

Algoritmo de resolución de Problemas

- Leer y comprender el enunciado del problema.
- Traducir el problema al lenguaje algebraico.
- Plantear la ecuación
- Resolver la ecuación con precisión.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

- Evaluar e interpretar los resultados.
- Responder a las cuestiones planteadas.

Problemas de Números

- 01.- La suma de un número y su cuadrado es 30. Hallar dicho número. **Sol: El nº 5.**
- 02.- La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 4.141. ¿Cuáles son esos números? **Sol: El 45 y el 46.**
- 03.- Si se añade 49 al cuadrado de cierto número natural, dicha suma es igual al cuadrado de 11 más dicho número. ¿De qué número se trata? **Sol: Del nº 9.**
- 04.- ¿Qué número entero multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado? **Sol: El número 8, pero también el -5.**
- 05.- Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quíntuplo. ¿Cuál es ese número? **Sol: El 7.**
- 06.- Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales. **Sol: 12 y -12.**
- 07.- Calcula el valor de m sabiendo que $x=3$ es solución de la ecuación $x^2 - mx + 27 = 0$ **Sol: m=12.**

Halla dos números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 145.

Si llamamos x al primero, $x+1$ será el siguiente, y sus cuadrados serán x^2 y $(x+1)^2$, con esto podemos plantear la ecuación:

$$x^2 + (x+1)^2 = 145$$

Cuya solución es:

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 145 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^2 + 2x - 144 = 0 \quad \rightarrow$$

$$x^2 + x - 72 = 0 \quad \rightarrow \quad (x+9)(x-8) = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -9 \quad \text{y} \quad x_2 = 8$$

Los números son el 8 y el 9.

- 08.- Escribe una ecuación de segundo grado que tenga por soluciones $x=3$ y $x=-5$.
- 09.- Halla dos números consecutivos cuyo producto sea 56. **Sol: Los números son el 7 y el 8 ó el -7 y el -8.**
- 10.- Halla cinco números consecutivos menores que 3, tales que la suma de los cuadrados de los tres menores sea igual a la suma de los cuadrados de los dos mayores. **Sol: el -2, -1, 0, 1 y el 2.**
- 11.- Calcula un entero negativo tal que al restarle un cuarto y elevar el resultado al cuadrado coincida con un cuarto. **Sol: -1/4.**
- 12.- El producto de un número natural por su siguiente es 31 unidades mayor que el quíntuplo de la suma de ambos. ¿Cuál es ese número? **Sol: El número 12.**
- 13.- En una división, el dividendo es 1081; el cociente y el resto son iguales y el divisor es el doble del cociente. Halla el divisor. **Sol: El divisor es el 46.**
- 14.- Determina 3 números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365. **Sol: -12, -11 y -10 ó 10, 11 y 12.**
- 15.- Si a un número negativo se le resta 3, y también se le suma 3 y el producto de ambos resultados da 72. ¿Qué número es? **Sol: El 9.**
- 16.- Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quíntuplo de la suma de ambos. ¿De qué número se trata? **Sol: Del número 12.**

- 17.- Si el triple del cuadrado de un número racional aumentado en su duplo es 85. ¿De qué número se trata? **Sol: El -17/3.**
- 18.- La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 74. ¿Cuáles son los números? **Sol: El 5 y el 7.**
- 19.- Si a los dos términos de la fracción $2/3$ se les suma cierto número, y a la fracción obtenida se le resta dicho número, resulta $2/3$. ¿De qué número se trata? **Sol: Del -8/3.**
- 20.- Halla un número entero sabiendo que, si lo multiplicamos por su consecutivo, el resultado excede en 40 unidades a la tercera parte de dicho número. **Sol: El número 6.**
- 21.- ¿Qué números multiplicados por 3 son 40 unidades menor que su cuadrado? **Sol: El -5 y el 8.**
- 22.- Descompón 8 en dos factores, cuya suma sea 6. **Sol: 4 y 2.**
- 23.- ¿En cuánto hay que disminuir el primer factor y aumentar el segundo, del producto $13 \cdot 27$, para que el producto disminuya en 51? **Sol: En 3 o en -17.**
- 24.- La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 394. Determina estos números. **Sol: El 13 y el 15.**
- 25.- Al dividir 256 por un número natural se obtiene un cociente dos unidades mayor que el divisor y de resto uno. Calcular el divisor. **Sol: El divisor es el 15.**
- 26.- Halla un número impar cuyo cuadrado disminuido en el doble del número, resulta 10 unidades mayor que el séptuplo de dicho número. **Sol: El -1.**
- 27.- Dividir 10 en dos partes cuya suma de cuadrados sea 50. **Sol: 5 y 5.**
- 28.- Halla tres números naturales consecutivos tal que la suma de los cuadrados del mayor y del menor sea 79 unidades menor que el triple del cuadrado del segundo. **Sol: 8, 9 y 10.**
- 29.- Halla un número de dos dígitos en el que la suma de sus cifras sea 6 y el producto del invertido con el número es 1008. **Sol: El 24 o el 42.**
- 30.- La diferencia de los cubos de dos números enteros pares consecutivos es 488. Calcúlalos. **Sol: 8 y 10 ó -8 y -10.**
- 31.- Si al triple de un número se le suma su cuadrado obtenemos 88. Calcúlalo. **Sol: 8 y -11.**

Encuentra dos números que se diferencien en 7 unidades, sabiendo que su producto es 60.

Si llamamos x a uno, $x+7$ será el otro, y si su producto es 60, ya podemos plantear la ecuación:

$$x(x+7) = 60$$

Cuya solución es:

$$x^2 + 7x - 60 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a=1 \\ b=7 \\ c=-60 \end{cases} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot (-60)}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = -9 \quad \text{y} \quad x_2 = 8$$

Los números son el 8 y el 9.

- 32.- Halla un número de dos cifras sabiendo que éstas son dos números consecutivos y que el cuadrado del número invertido es 209 unidades mayor que 10 veces el número primitivo. **Sol: El 32.**
- 33.- Averigua dos números cuya suma sea 32 y cuyo producto sea 255. **Sol: 17 y 15.**
- 34.- Hallar tres números impares consecutivos, tales que si al cuadrado del mayor se le restan los cuadrados de los otros dos se obtiene como resultado 7. **Sol: 5, 7, y 9.**
- 35.- Halla cinco números consecutivos tales que la suma del cuadrado de los tres menores sea igual a la suma de los cuadrados de los dos mayores. **Sol: 10, 11, 12, 13 y 14.**

Problemas de Edades

36.- La edad actual de una madre es el cuadrado de la que tendrá su hija dentro de dos años, momento en el que la edad de la hija será la sexta parte de la edad que tiene actualmente la madre. Calcula la edad de ambas. **Sol: 4 y 36 años.**

37.- La edad de Raúl será dentro de tres años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era precisamente la raíz cuadrada de este cuadrado. Halla la edad de Raúl. **Sol: 6 años.**

38.- La raíz cuadrada de la edad del padre, nos da la edad del hijo, y dentro de 24 años, la edad del padre será el doble que la del hijo. Hallas las edades de cada uno. **Sol: Hijo 6 y padre 36 años.**

Mientras Isaac camina hacia el colegio se plantea la siguiente cuestión: "si al cuadrado de mi edad le resto el triple de mi edad, resulta nueve veces ésta". ¿Cuántos años tiene Isaac?

Si llamamos x a la edad de Isaac ya podemos plantear la ecuación:

$$x^2 - 3x = 9x$$

Cuya solución es:

$$x^2 - 3x = 9x \rightarrow x^2 - 3x - 9x = 0 \rightarrow x^2 - 12x = 0 \rightarrow x(x - 12) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 12$$

La edad de Isaac es de 12 años.

39.- Dentro de 11 años la edad de Vicente será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Cuántos años tiene Vicente? **Sol: 21 Años.**

40.- ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le faltan 100 unidades para completar su cuadrado? **Sol: 20 años.**

41.- Andrés es dos años mayor que Basilio y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años. Hallar ambas edades. **Sol: Andrés 9 años y Basilio 7.**

42.- La edad de Imane era hace 6 años la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de 6 años. Determina su edad actual. **Sol: Imane tiene 10 años.**

43.- La edad de mi tía, hoy es el cuadrado de la de su hija; pero dentro de nueve años será solamente el triple. ¿Qué edad tiene mi prima? **Sol: 6 años.**

44.- La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo ¿Cuántos años tiene ahora cada uno? **Sol: 6 y 36 años.**

45.- Ana tiene 3 años más que Beltrán y el cuadrado de la edad de Ana aumentado en el cuadrado de la edad de Beltrán equivale a 317 años. Halla las edades de ambos. **Sol: Ana 14 años y Beltrán 11.**

46.- Paco tiene dos años más que Juan y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años. Halla las edades de cada uno. **Sol: Juan tiene 7 años y Paco tiene 9.**

47.- Si al triple de la edad de Marcelo le quitas el cuadrado de la edad que tenía hace ocho años, resultan 14 años. ¿Cuántos años tiene Marcelo? **Sol: Marcelo tiene 13 años.**

48.- Halla la edad de una persona sabiendo que si al cuadrado se le resta el triple de la edad resulta nueve veces ésta. **Sol: 12 años.**

Problemas Geométricos

49.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm. Halla las medidas de sus catetos sabiendo que se diferencian en 2 cm. **Sol: 6 y 8 centímetros.**

50.- Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida en centímetros tres números enteros consecutivos. Halla la medida de dichos lados. **Sol: 3, 4 y 5 cm.**

51.- Los lados de un triángulo miden 18 cm, 16 cm y 9 cm, respectivamente. Si restamos una misma cantidad a los tres lados, obtenemos un triángulo rectángulo. ¿Qué cantidad es esa? **Sol: 1 cm.**

52.- Calcular la medida de la base de un triángulo sabiendo que la altura excede en 2 cm a la medida de su base, y que su área es de 84 cm². **Sol: La base mide 12 cm.**

53.- Si aumentamos el lado de un cuadrado en 2 m, su superficie aumenta en 16 m². Calcula lo que medía inicialmente el lado del cuadrado. **Sol: Medía 3 metros.**

54.- Los lados de un triángulo miden 5, 6 y 7 cm. Determina qué cantidad igual se debe restar a cada uno para que resulte un triángulo rectángulo. **Sol: 2 cm.**

55.- Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos su radio en 4 cm se cuadruplica su área. **Sol: R=2 cm.**

56.- La base de un rectángulo mide 5 cm más que la altura. Si disminuimos la altura en 2 cm, el área del nuevo rectángulo será 60 cm². Halla los lados del rectángulo. **Sol: 7 y 12 cm.**

57.- Halla la longitud del lado de una parcela cuadrada si su área, más cinco veces su lado, menos 18, es igual a 482 m². **Sol: 20 metros.**

58.- El cateto mayor de un triángulo rectángulo es 2 cm más corto que la hipotenusa y esta mide 4 cm más que el cateto menor. Averigua las dimensiones del triángulo. **Sol: 6, 8 y 10 cm.**

59.- Calcula los lados de un triángulo rectángulo isósceles sabiendo que su perímetro es de casi 24 cm. **Sol: 7 y 7√2 cm.**

60.- En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 15 cm y la diferencia entre sus catetos es de 3 cm. ¿Cuánto mide cada uno de sus catetos? **Sol: 9 y 12 cm.**

61.- Los lados y la diagonal de un rectángulo son tres números pares consecutivos. Hallar estos elementos. **Sol: 6, 8 y 10 cm.**

62.- El área de un cuadrado de lado $(4x-1)$ es 49. Determina el perímetro del cuadrado. **Sol: 28 cm.**

Un albañil quiere abrir una ventana cuadrada en la cocina de su casa. El precio del vidrio es de 12 € por metro cuadrado y el del marco de aluminio es de 28 € el metro lineal. Si todo el material costó 195 €. ¿Cuánto mide el lado de la ventana?

Si llamamos x al lado del cuadrado, ya podemos plantear la ecuación utilizando el precio de cada cosa:

$$12x^2 + 28 \cdot 4x = 195$$

Cuya solución es:

$$12x^2 + 112x - 195 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=12 \\ b=112 \\ c=-195 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-112 \pm \sqrt{112^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-195)}}{2 \cdot 12} = \frac{-112 \pm \sqrt{21904}}{24} = \frac{-112 \pm 148}{24}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} \text{ y } x_2 = \frac{65}{6}$$

La ventana mide 1,5 metros de lado.

63.- Determina la diagonal de un cuadrado sabiendo que su área es 24 cm². **Sol: 4√3 cm.**

64.- Si se alargan dos lados opuestos de un cuadrado en 5m y se acortan los otros dos en 2m, se obtiene un rectángulo de 120 m² de área. Averigua el lado y el área del cuadrado original. **Sol: l=10 m; A= 100 m²**

65.- Tenemos un alambre de 17 cm. ¿Cómo hemos de doblarlo para que forme un ángulo recto de modo que sus extremos queden a 13 cm? **Sol: 12 y 5 centímetros.**

66.- Imane está reformando su salón y ha agrandado un poquito la ventana, ahora es 20 cm más alta y 30 cm más ancha. Con eso, Imane, tendrá una ventana que es 0,99 m² más grande que la antigua que le permitirá tener más luz en su casa. Si quiere poner una ventana de dos hojas cuadradas. ¿Cuáles eran las dimensiones de la ventana antes de la reforma? **Sol: 130 cm de alto y 270 cm de ancho.**

67.- Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma un cuadrado de x baldosas de lado, sobran 87 y si se toman $x+1$ baldosas de lado, faltan 40. ¿Cuántas baldosas hay en el lote?

Sol: 4.056 baldosas

68.- Para pintar una pared cuya área es cuatro veces la altura, y cuyo ancho mide 1,5 metros más que el alto, ¿Cuántos kilogramos de pintura serán necesarios si por cada metro cuadrado de pared necesitamos 0,125 kilos?

Sol: 1,25 kg.

69.- Un fotógrafo profesional tiene una foto de 6×8 pulgadas. Desea reducirla la misma cantidad por cada lado, de modo que la foto resultante tenga la mitad del área que la foto original. ¿En cuánto tiene que reducir la longitud de cada lado?

Sol: en 2 pulgadas.

70.- En un auditorio hay 616 asientos dispuestos en filas de 6 asientos más por fila que el número de filas, ¿Cuántos asientos hay en cada fila?

Sol: 28 asientos por fila.

71.- Calcular el área de un cuadrado de diagonal 50 cm.

Sol: 1.250 cm²

72.- Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m².

Sol: 3m.

73.- Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

Sol: 60 y 45 metros.

74.- Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm³ cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

Sol: 26 y 22 cm.

75.- Si al lado de un cuadrado se le alarga 2m y al contiguo en 7m, obtenemos un rectángulo de área 22m² más que el doble del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado.

Sol: 1 m ó 8 metros

76.- Un rectángulo tiene 24m de perímetro y 35m² de área. Halla las dimensiones.

Sol: 7 m y 5 m.

77.- La base de un rectángulo es 2 m mayor que la altura. Si a la base se le aumenta 1m y a la altura 2m, resulta otro rectángulo cuya área es 24m² mayor que el primero. Calcula las dimensiones de éste.

Sol: 6 y 8 metros.

78.- Un rectángulo tiene un lado el doble que el otro. Si al mayor se le aumenta en 2 unidades y al menor se disminuye en 2 unidades, el rectángulo así obtenido tiene 4m² de área más que la mitad del primer rectángulo. Calcula sus dimensiones.

Sol: 4 y 8 metros

79.- Una caja mide 5 cm de altura y de ancho, cinco cm. más que de largo. Su volumen es 1.500cm³. Calcular la longitud y la anchura.

Sol: 5, 15 y 20 cm.

80.- Un rectángulo la base mide el triple que la altura. Si disminuimos en 1 cm. cada lado, el área inicial disminuye en 15 cm. Calcular las dimensiones y el área del rectángulo inicial.

Sol: Base = 12 cm. Altura = 4 cm.

81.- Calcular la arista de un cubo sabiendo que, si dicha arista aumentara en 2 dm, el volumen del cubo aumentaría en 218 dm³.

Sol: La arista mide 7 dm.

82.- Calcula las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son números consecutivos.

Sol: 3,4 y 5.

Problemas de Grifos

83.- Cuando dos bombas actúan a la vez, tardan en agotar un pozo 15 horas. Si actuara solo la menor, tardaría en agotarlo 16 horas más que si actuara solo la mayor. ¿Cuánto tardaría ésta?

Sol: 24 horas

84.- Dos manantiales manando juntos pueden llenar un depósito en 2 horas y 24 minutos: hállese el tiempo que tardaría cada uno de ellos, sabiendo que el segundo, manando solo, tarda dos horas menos que el primero.

Sol: 6 horas uno y 4 horas el otro.

85.- Dos manantiales pueden llenar un depósito en 18 horas: hállese el tiempo que tardará cada uno de ellos, sabiendo que el primero, manando solo, tardaría 27 horas más que el segundo.

Sol: 27 horas uno y 54 horas el otro.

86.- Manando juntos dos grifos llenan un depósito en 17 horas. ¿Cuánto tardarán en llenarlo cada uno separadamente, si el primer grifo invierte doble tiempo que el segundo?

Sol: 25 horas y media uno y 51 horas el otro.

87.- Dos fuentes llenan un depósito en 6 horas. Hallar el tiempo que sería necesario para que cada una, separadamente, lo llenase sabiendo que la primera emplea 5 horas más que la segunda.

Sol: 10 horas la B y 15 horas la A.

88.- Después de un pequeño derrame de aceite, se enviaron dos barcos limpiadores para recoger el aceite que flota en la bahía. El barco más nuevo puede limpiar solo todo el derrame en 3 horas menos que si el barco más viejo lo hace solo. Si ambos trabajan juntos, pueden limpiar todo el derrame de aceite en 8 horas. ¿Cuánto tarda el barco más nuevo, si trabaja solo en limpiar todo el derrame?

Sol: 14 h 38 min y 21,88 seg.

89.- Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda cada uno separadamente?

Sol: A en 3 horas y B en 6 horas.

90.- Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

Sol: 1º en 4 horas y 2º en 6 horas

Problemas Varios

91.- La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{\dots}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dots \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

¿puedes averiguar de que ecuación se trata? Sol: $2x^2 + 9x - 5 = 0$

92.- Una piedra, cae en caída libre desde una altura de 50 metros, partiendo del reposo. Queremos saber qué tiempo ha tardado en llegar al suelo. Sol: $sdsds$

93.- Una persona, asomada a un precipicio tira una piedra verticalmente y hacia abajo, con una velocidad de 12 m/s. Si la altura del precipicio es de 120 metros, se desea calcular el tiempo que tardará la piedra en chocar contra el suelo.

Sol: $sdsds$

94.- Restando del cuadrado de la edad de una persona el producto de esta misma edad por 15, se obtiene 16 de diferencia. Calcular esta edad.

Sol: 16 años.

95.- ¿Cuál es el número que sumado con su raíz cuadrada da 30?

Sol: El número 25.

96.- ¿Cuál es el número natural cuyos tres cuartos, aumentados en una unidad, multiplicados por sus cuatro quintos disminuidos en 15, dan como resultado 16?

Sol: El número 20.

97.- Uno de los ángulos de un triángulo mide 70°. Hallar los otros dos ángulos sabiendo que la medida de uno es el cuadrado de la medida del otro.

Sol: 10° uno y 100° el otro.

98.- La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es 271. Hallar dichos números.

Sol: el 9 y el 10.

99.- Un agricultor ha comprado un campo cuadrado para plantarlo de olivos. Poniendo un cierto número por fila le faltan 12 para completar el cuadrado, y poniendo uno menos en cada fila le sobran 23. ¿Cuántos olivos necesita?

Sol: 312 olivos.

100.- Se mezcla cierta cantidad de café de 5 € el kilo con el cuadrado de dicha cantidad de otro café de calidad superior cuyo precio es de 8 €/kilo. ¿Qué cantidad de cada uno se ha de utilizar para que el precio de la mezcla sea de 7,50 € el kilo?

Sol: 5 kilos del de 5 € y 25 kg del de 8 €.