, C-D, D-F, E-F$
- c) No los hay.

039 Considera el lanzamiento de 4 monedas. Describe el espacio muestral utilizando un diagrama de árbol y escribe los sucesos elementales de los siguientes sucesos.

- $A = \text{«Obtener al menos una cara»}$ $B = \text{«Obtener una sola cara»}$



- $A = \{CCCC, CCCX, CCXC, CXCC, CXCX, CXXC, CXXX, XCCC, XCCX, XCXC, XCXX, XXCC, XXCX, XXXC\}$
- $B = \{CXXX, XCXX, XXCX, XXXC\}$

Probabilidad

040

Con los datos de la actividad anterior, calcula.



- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) \bar{A} d) \bar{B}

- a) $A \cup B = A$, porque el suceso B está contenido en el suceso A .
 b) $A \cap B = B$
 c) $\bar{A} = \text{«Obtener 0 caras»} = \{XXXX\}$
 d) $\bar{B} = \text{«Obtener 0, 2, 3 o 4 caras»} = \{CCCC, CCCX, CCXC, CXCC, CXCX, CXXC, XCCC, XCCX, XCXC, XXCC, XXXX\}$

041

Consideramos las 28 fichas del dominó. Si cogemos una ficha y sumamos los puntos, calcula.



- a) $A = \text{«Obtener múltiplo de 5»}$
 b) $B = \text{«Obtener número par»}$
 c) $A \cup B, A \cap B, \bar{A}$ y \bar{B}
 d) $A \cup \bar{A}$ y $B \cap \bar{B}$

(+)	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	3	4	5	6	7	8
3	3	4	5	6	7	8	9
4	4	5	6	7	8	9	10
5	5	6	7	8	9	10	11
6	6	7	8	9	10	11	12

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

- a) $A = \{5, 10\}$
 b) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
 c) $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$ $A \cap B = \{10\}$
 $\bar{A} = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\}$ $\bar{B} = \{0, 1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
 d) $A \cup \bar{A} = E$ $\bar{B} \cap B = \emptyset$

042

Extraemos 2 cartas de una baraja española. Un suceso imposible es:



- a) «Sacar 2 cartas de oros»
 b) «Sacar 2 cartas del mismo palo»
 c) «Sacar 2 cartas de distinto palo»
 d) «Sacar 2 figuras iguales del mismo palo»

Un suceso imposible es d) «Sacar 2 figuras iguales del mismo palo».

043 Ordena, de menor a mayor grado de probabilidad, los siguientes sucesos al lanzar un dado de 6 caras.

- a) «Salir número impar»
- b) «Salir número igual o mayor que 5»
- c) «Salir número menor que 7»
- d) «Salir número mayor que 7»

$$P(D) < P(B) < P(A) < P(C)$$

044 De una baraja española se extrae una carta. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

- a) $A =$ «Obtener oros»
- b) $B =$ «Obtener el rey de oros»
- c) $C =$ «Obtener espadas o copas»

$$a) P(A) = \frac{10}{40} = 0,25 \quad b) P(B) = \frac{1}{40} = 0,025 \quad c) P(C) = \frac{20}{40} = 0,5$$

045 Se lanza un dado al aire y se suman los puntos de todas las caras menos la cara de arriba. Obtén el espacio muestral y la probabilidad de obtener un número que sea múltiplo de 3.

$$E = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$P(\text{obtener múltiplo de 3}) = \frac{2}{6} = 0,33$$

046 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA PROBABILIDAD DE ALGUNOS SUCESOS NO EQUIPROBABLES?

En un dado trucado, la probabilidad de salir 5 es el triple que la de salir cualquiera de los otros números. ¿Qué probabilidad hay de que al tirar el dado salga 2?

PRIMERO. La suma de todas las probabilidades de los sucesos elementales es 1. Si se llama x a la probabilidad de que salga 1, 2, 3, 4 o 6, la probabilidad de que salga 5 será $3x$.

$$\begin{aligned} P(1) &= x & P(3) &= x & P(5) &= 3x \\ P(2) &= x & P(4) &= x & P(6) &= x \\ P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) &= 1 \\ x + x + x + x + 3x + x &= 1 \end{aligned}$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x + x + x + x + 3x + x = 1 \rightarrow 8x = 1 \rightarrow x = 0,125$$

La probabilidad de que salga 2 es 0,125.

Probabilidad

047 Si en un dado tenemos que:



$$P(1) = P(2) = P(3) = \frac{1}{7} \text{ y } P(4) = P(5) = P(6) = x,$$

¿cuál es el valor de x ?

$$\begin{aligned} P(E) &= P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = \\ &= \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + x + x + x \rightarrow 1 = \frac{3}{7} + 3x \end{aligned}$$

$$\text{Resolviendo la ecuación, se obtiene que: } x = \frac{4}{21}.$$

048 Se ha trucado un dado de 6 caras, de modo que las caras que son números primos tienen doble probabilidad de salir que las que no lo son.



¿Cuál es la probabilidad de cada una de las caras? ¿Y la probabilidad de obtener un número par?

Llamamos $x = P(1) = P(4) = P(6)$ y $2x = P(2) = P(3) = P(5)$.

Estos sucesos son incompatibles, y como $P(E) = 1$:

$$P(E) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + 2x + 2x + x + 2x + x = 1 \rightarrow 9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

$$P(1) = P(4) = P(6) = \frac{1}{9} \quad P(2) = P(3) = P(5) = \frac{2}{9}$$

$$P(\text{par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

049 En un dado trucado, la probabilidad de cada una de las 6 caras es:



Cara	1	2	3	4	5	6
P	0,1	0,1	0,1	a	b	0,1

Si $P(4) = 2 \cdot P(5)$, ¿cuánto valen a y b ?

$$\begin{aligned} P(E) &= P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = \\ &= 0,1 + 0,1 + 0,1 + a + b + 0,1 = 1 \end{aligned}$$

Además, se verifica que: $P(4) = 2 \cdot P(5) \rightarrow a = 2b$

Resolviendo el sistema: $\begin{cases} a + b = 0,6 \\ a = 2b \end{cases}$ se obtiene que: $a = 0,4$ y $b = 0,2$.

050 Tomando un número del 20 al 79, ¿cuál es la probabilidad de que el producto de sus cifras sea 18?



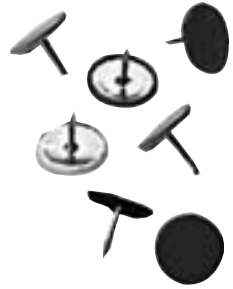
Hay 60 casos posibles y 3 casos favorables: 29, 36 y 63.

$$\text{La probabilidad es: } P(\text{el producto de las cifras del número sea 18}) = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}.$$

051 Al lanzar una chincheta, esta puede caer con la punta hacia arriba o hacia abajo.



- a) ¿Se trata de un experimento aleatorio?
 b) ¿Cuáles son los sucesos elementales?
 c) ¿Son estos sucesos equiprobables?



- a) Es un experimento aleatorio.
 b) $E = \{\text{punta hacia arriba, punta hacia abajo}\}$
 c) Los sucesos no son equiprobables.

052 En un bombo hay 10 bolas numeradas del 0 al 9.



Se repite 100 veces el experimento de extraer una bola y reemplazarla. Los resultados son:

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_i	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11

$A = \text{«Múltiplo de 3»}$

$B = \text{«Número impar»}$

$C = \text{«Divisor de 6»}$

Calcula.

- a) La frecuencia relativa de A , B y C .
 b) La frecuencia relativa de $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$ y $A \cap C$.
 c) La probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

$$a) h_i(A) = \frac{12 + 12 + 11}{100} = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$h_i(B) = \frac{13 + 12 + 10 + 6 + 11}{100} = \frac{52}{100} = 0,52$$

$$h_i(C) = \frac{13 + 11 + 12 + 12}{100} = \frac{48}{100} = 0,48$$

$$b) h_i(A \cup B) = \frac{12 + 12 + 11 + 13 + 10 + 6}{100} = \frac{64}{100} = 0,64$$

$$h_i(A \cap B) = \frac{12 + 11}{100} = \frac{23}{100} = 0,23$$

$$h_i(A \cup C) = \frac{12 + 12 + 11 + 13 + 11}{100} = \frac{59}{100} = 0,59$$

$$h_i(A \cap C) = \frac{12 + 12}{100} = \frac{24}{100} = 0,24$$

- c) Para cada suceso, la frecuencia relativa, hallada en los apartados anteriores, se aproxima al valor de la probabilidad.

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99\}$$

$$P(B) = \frac{33}{100} = 0,33$$

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, \dots, 100\}$$

$$P(C) = \frac{50}{100} = 0,5$$

$$D = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$P(D) = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, \dots, 99, 100\}$$

$$P(F) = \frac{100}{100} = 1$$

$$G = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$$

$$P(G) = \frac{9}{100} = 0,09$$

- b) Los sucesos D y G son incompatibles, ya que $D \cap G = \emptyset$.
- c) Los sucesos A y B son compatibles, pues $A \cap B = \{15, 30, 45, 60, 75, 90\} \neq \emptyset$.
- d) No hay sucesos contrarios, porque no hay ninguna pareja de sucesor cuya intersección sea \emptyset y cuya unión sea E .
- e) $A \cap B = \{15, 30, 45, 60, 75, 90\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{6}{100} = 0,06$
 $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0,33 + 0,5 - 0,16 = 0,67$
 $P(D) = \frac{10}{100} = 0,1$

056

En una urna tenemos 4 bolas rojas y 6 bolas blancas. Si extraemos 2 bolas consecutivamente, calcula la probabilidad de los sucesos.

- a) «Sacar dos bolas blancas» c) «Sacar al menos una bola roja»
 b) «Sacar una bola blanca y otra roja» d) «No sacar ninguna bola roja»

Suponemos que la extracción es sin reemplazamiento.

$$B = \{\text{sacar bola blanca}\} \quad R = \{\text{sacar bola roja}\}$$

$$a) P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2/B_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

$$b) P(B_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(R_2/B_1) + P(R_1) \cdot P(B_2/R_1) = \\ = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{8}{15}$$

$$c) 1 - P(B_1 \cap B_2) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$d) P(B_1 \cap B_2) = \frac{1}{3}$$

Probabilidad

057



Se lanzan 3 monedas al aire. Obtén el espacio muestral, determina la probabilidad de cada suceso elemental y calcula las siguientes probabilidades.

- a) $P(3 \text{ caras})$
- b) $P(0 \text{ caras})$
- c) $P(4 \text{ caras})$
- d) $P(2 \text{ cruces y } 1 \text{ cara})$
- e) $P(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz})$
- f) $P(1 \text{ cruz})$
- g) $P(\text{al menos } 2 \text{ caras})$
- h) $P(\text{a lo sumo } 1 \text{ cara})$

$$a) P(3 \text{ caras}) = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$b) P(0 \text{ caras}) = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$c) P(4 \text{ caras}) = 0$$

$$d) P(2 \text{ cruces y } 1 \text{ cara}) = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$e) P(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz}) = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$f) P(1 \text{ cruz}) = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$g) P(\text{al menos } 2 \text{ caras}) = \frac{4}{8} = 0,5$$

$$h) P(\text{a lo sumo } 1 \text{ cara}) = \frac{4}{8} = 0,5$$

058 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA PROBABILIDAD DE UN SUCESO COMPUESTO MEDIANTE TABLAS DE CONTINGENCIA?

En 4.º ESO hay 12 chicos y 28 chicas. Llevan gafas 10 chicos y 8 chicas. Elegido un alumno al azar, calcula la probabilidad de que sea chico y no lleve gafas.

PRIMERO. Se recogen los datos del problema en una tabla de contingencia o de doble entrada.

	Chico	Chica	Total
Con gafas	10	8	
Sin gafas			
Total	12	28	

SEGUNDO. Se completa la tabla.

	Chico	Chica	Total
Con gafas	10	8	18
Sin gafas	2	20	22
Total	12	28	40

TERCERO. Se extraen los datos necesarios de la tabla para calcular la probabilidad pedida.

$$P(\text{chico sin gafas}) = \frac{\text{n.º de chicos sin gafas}}{\text{n.º total de alumnos}} = \frac{2}{40} = 0,05$$

059

En una guardería hay 10 niños y 12 niñas. Si 6 niños saben andar y 6 niñas no saben andar, calcula la probabilidad de que, elegido uno de ellos al azar, sea niño y no sepa andar.

$A = \text{«Ser niño»}$

$B = \text{«Ser niña»}$

$C = \text{«Saber andar»}$



$$P(A \cap \bar{C}) = \frac{\text{n.º de niños que no saben andar}}{\text{n.º total de niños}} = \frac{4}{22} = 0,18$$

060

Sabemos que en una clase hay 20 niños y 16 niñas. La mitad de los niños y tres cuartas partes de las niñas tienen el pelo moreno y el resto lo tiene rubio. ¿Cuál es la probabilidad de que, elegido un alumno, sea niño con el pelo rubio? ¿Y de que sea rubio, sin importar el sexo?

$A = \text{«Ser niño»}$

$C = \text{«Tener el pelo moreno»}$

$B = \text{«Ser niña»}$

$D = \text{«Tener el pelo rubio»}$

$$P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D|A) = \frac{20}{36} \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$$

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = \frac{10}{36} + \frac{4}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

061

A una comida asisten 28 hombres y 32 mujeres. Han elegido carne 16 hombres y 20 mujeres, tomando pescado el resto. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

- ¿Qué probabilidad hay de que sea hombre?
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya tomado pescado?
- ¿Y la probabilidad de que sea hombre y haya tomado pescado?
- ¿Cuál es la probabilidad de que tome carne y pescado?

$A = \text{«Ser hombre»}$

$C = \text{«Comer carne»}$

$B = \text{«Ser mujer»}$

$D = \text{«Comer pescado»}$

$$\text{a) } P(A) = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

b) Como hay 12 hombres y 12 mujeres que han comido pescado:

$$P(D) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{c) } P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D|A) = \frac{7}{15} \cdot \frac{12}{28} = \frac{1}{5} = 0,2$$

d) $P(C \cap D) = 0$, porque los sucesos son contrarios.

Probabilidad

062



Luis y Juan tienen que recoger la habitación que comparten. Luis pone en una bolsa 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul, y le propone a su hermano sacar una. Si es roja recoge Juan, y si es azul, recogerá él.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga bola roja? ¿Y de que salga bola azul?
 b) ¿Es justo lo que propone Luis?
 c) Juan no acepta el trato y propone que si sale roja recoge él, y si sale azul o verde recoge Luis. ¿Es justo este trato? ¿Por qué?

$$a) P(\text{roja}) = \frac{3}{6} = 0,5 \quad P(\text{azul}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

b) No es justo, porque hay más probabilidad de que salga bola roja.

$$c) P(\text{verde o azul}) = P(\text{verde}) + P(\text{azul}) = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = 0,5$$

El trato que propone Juan es justo, ya que ambos sucesos tienen igual probabilidad.

063



En el juego de los dados, el experimento consiste en lanzar dos dados y se gana si la suma de puntos es 11 o 7.

a) Describe el espacio muestral.

(+)	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b) Calcula la probabilidad de ganar.

a) El espacio muestral es:

$$E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}.$$

b) Casos posibles: $6 \cdot 6 = 36$

$$P(\text{salir 11 o 7}) =$$

$$= P(\text{salir 11}) + P(\text{salir 7}) =$$

$$= \frac{2}{36} + \frac{6}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

064



Considera el experimento que consiste en elegir al azar un número del 1 al 30.

Sean los sucesos $A = \text{«Obtener número par menor o igual que 14»}$,
 $B = \text{«Obtener múltiplo de 3 menor o igual que 10»}$ y $C = \text{«Obtener múltiplo de 10»}$. Describe los sucesos y calcula su probabilidad.

a) $A \cup B$

c) $B \cup C$

e) $C \cap B$

b) $A \cup C$

d) $A \cap B$

f) $A \cap C$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\} \quad B = \{3, 6, 9\} \quad C = \{10, 20, 30\}$$

$$a) A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 3, 9\} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{9}{30} = 0,3$$

$$b) A \cup C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 20, 30\} \rightarrow P(A \cup C) = \frac{9}{30} = 0,3$$

$$c) B \cup C = \{3, 6, 9, 10, 20, 30\} \rightarrow P(B \cup C) = \frac{6}{30} = 0,2$$

$$d) A \cap B = \{6\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$e) C \cap B = \emptyset \rightarrow P(C \cap B) = 0$$

$$f) A \cap C = \{10\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{30}$$

065 Halla la probabilidad de los contrarios de cada uno de los sucesos anteriores.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\overline{A \cup B}) &= 1 - 0,3 = 0,7 & \text{d) } P(\overline{A \cap B}) &= 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30} \\ \text{b) } P(\overline{A \cup C}) &= 1 - 0,3 = 0,7 & \text{e) } P(\overline{C \cap B}) &= 1 - 0 = 1 \\ \text{c) } P(\overline{B \cup C}) &= 1 - 0,2 = 0,8 & \text{f) } P(\overline{A \cap C}) &= 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30} \end{aligned}$$

066 En una clase de 4.º ESO hay 30 alumnos. Si la probabilidad de que, elegido un alumno al azar, sea una chica es 0,6; ¿cuántos chicos y chicas hay en la clase? ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno elegido sea un chico?

$$\begin{aligned} P(\text{ser chica}) &= \frac{\text{n.º de chicas de clase}}{\text{n.º de alumnos de clase}} = 0,6 \rightarrow \text{Chicas: } 0,6 \cdot 30 = 18 \\ P(\text{ser chico}) &= \frac{12}{30} = 0,4 \end{aligned}$$

067 Un examen de tipo test consta de 5 preguntas, cada una de las cuales tiene 3 posibles respuestas.

- Halla la probabilidad de acertar 3 preguntas si contestas al azar.
- Determina la probabilidad de acertar al menos 2 preguntas si contestas al azar.
- Si, para aprobar el examen, hay que contestar al menos 3 preguntas correctamente, calcula cuál es la probabilidad de aprobar y de suspender, si contestamos al azar.

Llamamos A = «Acertar una pregunta».

a) Los subgrupos de 3 preguntas que se pueden formar, son:

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

Como cada pregunta tiene una probabilidad de $\frac{1}{3}$ de ser acertada:

$$P(A) = \frac{1}{3} \text{ y } P(\bar{A}) = \frac{2}{3}.$$

$$\begin{aligned} P(\text{acertar 3 preguntas}) &= C_{5,3} \cdot P(A \cap A \cap A \cap \bar{A} \cap \bar{A}) = \\ &= \binom{5}{3} \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(\text{acertar al menos 2 preguntas}) &= P(\text{acertar 2}) + P(\text{acertar 3}) + \\ &+ P(\text{acertar 4}) + P(\text{acertar 5}) = C_{5,2} \cdot P(A \cap A \cap \bar{A} \cap \bar{A} \cap \bar{A}) + \\ &+ C_{5,3} \cdot P(A \cap A \cap A \cap \bar{A} \cap \bar{A}) + C_{5,4} \cdot P(A \cap A \cap A \cap A \cap \bar{A}) + \\ &+ C_{5,5} \cdot P(A \cap A \cap A \cap A \cap A) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \\ &+ \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) + \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{131}{243} = 0,54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(\text{aprobar}) &= P(\text{acertar 3}) + P(\text{acertar 4}) + P(\text{acertar 5}) = \\ &= P(\text{acertar al menos 2}) - P(\text{acertar 2}) = \frac{131}{243} - \frac{80}{243} = \frac{51}{243} = 0,21 \\ P(\text{suspender}) &= 1 - 0,21 = 0,79 \end{aligned}$$

Probabilidad

068

Paula va a una tienda de complementos 2 veces por semana, y Roberto trabaja en esa tienda 4 días cada semana. Si el viernes no acude ninguno de los dos y la tienda cierra los domingos, ¿qué probabilidad tienen de coincidir?

Si el día fijado es viernes o domingo, la probabilidad será cero, pues en esos días ninguno de los dos va a la tienda.

En cualquier otro día, por ejemplo, el martes, sucede que:

$$P(\text{Roberto vaya el martes}) = \frac{4}{5} \text{ y } P(\text{Paula vaya el martes}) = \frac{2}{5}$$

La probabilidad de que vayan ambos es la probabilidad de la intersección, y como los dos sucesos son independientes, es el producto:

$$P(R \cap P) = P(R) \cdot P(P) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

069

Indica un experimento donde todos los sucesos sean elementales.

El experimento es el lanzamiento de una moneda.

Su espacio muestral está formado por dos sucesos: «Salir cara» y «Salir cruz».

En este caso, el suceso no elemental es el suceso seguro.

070

¿Cuántos sucesos relacionados con un experimento tienen probabilidad 1? ¿Y cuántos sucesos tienen probabilidad 0?

Tienen probabilidad 1 todos los sucesos que siempre ocurren, y tienen probabilidad 0 todos los sucesos que nunca pueden ocurrir.

Los primeros sucesos contienen el espacio muestral y los segundos sucesos no contienen ningún suceso elemental.

Por ejemplo, consideremos el experimento consistente en lanzar un dado y anotar la puntuación obtenida.

El suceso «Salir puntuación menor o igual que 6» es seguro, y también lo es «Obtener una puntuación menor que 8».

Por otro lado, el suceso «Obtener un número menor que 0» es imposible, y también lo es «Obtener puntuación negativa».

071

Tengo 3 llaves que abren las 3 cerraduras de una puerta, pero no sé cuál es la llave que abre cada cerradura.

a) **¿Cuál es la probabilidad de que acierte con la combinación a la primera oportunidad?**

b) **¿Y si tuviera 3 llaves y solo 2 cerraduras? (Una de las llaves no abre ninguna cerradura.)**

a) El número de casos posibles es: $P_3 = 3! = 6$

$$P(\text{acertar}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{6}$$

b) Con dos cerraduras, el número de casos posibles es: $V_{3,2} = 6$

Luego la probabilidad de acertar a la primera es igual en ambos apartados.

072

Partimos al azar una barra de 1 metro de longitud en 3 trozos.

¿Cuál es la probabilidad de que podamos formar un triángulo con los 3 trozos?

Se podrá formar un triángulo cuando el lado mayor sea menor que la unión de los otros dos, o cuando el lado mayor mida menos de 0,5 m.

Como es el lado mayor, mide más de $\frac{1}{3}$ m.

A: medir menos de 0,5 m. B: medir más de $\frac{1}{3}$ m.

$$\text{La probabilidad es: } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$

073

En una comarca, cuando un caso judicial no era fácil de resolver, se ofrecía a los procesados otra oportunidad.

Se entregaban al reo 100 bolas verdes, 100 bolas rojas y dos urnas. A continuación, el reo distribuía las 200 bolas en las urnas. Después, este elegía al azar una urna y sacaba una bola de su interior. En el caso de que la bola fuera verde se salvaba.

Si tú fueras el procesado, ¿cómo distribuirías las bolas para que la probabilidad de salvarte fuera la mayor posible?



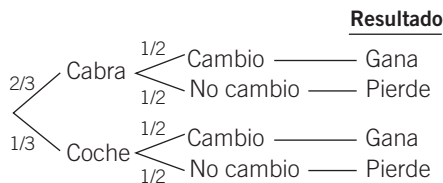
La opción para que la probabilidad de salvarse sea mayor es que en una urna se ponga una bola verde, y en la otra urna, las demás bolas.

La probabilidad de sacar bola verde es:

$$\begin{aligned} P(\text{verde}) &= P(\text{verde} \cap \text{urna 1}) + P(\text{verde} \cap \text{urna 2}) = \\ &= P(\text{verde/urna 1}) \cdot P(\text{urna 1}) + P(\text{verde/urna 2}) \cdot P(\text{urna 2}) = \\ &= 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{99}{199} \cdot \frac{1}{2} = \frac{149}{199} \end{aligned}$$

074

En un concurso televisivo, el presentador enseña al concursante tres puertas cerradas, en las cuales hay un coche y dos cabras. El concursante elige una puerta y el presentador abre una de las otras puertas y aparece una cabra. Entonces, le pregunta al concursante si quiere cambiar su respuesta. ¿Qué debería hacer el concursante?



$$P(\text{coche/cambio}) = \frac{P(\text{coche} \cap \text{cambio})}{P(\text{cambio})} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

El concursante debería cambiar.

EN LA VIDA COTIDIANA

075



En los periódicos ha salido publicada esta noticia.

En la noticia se cuenta que había un total de 165.432 jóvenes que entraban en el sorteo, de los cuales 16.442 jóvenes conseguirían vivienda.



Una vez numeradas todas las personas, había que elegir al azar un número y a partir de este, correlativamente, se nombrarían las 16.442 personas que obtendrían vivienda.



Los encargados de realizar el sorteo colocaron seis bombos. Todos ellos contenían diez bolas numeradas del 0 al 9, salvo en el caso de las centenas de millar, que estaba formado por cinco bolas con el número 0 y otras cinco bolas con el número 1.



Tras la extracción de las bolas, el número agraciado fue el número 155.611 y, a partir de él, se nombró a los elegidos llegando al final y empezando desde el principio.

¿Crees que es cierta la noticia?

Antes de asignar los números a las personas, todas tienen la misma probabilidad, pero una vez asignados tienen mayor probabilidad de salir los números mayores de 100.000, ya que en el primer bombo hay una proporción de 5 a 1 bolas 1 frente a bolas 0. Por tanto, la noticia es cierta.

076

A Roberto se le ha ocurrido que una manera correcta de hacer sorteos, como el de la actividad anterior, puede ser utilizando una tabla de números aleatorios.

Es una lista de números elegidos entre estos dígitos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.



Observa la siguiente tabla de números aleatorios, que en realidad forma parte de una tabla mayor.

91274	87824	04137	77379	54266	38762
23393	37710	46457	03883	58275	11138
18521	59667	00980	75632	88008	10060
48863	31874	90785	78923	46611	39389
98036	25351	88031	72020	13873	03121
56644	79433	49072	30594	73185	81691

Ahora solo falta decidir por dónde empezar. Para ello, podemos tirar dos dados, de los cuales el primero indicará la fila, y el segundo, la columna, y comenzamos a buscar el número.

El primer número válido de 5 cifras será el elegido.

Si sale, por ejemplo, 3 y 2, indicaría que la búsqueda comienza en fila 3, columna 2: 59667.



Si saliera, por ejemplo, el número 00980 la persona que ganaría sería la que tuviera el número 980 y todas las siguientes hasta completar las 16.442 personas.

Como asegura Roberto, ¿tienen todas las personas la misma probabilidad de ser elegidas?

No tienen la misma probabilidad, ya que las personas que tengan un número menor que 998, y las personas que tengan un número mayor que: $98.036 + 16.442 = 104.447$, nunca obtendrán la vivienda, y la probabilidad de que les toque la vivienda es nula.

Dirección de arte: **José Crespo**

Proyecto gráfico:

Portada: **CARRIÓ/SÁNCHEZ/LACASTA**

Interiores: **Manuel García, Rosa Barriga**

Ilustración: **Estudio Haciendo el león, Bartolomé Seguí, José María Valera**

Jefa de proyecto: **Rosa Marín**

Coordinación de ilustración: **Carlos Aguilera**

Jefe de desarrollo de proyecto: **Javier Tejada**

Desarrollo gráfico: **José Luis García, Raúl de Andrés**

Dirección técnica: **Ángel García Encinar**

Coordinación técnica: **Félix Rotella**

Confeción y montaje: **MonoComp, S. A., Luis González**

Corrección: **Marta Rubio, Gerardo Z. García**

Documentación y selección fotográfica: **Nieves Marinas**

Fotografías: A. Toril; Algar; C. Jiménez; D. Lezama; E. Morales; F. de Madariaga; J. Escandell.com; J. Jaime; J. V. Resino; P. Esgueva; T. Arias; A. G. E. FOTOSTOCK; COMSTOCK; COVER; DIGITALVISION; EFE/SIPA-PRESS/G. Elkaim; EFE/SIPA-PRESS/OCEAN IMAGES; FOTONONSTOP; HIGHRES PRESS STOCK/AbleStock.com; I. Preysler; JOHN FOXX IMAGES; NASA/NASA, ESA and A. Schaller (for STScI); PHOTODISC; STUDIO TEMPO/J. Sánchez; FUJITSU/SIEMENS; MATTON-BILD; MUSÉE RODIN; SERIDEC PHOTOIMAGENES CD/DigitalVision; ARCHIVO SANTILLANA

© 2008 by Santillana Educación, S. L.

Torrelaguna, 60. 28043 Madrid

PRINTED IN SPAIN

Impreso en España por

ISBN: 978-84-294-0955-0

CP: 829555

Depósito legal:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra sin contar con la autorización de los titulares de la propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (artículos 270 y siguientes del Código Penal).